



Análisis multifractal de la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica en un suelo estratificado

Adolfo Posadas^{a,b,*}, Daniel Giménez,^b Roberto Quiroz

^aCentro Internacional de la Papa, Apartado Postal 1558, Lima 12-Perú.

^bFacultad de Ciencias Físicas, DAFI, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Apartado Postal 14-0149, Lima 1, Perú

^cDepartment of Environmental Sciences, Rutgers, The State University of New Jersey New Brunswick, NJ 08901, USA...

Resumen

La teoría fractal y multifractal son herramientas muy promisorias para la caracterización de las propiedades hídricas de los suelos. La aplicación de un método o del otro, dependerá de la distribución y del tipo de variabilidad de las propiedades que se está estudiando. La conductividad hidráulica saturada (K_s) es un importante parámetro físico para establecer el transporte de fluidos en suelos. Se ha demostrado que la medida de la conductividad hidráulica en el laboratorio está influenciada por el tamaño de la muestra extraída en el campo. En este trabajo hemos aplicado la teoría multifractal para estudiar la dependencia del tamaño de las muestras, en forma de columnas, extraídas de tres horizontes diferentes de un suelo (A_p , C_1 y C_2) a lo largo de una transecta. Los parámetros multifractales calculados fueron funciones tanto de la longitud como del área de las muestras. Volúmenes más pequeños de muestras, resultado de muestras más cortas o de menores áreas perpendiculares al flujo, exhibieron distribuciones más heterogéneas y por lo tanto una fuerte propiedad multifractal, que aquellas por ejemplo, de volúmenes más grandes. El espectro multifractal fue también sensible a los diferentes horizontes del perfil del suelo muestreado. La mayor heterogeneidad, típico de un horizonte superficial, se observa en el espectro multifractal más ancho del horizonte A_p , si comparamos con los espectros de los horizontes C_1 o C_2 , los cuales muestran una pequeña diferencia entre ellos. Por otro lado, los parámetros multifractales ofrecen información en un rango de escala donde el semivariograma (geo estadística) no mostró ningún resultado relevante. © 2003 CSI Todos los derechos reservados

Palabras clave: Multifractal; muestra de suelo; conductividad hidráulica; variograma

Abstract

Fractal and multifractal concepts are promising tools for characterizing hydraulic properties in soils. The application of one method or the other will depend on the distribution and type of variability of the properties that are being studied. The saturated hydraulic conductivity (K_s) is an important soil physics parameter to establish fluid transport in soils. The measurement of hydraulic conductivity in the laboratory has showed to be much influenced by column size. In this work we have applied multifractal theory to study the dependence of column sample size in three different soil horizons (A_p , C_1 and C_2) and along of a transect. The multifractal parameters calculated were functions of both sample length and sample area. Smaller volumes, resulting from shorter samples or smaller area perpendicular to flow, exhibited more heterogeneous distribution and, therefore, stronger multifractal properties than larger sample volumes. The multifractal spectrum was also sensitive to the different soil horizons present in a profile. The large heterogeneity, typical of surface horizons, is manifested in the wider multiracial spectrum of the A_p horizon as compared to the spectra of either C_1 or C_2 , which show very little difference between them. On the other hand, the multifractal results as compared to semi variograms obtained using geostatistical theory; yield information in a scale range where the semi variogram did not show any relevant results. © 2003 CSI. All rights reserved

Keywords: Multifractal, soil sample, hydraulic conductivity, variogram

* Corresponding author. Telefax.: 51-1-452-1343; e-mail: a.posadas@cgiar.org

1. Introducción

Las teorías aplicadas a la física de suelos suponen que los poros y partículas son objetos de forma regular que pueden ser descritos mediante la geometría euclidiana. En realidad, la complejidad de la geometría de la distribución espacial de poros y partículas impiden un tratamiento matemático de los procesos físicos-químicos que ocurren en el suelo. Las propiedades que dependen de la geometría del espacio poroso, tales como la conductividad hidráulica, son por lo tanto difíciles de predecir.

La geometría fractal fue propuesta en los años setenta y ganó aceptación inmediata en diversas áreas científicas debido a su flexibilidad para describir las formas irregulares encontradas en la naturaleza [1, 2, 3]. La primera aplicación de la teoría fractal al sistema suelo fue para describir series espaciales [4]. A partir de los trabajos de Tyler and Wheatcraft [5, 6] la teoría fractal comenzó a ser usada en la predicción de propiedades hídricas del suelo [7]. En forma paralela, mediciones de diversas propiedades edáficas mostraron que los modelos fractales aplicados al sistema suelo son válidos dentro de límites bien definidos. Esta situación, también observada en otros campos científicos, llevó a definir los llamados "fractales estadísticos" en contraposición a los "fractales matemáticos". Los primeros son estadísticamente válidos en un determinado rango de escalas, mientras que los "fractales matemáticos" son exactos y válidos en todas las escalas de definición.

El concepto de multifractales contempla un número infinito de dimensiones fractales y por lo tanto puede ser más apropiado para la descripción de las propiedades edáficas. Un proceso multifractal se caracteriza por eventos extremos y más o menos aislados. Distribuciones espaciales de resistencia a la penetración y conductividad hidráulica han sido tratadas como procesos multifractales [8, 9]. Recientemente, distribuciones de tamaños de partículas de suelo fueron analizadas teórica y experimentalmente como un fenómeno multifractal [10, 11]. A pesar de las ventajas conceptuales y de una mayor flexibilidad en el análisis, el concepto multifractal no ha sido aplicado masivamente al estudio de los suelos. Posiblemente, la complejidad de los parámetros multifractales constituya un impedimento para la interpretación de los resultados.

Los objetivos de este artículo son presentar las bases teóricas de los métodos fractal y multifractal, y presentar algunos ejemplos relevantes de la aplicación de estas teorías al estudio de los suelos

2. Conceptos básicos de la geometría fractal y multifractal

Los fractales más simples son "auto-similares" y se generan repitiendo un patrón (generador) en un objeto inicial (iniciador). El generador puede adicionar o remover material del objeto original. Un ejemplo de un fractal construido removiendo material es la esponja de Menger que es construida dividiendo un cubo de longitud unitaria en 27 cubos y removiendo 7 de esos cubos (Fig. 1a). Repitiendo al proceso *ad infinitum* se genera un medio poroso que puede ser usado para modelar el comportamiento de la porosidad del suelo, y su consecuencia para las propiedades hídricas. Un ejemplo de un objeto fractal construido adicionando un patrón al objeto inicial es la curva de Koch en la cual una línea es dividida en tres segmentos. El segmento del medio se reemplaza con dos segmentos de la misma longitud que los laterales (Fig. 1b). La curva de Koch puede ser usada para modelar rugosidad de poros en medios porosos naturales.

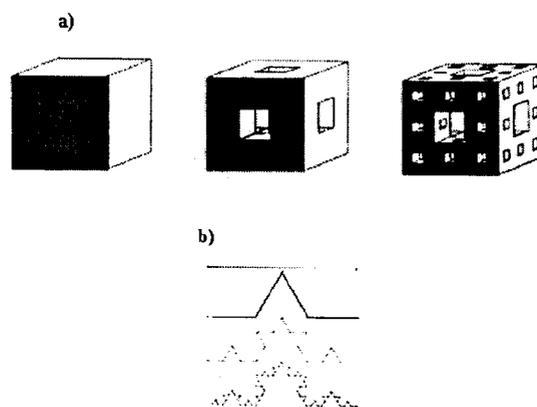


Figura 1. Ejemplos de fractales determinísticos ó matemáticos: a) esponja de Menger, y b) curva de Koch.

La ecuación fundamental de la teoría fractal expresa una relación entre el número y el tamaño de un objeto fractal [2]:

$$N(r) = kr^{-D} \quad (1)$$

donde $N(r)$ es el número de objetos, k es el número de iniciadores de longitud unitaria y D es la dimensión fractal. A partir de la ecuación (1), D se define como

$$D = [\log N(r) - \log k] / \log(1/r) \quad (2)$$

Suponiendo $k = 1$, el valor de D puede ser calculado para cualquier modelo fractal determinístico. En el caso de la esponja de Menger, cada lado del cubo original (longitud unitaria) es dividido en 3 resultando en 27 cubos, cada uno

con una longitud $r = 1/3$, 7 de los cubos originales son removidos quedando $N(r) = 20$, lo que determina un $D \approx 2.73$. Un cálculo similar para la curva de Koch con $N(r) = 4$, y $r = 1/3$ resulta en $D \approx 1.26$.

Las dimensiones fractales de objetos naturales se estiman a través de mediciones. La técnica básica consiste en medir una determinada propiedad con objetos de forma regular pero tamaño variable, δ . Si el objeto es fractal, el número de unidades $N(\delta)$ varía con el tamaño δ de acuerdo a la siguiente relación:

$$N(\delta) \propto \delta^{-D} \quad (3)$$

la dimensión fractal de la propiedad medida (longitud, área, o volumen) se obtiene a partir de:

$$N(\delta)\delta^{D_T} \propto \delta^{D_T-D} \quad (4)$$

donde D_T es la dimensión topológica, con valores de 1, 2, ó 3 según sea una línea, un plano, o un volumen, respectivamente.

2.1. El Método de "box-counting"

El método de "Box-counting" se usa para determinar la dimensión fractal de diversos objetos [12]. Por ejemplo, la dimensión fractal de la distribución de poros se puede obtener cubriendo una imagen con una figura cuadrículada de distintos tamaños y contando para cada tamaño de cuadrícula, δ , el número de cuadrados, $N(\delta)$, en contacto con un poro (Fig. 2). La dimensión fractal D se obtiene ajustando (usando preferentemente regresión no-lineal) la ecuación (3) a los datos así obtenidos. Una desventaja de este método es que la cantidad de "materia" contenida dentro de un cuadrado no es considerada en el análisis. Por ejemplo, el método no hace distinción entre los dos cuadrados que se muestran en la Figura 2, a pesar de la notable diferencia en la proporción de poros que cada uno de ellos contiene.

El análisis multifractal, por otro lado, utiliza la densidad de la materia contenida en cada cuadrado, μ [2]. En el ejemplo de la Figura 2, μ se obtiene como $\mu = N_p/N_t$, donde N_p es el número de pixels correspondientes a poros y N_t es el número total de pixels en un cuadrado. El exponente de Hölder, α , se calcula a partir de la relación entre la densidad y δ :

$$\alpha = \log \mu / \log \delta \quad (5)$$

El próximo paso consiste en contar todos los cuadrados de tamaño δ que tienen un determinado valor de α , $N_g(\alpha)$. El número $N_g(\alpha)$ se relaciona a δ a través de:

$$N_g(\delta) = \delta^{-f(\alpha)} \quad (6)$$

donde $f(\alpha)$ es la dimensión fractal en el "espacio" de singularidades α . Una gráfica de $f(\alpha)$ vs. α se conoce como un espectro multifractal (Fig. 4a). Otra forma de estimar los parámetros multifractales es definiendo una función de partición, χ_q :

$$\chi_q(\delta) = \sum_{i=1}^{N(\delta)} \mu_i^q \quad (7)$$

donde q representa los momentos de una distribución estadística. La dimensión fractal en el "espacio" de momentos q es D_q . La función de partición, χ_q , está relacionada a δ a través de:

$$\chi_q(\delta) \propto \delta^{-\tau(q)} \quad (8)$$

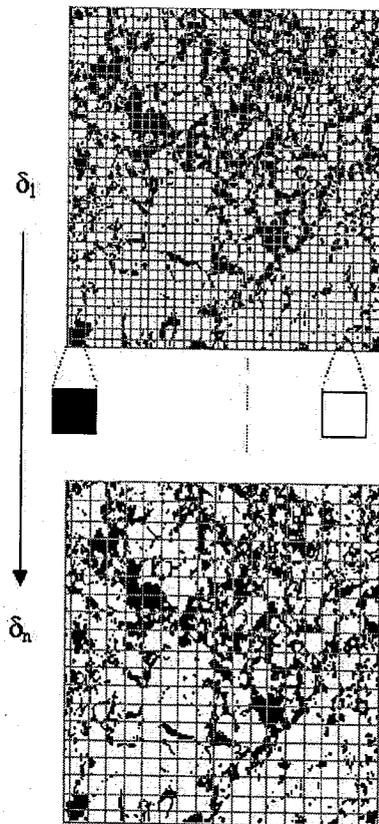


Figura 2. Aplicación del método de "box-counting" a una imagen de un sistema poroso en el suelo. Los poros se representan como áreas negras; y δ_i es el tamaño de la cuadrícula. Los cuadrados magnificados muestran dos extremos en la cantidad de poros contenido en un cuadrado.

La relación entre las formas de expresar multifractalidad se establece a través de las siguientes ecuaciones:

$$\alpha(q) = d\tau(q) / dq \quad (9a)$$

$$f(\alpha(q)) = q\alpha(q) - \tau(q) \quad (9b)$$

Finalmente, las dimensiones fractales generalizadas, D_q , se definen a partir de las siguientes ecuaciones:

$$D_q = \frac{\tau(q)}{q-1} = \frac{1}{q-1} \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log \sum_{i=1}^{N(\delta)} \mu_i^q}{\log \delta} \quad (10)$$

La dimensión fractal $D(q=0)$ o D_0 es la dimensión de capacidad o "box-counting", $D(q=1)$ o D_1 es la dimensión de información, y $D(q=2)$ o D_2 es la dimensión de correlación.

$$\begin{aligned} D_0 &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log(N(\delta))}{\log \delta}, \\ D_1 &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\delta)} \mu_i(\delta) \log(\mu_i(\delta))}{\log(\delta)} \quad (11) \\ D_2 &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log(C(\delta))}{\log \delta} \end{aligned}$$

donde $C(\delta)$ es la función de correlación. La dimensión D_0 es una dimensión global que no toma en cuenta la distribución de "materia" dentro de los cuadrados de la cubierta, D_1 contiene información sobre la homogeneidad de una distribución (mide la probabilidad de encontrar "materia" en una región), D_1 tiende al valor máximo de 1 en sistemas homogéneos, y a su valor mínimo de 0 en sistemas heterogéneos. La dimensión de la correlación, D_2 , mide la probabilidad de encontrar puntos separados a distancias δ_i .

2.2. Dimensiones Fractales comunmente medidas en suelos

La variación de la densidad aparente de los suelos se relaciona a la densidad de masa, D_m , a través de la ecuación:

$$\rho_i / \rho_1 = (r_i / r_1)^{D_m - D_r} \quad \dots\dots(12)$$

donde ρ_i y ρ_1 son densidades aparentes medidas en un volumen de suelo de radio r_i y r_1 , respectivamente, siendo $r_i > r_1$. Esta ecuación implica que la densidad aparente de los suelos aumenta a medida que el volumen de suelo se reduce. Datos experimentales confirman la relación densidad-volumen de suelo expresada en la ecuación (12), especialmente en el rango de tamaños que corresponden a agregados de suelos [13,14]. Los valores de D_m que se encuentran en la literatura varían entre 2.75 y 2.95, aunque comunmente los D_m en suelos tienen valores mayores de 2.90, bastante más alto que el $D \sim 2.73$ de la esponja de Menger.

La dimensión fractal de la distribución de poros, D_v , se puede estimar a partir de imágenes de secciones de suelos

tales como las mostradas en la Figura 2 usando el método de "Box-counting". En este caso, D_v representa la distribución espacial de los poros en el plano de la imagen. A una escala mayor, el número y el tamaño de poros visibles pueden ser usados para estimar D_v usando la ecuación [1]. La relación tamaño-número de poros se puede obtener a partir de fotografías de la superficie del suelo o dibujando los poros en una hoja de plástico [15,16]. Con este método, D_v cuantifica la distribución de tamaño de poros sin considerar su distribución espacial. Valores de D_v medidos en imágenes varían entre $1 < D_v < 2$, encontrándose típicamente en el rango de entre 1.2 y 1.8. El método multifractal fue usado exitosamente para describir el sistema poroso de rocas [17], pero aún no ha sido aplicado al sistema suelo.

Otra dimensión fractal muy usada en suelos es la dimensión fractal de fragmentación, D_f , que es una aplicación directa de la ecuación (1) a distribuciones de partículas o agregados. Valores estimados de D_f varían entre 1 y 5 [18,19], a pesar de que los valores teóricos se encuentran entre 0 y 3. La primera aproximación al cálculo de D_f fue propuesto por Tyler y Wheatcraft [5], y posteriormente modificada por Tyler y Wheatcraft [20], Kozak et al.[21], y Rasiyah et al.[22]. El principal escollo de esta dimensión sigue siendo la falta de una explicación teórica de los valores de $D_f > 3$. A pesar de este problema, D_f es muy útil para separar efectos de manejo de suelos y labranza en la distribución de tamaño de agregados [23,24,25]. El método multifractal se ha aplicado solamente a la distribución de partículas de suelos [10]. Estos autores analizaron tres suelos y demostraron que el análisis multifractal es superior que el fractal para cuantificar distribuciones de partículas de suelos.

2.3. Modelado de la variabilidad espacial con fractales

La dependencia espacial de las propiedades de suelo a lo largo de una transecta o en una región es comunmente modelada usando técnicas de geoestadística, particularmente el semivariograma que relaciona el valor de una propiedad X en un punto i , $X(i)$, con el valor de la misma propiedad en el punto $(i+\delta)$, $X(i+\delta)$, en la forma $\langle X(i) - X(i+\delta) \rangle^2$ donde " $\langle \rangle$ " representa un promedio, y δ es el intervalo de separación. La varianza promedio de un movimiento fraccional Browniano se representa como [2]:

$$\langle X_i - X_{i+\delta} \rangle^2 \propto \delta^{2H} \quad (13)$$

donde H es el coeficiente de Hurst, un número real con valores entre $0 < H < 1$. El coeficiente de Hurst está relacionado a la correlación promedio entre eventos pasados y futuros, $C(\delta)$ a través de la siguiente ecuación:

$$C(\delta) = 2^{2H-1} - 1 \quad (14)$$

Un coeficiente $H=1/2$ corresponde a incrementos que no muestran correlación ("ruido blanco"), mientras que $H < 1/2$ cuantifica una correlación negativa y $H > 1/2$ implica una correlación positiva. Un $H > 1/2$ se traduce en tendencias que se mantienen en el tiempo o en el espacio. Por el contrario, $H < 1/2$ resulta en tendencias que se revierten continuamente. En cualquier caso, la dimensión fractal D que define una sucesión de datos se relaciona al coeficiente H : $D=2-H$. Los valores de D que se estiman a partir de semivariogramas de propiedades edáficas normalmente tienen valores mayores que 1.5 ($H < 1/2$), lo que implica correlaciones con tendencias que se revierten continuamente. Burrough [26] después de estimar valores de D correspondiente a distribuciones de pH, contenidos de arcilla y de limo y el espesor del horizonte A, concluyó que los D encontrados en suelos ($1.6 < D < 1.9$) son mayores que los que se obtienen analizando la variación de la forma del terreno, de las descargas fluviales, o de las secuencias climáticas.

El análisis de semivariogramas para la determinación de la dimensión fractal de patrones de variabilidad espacial presenta ciertas deficiencias. En primer lugar, un semivariograma representa una variación global (cambios locales quedan enmascarados en el proceso de promediar las diferencias medidas a distintos intervalos). En segundo lugar, el modelo fractal se aplica normalmente en un rango relativamente pequeño de escalas.

Puesto que la variabilidad espacial de las propiedades edáficas es el resultado de diversos factores que actúan simultáneamente o a través del tiempo (geología, estructura del suelo, labranza, etc.), la teoría multifractal tiene el potencial de cuantificar mejor la variabilidad espacial. Multifractales se han aplicado al estudio de la variabilidad espacial en el campo de la ecología, geografía y más recientemente a la variabilidad espacial de propiedades edáficas [27, 28]. La dimensión fractal de la información, D_I , y la dimensión de la correlación, D_2 , son consideradas los mejores parámetros para predecir la estructura espacial de propiedades edáficas.

3. Ejemplo de aplicación

A continuación se presenta un ejemplo de análisis fractal y multifractal aplicado a la distribución espacial de la conductividad hidráulica a saturación, K_s . El análisis está basado en datos de K_s medidos por Mallants et al. [29], representados en la figura 3, a lo largo de transectas usando tres tamaños de muestras (Tabla 1). Sólo se presenta una descripción general de los datos (otros detalles pueden ser consultados en Mallants et al. [29]). Los datos de $\ln(K_s)$, obtenidos de la Figura 3, fueron convertidos a K_s para realizar los análisis fractales y multifractales. Los datos muestran un incremento en la variabilidad de los valores de

K_s a medida que la longitud de la muestra disminuye (Tabla 1). En general se acepta que este fenómeno se debe al hecho de que las variaciones locales se diluyen al "promediar" la medición con un volumen mayor de suelo.

Tabla 1. Descripción del tamaño de las muestras en el trabajo de Mallants et al. (1997)

| Tipo | D (cm) | L (cm) | K_s (cm/h) | | N° muest |
|------|--------|--------|--------------|------------|----------|
| | | | Media | cf var (%) | |
| I | 5 | 5 | 11.62 | 300 | 60 |
| II | 20 | 20 | 5.16 | 181 | 30 |
| III | 30 | 100 | 1.72 | 36 | 30 |

* D = diámetro, L = altura, cf var = coeficiente de variación

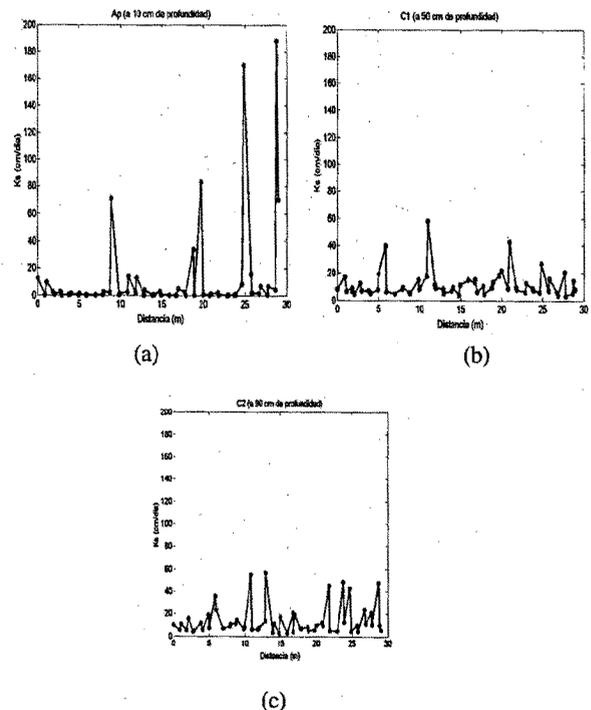


Figura 3. Variabilidad espacial de los datos de conductividad hidráulica saturada (K_s) en tres horizontes, A_p (a), C_1 (b) y C_2 (c) respectivamente, medidos a lo largo de una transecta de 30 m de longitud (Mallants et al., 1996).

4. Resultados y discusión

El análisis fractal consiste en estimar la dimensión fractal de la pendiente de los semivariogramas de K_s calculados de acuerdo a la ecuación [1]. Para cada uno de los tres conjuntos de datos (Tipos I, II, y III), la función multifractal $f(\alpha)$ vs. α fue calculada de acuerdo con la técnica descrita por Evertsz y Mandelbrot [30], Cahhabra

et al. [31] y Posadas et al. [32, 33]. Los datos fueron considerados como variables aleatorias discretas, considerando el conjunto como una distribución espacial probabilística. La escala inicial de medida δ_{min} fue aproximada a la mínima distancia de muestreo observada en los datos experimentales. A partir de esto, fue aumentándose la escala hasta obtener una escala δ_{max} , definida como la escala a partir de la cual se observa una desviación de la linealidad del gráfico $\sum Ks_i * \log(Ks_i)$ vs. $\log(\delta)$. El δ_{max} para los tres tipos de muestras fue de 8 metros. El algoritmo de cálculo del espectro multifractal fue ejecutado para diferentes valores de δ definidos en el rango $\delta_{min} < \delta < \delta_{max}$.

El análisis de los semivariogramas (figura 4) indica que las muestras de Tipo I y II no presentan una estructura espacial que pueda ser definida con el modelo fractal a espaciamientos δ menores que aproximadamente 10 metros. Un ajuste de la ecuación (13) para espaciamientos mayores que 10 m produjo valores de $H=0.5$, lo que implica que los datos no están correlacionados (ecuación (14)) y se comportan como "ruido blanco". El semivariograma de las muestras de Tipo III es lineal para δ menores que 10m, con un valor para el exponente H de 0.13 (correlación negativa).

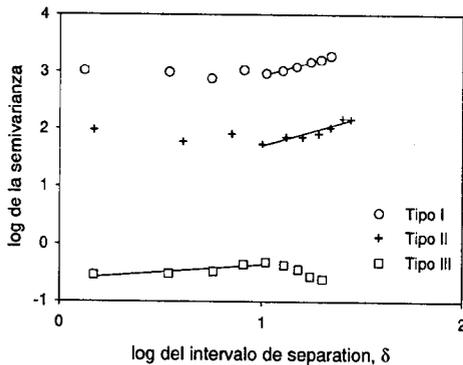


Figura 4. Semivariogramas de los valores K_s medidos con los tres tipos de muestras descritos en la Tabla 1.

En este caso, los semivariogramas de las muestras de Tipo I y de Tipo II no contienen información de la estructura espacial de los datos para espaciamientos menores que 10 m. Por otro lado, el semivariograma de las muestras de Tipo III indica un comportamiento lineal (fractal) en el rango de valores de δ menores que 10 m. Es interesante notar que el δ_{max} del análisis multifractal es 8 m. Es decir que el análisis multifractal, que a continuación se detalla, contiene información en una región donde el semivariograma no es útil (al menos para las muestras de Tipo I y II).

El análisis multifractal muestra que los datos obtenidos con los cilindros de Tipo I y de Tipo II tienen una marcada distribución multifractal, evidente en la forma

relativamente abierta del espectro $f(\alpha)$ vs. α (Fig. 5a), y en la marcada diferencia en los valores de D_q vs q (Fig. 5b). En el otro extremo, los datos obtenidos con las columnas de Tipo III muestran una tendencia monofractal. Estos resultados están de acuerdo con la información contenida en los semivariogramas. La tendencia multifractal de los valores de las muestras de Tipo I y de Tipo II indica que los resultados tomados con muestras relativamente pequeñas reflejan la variabilidad introducida por distintas fuentes. Por ejemplo, presencia/ausencia de macroporos, y variabilidad de la estructura y textura de suelos. La estructura espacial de las muestras de Tipo III puede responder a un factor simple como por ejemplo pendiente y/o cambio del tipo de suelo.

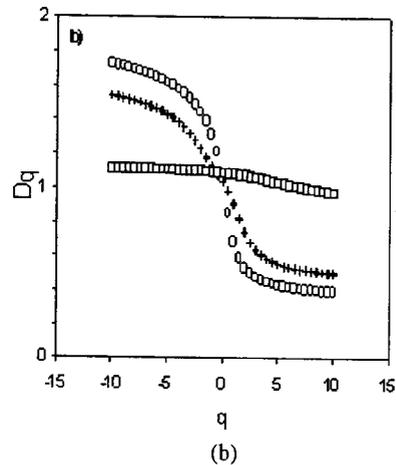
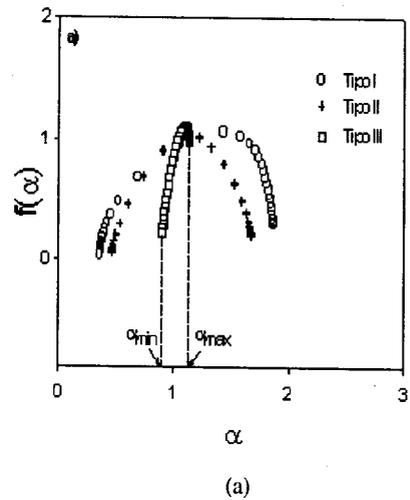


Figura 5 Resultados del análisis multifractal de las distribuciones de K_s medidas en los tipos de muestras descritas en la Tabla 1. a) espectro multifractal, y b) dimensiones fractales generalizadas.

Desde el punto de vista práctico, es necesario encontrar los parámetros multifractales que cuantifiquen las

diferencias observadas. Por ejemplo, en la Tabla 2 se presentan los valores de D_0 , D_1 , y D_2 y la diferencia entre α_{\max} y α_{\min} ($\Delta\alpha$) correspondientes a los tres tipos de muestras descritas en la Tabla 1.

Tabla 2. Resumen de los parámetros multifractales de la conductividad hidráulica a saturación medida por Mallants et al. (1997) en los tres tipos de muestras descriptos en Tabla 1.

| Tipo | D_0 | D_1 | D_2 | $\Delta\alpha$ |
|------|-------|-------|-------|----------------|
| I | 1.056 | 0.684 | 0.367 | 1.510 |
| II | 1.037 | 0.905 | 0.461 | 1.215 |
| III | 1.091 | 1.083 | 1.050 | 0.232 |

La dimensión de capacidad ("box-counting"), D_0 , mantiene un valor cercano a 1 y es independiente del tipo de muestra, lo que hace que este parámetro no sea de utilidad para distinguir variabilidad espacial. Por otro lado, las dimensiones fractales de la información (D_1) y de la correlación (D_2) muestran relaciones curvilínea y lineal, respectivamente, con la longitud del cilindro (Fig. 6). La abertura del espectro multifractal ($\Delta\alpha$) incrementa linealmente con una reducción en la longitud de la muestra.

Valores bajos de D_1 implican una distribución altamente heterogénea que son las que se obtienen muestreando volúmenes pequeños de suelo. Lo opuesto se encuentra analizando la distribución que se obtiene midiendo K_s en volúmenes grandes de suelo.

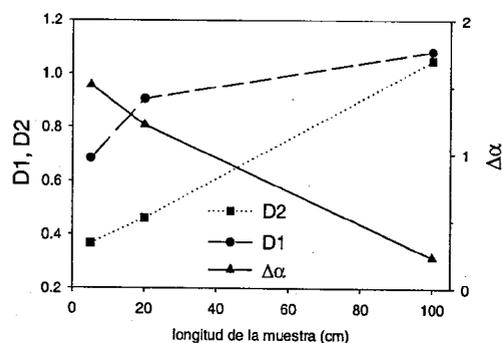


Figura 6. Variación de las dimensiones fractales D_1 y D_2 y $\Delta\alpha$ con la longitud de la muestra usada para medir K_s .

5. Conclusiones

Los conceptos fractal y multifractal son herramientas promisorias para la caracterización y predicción de las propiedades edáficas en suelos. La aplicación de uno u otro método depende de la distribución y tipo de variabilidad de la propiedad en estudio. En el ejemplo presentado en este trabajo, el análisis multifractal generó información en un rango de escalas donde el método fractal (semivariograma)

no produjo resultados relevantes sobre la estructura espacial de la distribución de K_s .

Los parámetros D_1 , D_2 , y $\Delta\alpha$ fueron sensibles al escalamiento del muestreo (Fig. 6), lo que sugiere que dichos parámetros podrían ser usados en futuros modelos de variabilidad espacial a campo. Por ejemplo, la variabilidad de una propiedad edáfica a una escala difícil de medir (K_s a la escala de muestreo de Tipo III) podría ser inferida a partir de información sobre la variabilidad de la misma propiedad medida a otra escala más accesible desde un punto de vista práctico (muestras de Tipo I).

6. Referencias

- [1] Mandelbrot, B. B., 1982. The Fractal Geometry of Nature. Freeman, CA.
- [2] Feder, J., 1988. Fractals. Plenum Press, New York.
- [3] Gouyet, J.-F., 1996. Physics and Fractal Structures. Springer-Verlag, New York.
- [4] Burrough, P. A., 1981. Fractal dimensions of landscapes and other environmental data. Nature 294:240-242.
- [5] Tyler, S.W. y Wheatcraft, S.W., 1989. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. Soil Sci. Soc. Am. J., 53: 987-996.
- [6] Tyler, S.W. 1990. Fractal applications to soil hydraulic properties. PhD. Thesis, Nevada, Reno, USA.
- [7] Rieu, M. y Sposito, G., 1991a. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I.Theory. Soil Sci. Soc. Am. J., 55: 1231-1238.
- [8] Folorunso, O. A., Puente, C. E., Rolston, D. E., y Pinzon, J. E., 1994. Statistical and fractal evaluation of the spatial characteristics of soil surface strength. Soil Sci. Soc. Am. J. 58: 284-294.
- [9] Liu, H. H., y Molz, F. J. (1997). Multifractal analyses of hydraulic conductivity distributions. Water Resources Research 33: 2483-2488.
- [10] Grout, H., Tarquis, A. M., y Wiesner, M. R., 1998. Multifractal analysis of particle size distributions in soil. Environ. Sci. Technol. 32: 1176-1182.
- [11] Martín, M. A. y Taguas, F. J., 1998. Fractal modelling, characterization and simulation of particle-size distributions in soil. Proc. R. Soc. Lond. A 454: 1457-1468.
- [12] Peitgen, H.-O., Jürgens H., y Saupe D., 1992. Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. Springer Verlag. New York.
- [13] Rieu, M. y Sposito, G., 1991b. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: II. Applications. Soil Sci. Soc. Am. J. 55: 1239-1244.
- [14] Anderson, A.N. y McBratney, A.B., 1995. Soil aggregates as mass fractals. Aust. J. Soil Res., 33: 757-772.
- [15] Logsdon, S.D., Allmaras, R.R., Wu, L., Swan, J.B. y Randall, G.W., 1990. Macroporosity and its relation to saturated hydraulic conductivity under different tillage practices. Soil Sci. Soc. Am. J., 54: 1096-1101.
- [16] Brakensiek, D.L., Rawls, W.J., Logsdon, S.D. and Edwards, W.M., 1992. Fractal description of macroporosity. Soil Sci. Soc. Am. J., 56: 1721-1723.

- [17] Muller, J., 1994. Characterization of the North Sea chalk by multifractal analysis. *Journal of Geophysical Research* 99 No.B4: 7275-7280.
- [18] Wu, Q., Borkovec, M. y Sticher, H., 1993. On particle-size distribution in soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57: 883-890.
- [19] Bittelli, M., Campbell, G. S., y Flury, M., 1999. Characterization of particle-size distribution in soils with a fragmentation model. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 63: 782-788.
- [20] Tyler, S.W. y Wheatcraft, S.W., 1992. Fractal scaling of soil particle-size distribution: analysis and limitations. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56: 362-369.
- [21] Kozak, E., Pachepsky, Ya., Sokolowski, S., Sokolowska, Z. y Stepniewski, W., 1996. A modified number-based method for estimating fragmentation fractal dimensions of soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 60: 1291-1297.
- [22] Rasiyah, V., Kay, B.D. y Perfect, E., 1993. New mass-based model for estimating fractal dimensions of soil aggregates. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57: 891-895.
- [23] Eghball, B., Mielke, L.N., Calvo, G.A. y Wilhelm, W.W., 1993. Fractal description of soil fragmentation for various tillage methods and crop sequences. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57: 1337-1341.
- [24] Giménez, D., Allmaras, R.R., Huggins, D.R. y Nater, E.A., 1998. Mass, surface, and fragmentation fractal dimensions of soil fragments produced by tillage. *Geoderma* 86: 261-278.
- [25] Filgueira, R. R., Fournier, L. L., Sarli, G. O., Aragón, A., y Rawls, W. J., 1999. Sensitivity of fractal parameters of soil aggregates to different management practices in a Phaeozem in central Argentina. *Soil and Tillage Research* 52: 217-222.
- [26] Burrough, P. A., 1983. Multiscale sources of spatial variation in soil. I. The application of fractal concepts to nested levels of soil variation. *Journal of Soil Science*, 34:577-597.
- [27] Loehle, C., y Li, B.-L., 1994. Statistical properties of ecological and geologic fractals. *Ecological Modelling* 85: 271-284.
- [28] Kravchenko, A., Boast, C. W., y Bullock, D. G., 1999. Multifractal analysis of soil spatial variability. *Agronomy Journal* 91: 1033-1041.
- [29] Mallants, D., Mohanty, B. P., Vervoort, A., y Feyen, J., 1997. Spatial analysis of saturated hydraulic conductivity in a soil with macropores. *Soil Technology* 10: 115 - 131.
- [30] Evertsz, C. J. y Mandelbrot, B. B., 1992. Multifractal measures. p. 922-953 *In: Peitgen, H.-O., H. Jürgens, y D. Saupe, 1992. Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. Springer Verlag. New York.*
- [31] Chhabra, A. B., Meneveau, C., Jensen, R. V., y Sreenivasan, K. R., 1989. Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum and its application to fully developed turbulence. *Physical Review A*. 40: 5284-5294.
- [32] Posadas, D.A.N., Gimenez, D., Bittelli, M., Vaz, M.P.C. and Flury, M. 2001. Multifractal Characterization of Soil Particle-Size Distributions *Soil Sci Soc Am J.*, 65: 1361
- [33] Posadas, D.A.N., Gimenez, D., Quiroz, R. and Protz, R. 2003. Multifractal Characterization of Soil Pore Systems. Accepted to be published in *Soil Sci Soc Am J.*