

MODELIZACIÓN Y SIMULACIÓN DE PROCESOS METALÚRGICOS: FLOTACIÓN, FILTRACIÓN, LIXIVIACIÓN Y ESPESAMIENTO

MODELLING AND SIMULATION OF METALLURGICAL PROCESSES: FLOTATION, FILTRATION, LEACHING AND THICKENING

Daniel Lovera*, Amelia Coronado*, Vladimir Arias*, Janet Quiñones*, Luis Puente*, Jhonny Herrera*, Carlos Malpartida*, Jorge Diego*, Orlando Ipanaque*, Pedro López*

RESUMEN

En estos últimos años se vienen intensificando el uso de modelos fenomenológicos en la interpretación y diseño de software de los procesos metalúrgicos. En la presente investigación se muestra una serie de pruebas experimentales de minerales polimetálicos, los cuales han sido sometidos a los procesos de Flotación, Filtración, Lixiviación y Sedimentación.

Se muestra la modelización matemática de dichos procesos, el procesamiento y simulación de la data experimental mediante los modelos respectivos. Se trata de contrastar con datos de plantas metalúrgicas para sus validaciones respectivas.

Todos estos resultados servirán para un mejor planeamiento y control de las variables industriales en planta concentradora.

Palabras clave: Procesos metalúrgicos, modelos matemáticos, metalúrgica, simulación de procesos.

ABSTRACT

Over the last years, using phenomena models in interpreting and designing of software in metallurgical processes has been increasing. In this present research, a series of experimental test with polymetallic minerals is shown, which have been submitted to Flotation, Filtration, Leaching and Sedimentation processes.

Mathematic modelling of such processes is shown, as well as the processing and simulation of the experimental data through the respective models. It is intended to contrast them with data from metallurgical plants for their respective validations.

All these results will be used for a better planning and control of industrial variables in a concentrating plant.

Keywords: Metallurgical processes, Mathematical models, Metallurgical, Processes simulation.

1. INTRODUCCIÓN

Entre las múltiples facetas que los fenómenos de transporte en sistemas particulados ofrecen, está el punto de vista científico, así como también una gama de aplicaciones tecnológicas.

Se plantean modelos matemáticos como una extensión de la mecánica del medio continuo para contemplar las mezclas; las leyes básicas de la conservación, que forman el núcleo de la teoría de transporte de mezclas, fueron establecidas por Truesdell (1957) y generalizadas más tarde por

* Grupo de investigaciones metalúrgicas del Instituto de Investigación, Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica, IIGEO-Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
E-mail: iiigeo@unmsm.edu.pe

Kelly (1964). Partiendo de estas ecuaciones y del crecimiento de la entropía en forma de desigualdades de Clausius-Duhem, diversos autores desarrollaron la denominada *Teoría de mezclas*, capaz de describir diferentes fenómenos como la difusión molecular, las reacciones químicas, el escurrimiento de fluidos en medios porosos (Crochet y Naghdi, 1966; Muller, 1971; y Silva Telles e Fernández, 1973). [1,2]

En el procesamiento de minerales, los equipos de separación sólido/ líquido son los más usados en el tratamiento de colas de procesos de flotación o hidrometalúrgicos y de concentrados minerales para su posterior filtración.

Los fundamentos y aplicaciones para dar solución al problema de sedimentación, han sido extensamente desarrollados y estudiados en un comienzo por Mishler (1912) y Coe Clevenger (1916) en la operación continua de un espesador.

Kynch (1952) presentó la primera teoría de sedimentación, dando una nueva base para nuevos métodos de diseño, el de Talmage, Fitch y otros. La mayor parte de los trabajos de investigación de espesamiento han sido de naturaleza empírica, y los estudios teóricos publicados se basan en analogías con otros procesos en vez de descripciones fenomenológicas.

Varios autores han propuesto modelos que describen estos fenómenos, entre ellos: Shirato *et al.* (1970), Adorjan (1975), Kos (1977), D'Ávila (1976), Sampaio (1978), Concha y Barrientos (1980), Hill *et al.* (1981), Been y Sills (1981), Tiller y Khatib (1984), Buscall y White (1987), Azurais *et al.* (1988), Concha, Bustos, Oelker y Wendland (1993). [3]

Se han desarrollado investigaciones con propuesta de modelos de lixiviación por diversos autores, así por mencionar: Osseo-Asare *et al.* (1984), Habashi (1967), Wadsworth (1989), Levenspiel (1972), Lapidus (1992), Kameda (1980), Padilla *et al.* (1997), entre otros. [4]

2. MODELIZACIÓN MATEMÁTICA [5]

Los modelos se usan para estudiar, planificar, diseñar o controlar el prototipo. En la mayor parte de los casos, la modelación reduce costos, riesgos, y tiempo de ejecución de tareas.

En un modelo matemático, la representación del prototipo es simbólica, en términos matemáticos, incluyendo variables, parámetros y relaciones como ecuaciones o desigualdades.

Los usos comunes de modelación incluyen observación y explicación, planificación, diseño de ingeniería, optimización y diseño, análisis, control operacional e investigación científica.

2.1. Clasificación de modelos matemáticos determinísticos

Dentro de los modelos matemáticos determinísticos se consideran los siguientes tipos:

- a) **Modelos de fenómenos de transporte.** Estos modelos provienen de principios físico-químicos y constituyen la mayoría de los modelos utilizados por los ingenieros.
- b) **Modelos de balance poblacional.** Estos modelos usan un tipo especial de balance para el número de entidades contables, denominado balance de población, y son particularmente apropiados para describir sistemas particulados.
- c) **Modelos empíricos.** Son modelos que utilizan ajuste empírico de datos.

2.2. Ecuación de balance de masa, momentum y energía

El principio básico en que se fundamentan estos modelos es el concepto del *balance de masa, momentum y energía*. Cada balance puede expresarse en palabras como sigue:

$$\{\text{Acumulación neta en el volumen del sistema}\} = \{\text{Transporte neto de entrada al sistema}\} - \{\text{Transporte neto de salida del sistema}\} + \{\text{Generación neta en el volumen del sistema}\} - \{\text{Consumo neto en el volumen del sistema}\}.$$

2.3. Flotación

Uno de los primeros trabajos sobre cinética de flotación en el que se destaca es en una flotación semi-batch (García-Zúñiga), la fracción de sólidos no flotables remanentes en una celda de flotación, decae con el tiempo.

$$R = R_0 (1 - \exp(-kt)) \quad \text{Ecuación García -Zúñiga}$$

Cabe destacar el modelo propuesto por Klimpel, especialmente por el énfasis que pone este autor en la utilidad del cálculo de k para la evaluación y selección de reactivos de flotación, el modelo propuesto es el siguiente:

$$R = R_0 \{1 - (1/kt) [1 - \exp(-kt)]\} \quad \text{Ecuación de Klimpel (2, 0)}$$

Se han desarrollado muchas investigaciones en flotación, destacándose los autores Fuerstenau (1972), Sutulov (1979), Raghavan (1984), Shirley (1979), Dobby (1987), Yoon (1989), Beas y Crozier (1992), Castro et al. (1993), Castro y Mayta (1994), entre otros. [6]

2.4. Filtración

Aplicando el balance de masa a la torta, a los medios filtrantes y del filtrado se obtiene el siguiente modelo:

$$\frac{t}{V_f(t)} = \frac{R_m \mu}{S \Delta p_e} + \frac{\mu}{2S^2 p \Delta_e} \frac{\phi_0}{(1 - \phi_0 - \epsilon_0) k(\epsilon_0)} V_f(t) \quad (3.0)$$

$$R_m = a \times \frac{\Delta p_e S}{\mu} \quad (4.0)$$

$$k(\epsilon_0) = \frac{1}{b} \times \frac{\mu}{2S^2 p \Delta_e} \frac{\phi_0}{1 - \phi_0 - \epsilon_0} \quad (5.0)$$

$$R_m = l_m / k_m \quad (6.0)$$

2.5. Espesamiento

Realizando balances de masa y momentum lineal se llega al siguiente modelo para el espesamiento:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (q(t) + f_{bk}(\phi)) = \frac{\partial}{\partial z} \left(f_{bk}(\phi) \frac{\sigma_c(\phi)}{\Delta \rho g \phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (7.0)$$

$$f_{bk}(\phi) = u_{\infty} \phi (1 - \phi)^c \quad (8.0)$$

$$\sigma_c(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{para } \phi < \phi_c \\ \alpha \exp(\alpha \phi) & \text{para } \phi \geq \phi_c \end{cases}$$

ϕ_c = concentración crítica

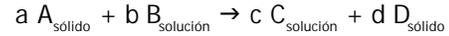
Comparación global de modelos para velocidad de sedimentación		
Función ϕ	Modelo matemático	Nombre
ϕ	$V_s = C \cdot \phi^2$	Ecuación LP
$(t)\phi$	$V_s = U \cdot (1 - \phi)^n$	Richardson y Zaki
$(1 - \phi/\phi_c)$	$V_s = U \cdot (1 - \phi/\phi_c)^m$	Michaels y Bolger
ϕ	$V_s = b \cdot \phi^c$	Wilhelm y Hada
$(1/\phi_c) \cdot \phi_c$	$V_s = K \cdot (1/\phi - 1/\phi_c)^r$	Hogg y Furnival

Referencia [7]

2.6 Lixiviación

Prosser menciona que un período importante en el desarrollo de un mecanismo para la reacción de la lixiviación es la selección de una ecuación modelo para el rango de datos.

Consideremos una reacción sólido-líquido del siguiente tipo:



El proceso global de reacción puede involucrar las siguientes etapas individuales y sus respectivos modelos matemáticos:

• **Transporte de masa en la capa límite**

$$1 - (1 - \alpha)^{2/3} = K_m t \quad (9.0)$$

$$K_m = K_m(T, r_o, [CuCl_2]) \quad (10.0)$$

• **Reacción química de la superficie**

$$1 - (1 - \alpha)^{1/3} = k_c t \quad (11.0)$$

$$K_c = K_c(T, r_o, [CuCl_2]) \quad (12.0)$$

• **Transferencia de masa en productos de capa porosa**

$$1 - 2\alpha/3 - (1 - \alpha)^{2/3} = k_d t \quad (13.0)$$

$$K_d = K_d(T, r_o, [CuCl_2]) \quad (14.0)$$

MODELO ESTOCÁSTICO

$$(1 - \alpha)^{-2/3} - 1 = k_{ST} t \quad (15.0)$$

3. EXPERIMENTACIÓN

Se desarrollaron distintas pruebas experimentales para minerales sulfurados de cobre de distintas mineras nacionales, como también extranjeras.

Mostramos resultados de las pruebas con sus respectivas simulaciones para operaciones y procesos metalúrgicos.

3.1 Simulación de datos de flotación

Se han flotado minerales sulfuros de cobre con escaso contenido de pirita, magnetita y otros minerales. El contenido promedio de cobre de

cabeza es de 1,29%; además, existe presencia de oro y plata. La gráfica de cinética mostrada está ajustada al modelo cinético de García-Zuñiga. Ver Figura N° 1.

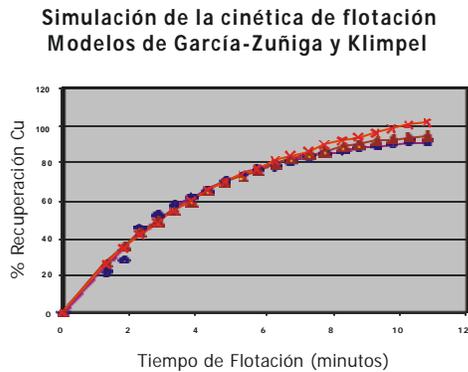


Figura N° 1. Datos experimentales y simulados de flotación del mineral sulfurado de cobre.

3.2. Simulación de datos de filtración

El mineral empleado es una calcopirita con matriz de cuarzo, con alto grado de liberación del tipo 1e,2b del tipo geométrico de intercrecimientos entre minerales. Se encuentran partículas dobles de ganga con calcopirita, calcopirita con escalerita, rutilo con ganga, pequeña presencia de goetita, partículas libres a malla 100 de calcopirita y ganga. Ver Figura N° 2.

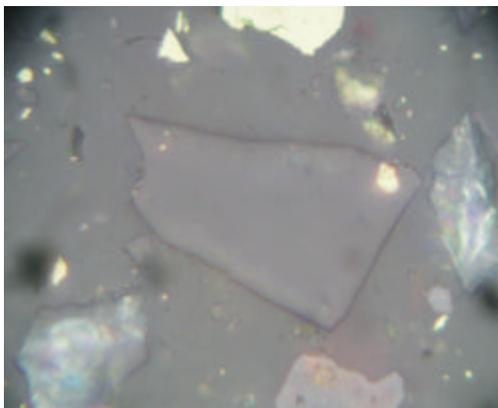


Figura N° 2. Microfotografía óptica del mineral sulfurado de cobre.

Se han desarrollado pruebas de filtración del mineral con los resultados que se aprecian en la Figura N° 3.

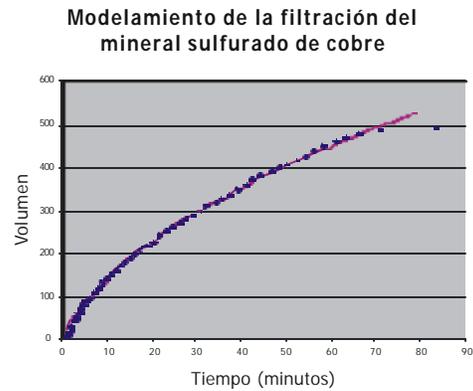


Figura N° 3. Datos experimentales y simulados de filtración de un mineral sulfurado de cobre.

3.3. Simulación de datos de lixiviación

Se trabajó con un concentrado de pirita aurífera procedente del sur del país (Arequipa). El análisis químico del concentrado de cabeza se muestra a continuación:

Au = 5.344 oz/tc S = 42,03%

Ag = 5.156 oz/tc Fe = 38,08%

Cu = 3,24%

El análisis mineralógico del concentrado muestra que la pirita es el mineral más abundante, también hay pequeñas cantidades de calcopirita, así como también hay presencia de argentita, y el oro se encuentra encapsulado entre estas especies.

Se han desarrollado corridas experimentales con la obtención de la ecuación cinética de los resultados mostrados en la Figura N° 4.

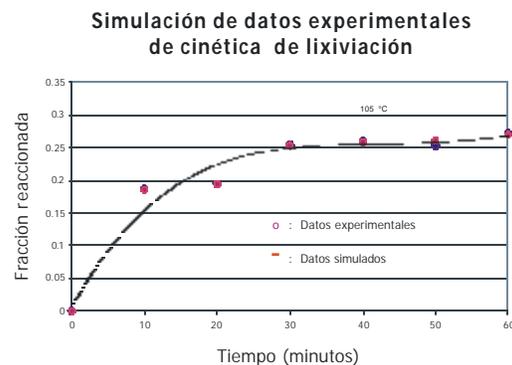


Figura N° 4. Datos experimentales y simulados de un mineral aurífero.

3.4. Simulación de datos de espesamiento

Mostramos resultados de simulaciones de velocidad de sedimentación, densidad de flujo de sólidos y los perfiles de concentración para espesadores continuos convencionales. [7, 8]

3.4.1. Velocidad de sedimentación

Se han llevado a cabo pruebas experimentales de sedimentación, de los cuales se ha evaluado la velocidad de sedimentación de relaves floculados para una dosis de floculante de 3 g/TMS, obteniéndose una data experimental que facilitó simular con los distintos modelos existentes. Ver Figura N° 5.

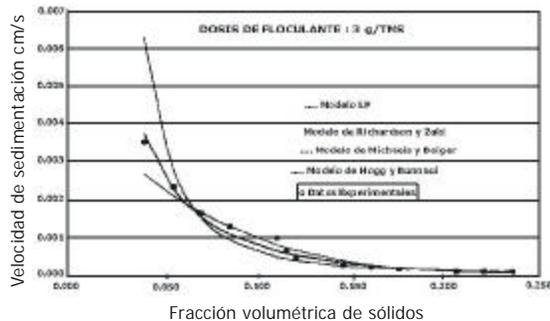


Figura N° 5. Comparación de modelos de la velocidad de sedimentación y fracción volumétrica de sólidos.

3.4.2. Densidad de flujo de sólidos

Asimismo, se ha evaluado la función de densidad de sólidos de relaves floculados para una dosis de floculante de 6 g/TMS, obteniéndose una data experimental que nos facilitó simular con los distintos modelos existentes. Ver Figura N° 6 y 7.

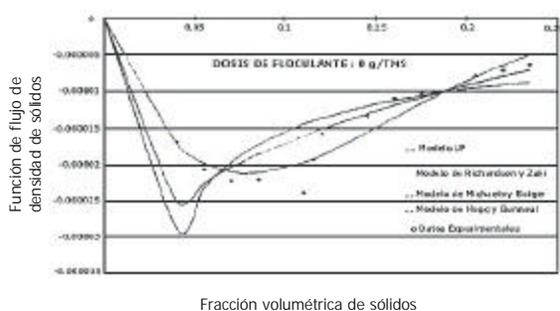


Figura N° 6. Comparación de modelos: Densidad de flujo de sólidos y fracción volumétrica de sólidos.

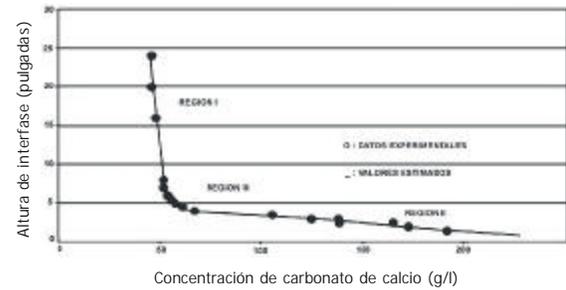


Figura N° 7. Perfil de concentraciones mostrando las tres regiones de sedimentación.

4. CONCLUSIONES

- La importancia de emplear modelos matemáticos para la simulación de procesos y operaciones metalúrgicas.
- Estas simulaciones servirán para un mejor planeamiento y control de las variables industriales en plantas concentradoras.
- También, estos modelos fenomenológicos darán soporte a la interpretación y diseño de softwares de los procesos metalúrgicos.

5. AGRADECIMIENTOS

A la Escuela Académico Profesional de Ingeniería Metalúrgica, a nivel de pre y postgrado; al Consejo Superior de Investigaciones CSI y al Instituto de Investigación IIGEO de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos por el apoyo brindado al Proyecto de investigación N° 051601021.

6. BIBLIOGRAFÍA

1. G. Massarani (2002). *Fluidodinámica de sistemas particulados*. 2a ed., Río de Janeiro.
2. F. Concha (1994). *Mecánica del medio continuo*. Universidad Concepción, Chile.
3. R. Valenzuela (1994). *Determinación simultánea de las ecuaciones constitutivas para el esfuerzo efectivo de sólidos y la permeabilidad de suspensiones floculadas*. Universidad de Concepción, Chile.
4. R. M. Luna, G. T. (2000). *Lapidus, Cyanidation kinetics of silver sulfide, Hydrometallurgy*. 171-188.
5. R. Padilla, M. C. Ruiz (1996). *Modelamiento de procesos hidrometalúrgicos*. Universidad de Concepción.

6. S. H. Castro, P. E. Mayta (1994). *A kinetics approach to the effect of particle size on the flotation of molybdenite*. IV Meeting of the Southern Hemisphere on Mineral Technology.
7. D. Lovera (1998). *Modelación y simulación del proceso cinemático y dinámico de sedimentación*. UNMSM, Perú.
8. D. Lovera (2005). *Curso operaciones y procesos metalúrgicos III*. Ingeniería Metalúrgica - UNMSM.