

Calibración del Modelo Numérico Semi Implícito Tridimensional, SI3D, de Transporte y Flujo Hidrodinámico, para el estudio del lago Titicaca

Calibration the Numerical Model Semi Implicit Three Dimensional, SI3D, of Transport and Flow Hydrodynamic, for study of Lake Titicaca

César Aguirre Céspedes¹ y Jaime Vento Flores²

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

RESUMEN

El modelo numérico Semi Implícito Tridimensional SI3D, fue originalmente desarrollado en el Servicio Geológico de Estados Unidos, en la Universidad de California, Davis, USA, ampliado y adaptado en la Universidad de Granada España, para ejecutarse en arquitecturas paralelas. El modelo fue aplicado al lago Tahoe (California), hemisferio norte, latitud mayor a 30°, donde el gradiente térmico de la columna de agua fue mayor a 10°C, con resultados aceptables, (Rueda et al. 2003). El lago Titicaca, es un lago andino tropical (3810 msnm) del hemisferio sur (16°S), donde el gradiente térmico fue menor a 5°C, y presentó una estratificación débil pero duradera la mayor parte del año. El objetivo del trabajo, fue calibrar el modelo SI3D, y adaptar la configuración a las condiciones del lago Titicaca. La calibración del modelo se basó en ajustar sistemáticamente parámetros físicos de datos observados con mayor incertidumbre, hasta que los perfiles de temperatura del agua, con datos simulados y medidos, coincidieron aceptablemente. Se comparó estos datos usando métodos estadísticos de confianza, calculando errores menores a 18%. El modelo no simuló bien los primeros 50 m de profundidad, debido a que los procesos de transferencia de calor no fueron bien modelados. Mientras que los procesos observados entre 50 y 80m de profundidad fueron reproducidos aceptablemente.

PALABRAS CLAVE: Modelo numérico, calibración, perfiles de temperatura, isoterms.

ABSTRACT

The three-dimensional numerical model Semi Implicit, SI3D, was originally developed in the United States Geological Survey, in the University of California, Davis, USA, expanded and adapted in the University of Granada Spain, to run on parallel architectures. The model was applied to lake Tahoe (California), northern hemisphere, with higher latitudes 30°, where the thermal gradient in the water column was higher at 10°C, with acceptable results (Rueda et al. 2003). The lake Titicaca, it is an the andean tropical lake (3810 msnm), in the southern hemisphere (16°S), where the thermal gradient was less of 5°C, and he presented a weak stratification but lasting most of the year. The object of the work was calibrate the model SI3D, and adapt the configuration to the conditions of lake Titicaca. Model calibration was based on systematically adjust physical parameters of observed data with greater uncertainty, until the water temperature profiles, simulated and measured coincide acceptably. This data was compared using statistical methods trusted, by calculating minor errors to 18%. The model does not simulate well the first 50m deep, because the heat transfer processes were not well modeled. While the processes observed between 50 and 80m depth were reproduced acceptably.

KEYWORDS: Numerical model, calibration, temperature profiles, isotherms.

Recibido: 14/09/2015

Aprobado: 30/10/2015

1 Facultad de Ciencias Físicas, <caguirrec@unmsm.edu.pe>

2 Facultad de Ciencias Físicas, <jventof@unmsm.edu.pe>.

Introducción

El presente trabajo fue realizado con equipos del Laboratorio de Limnología Física (LaLF) de la Facultad de Ciencias Físicas, y con el apoyo del personal técnico del Proyecto Especial del Lago Titicaca (PELT), en las mediciones *in situ*.

El estudio de los fluidos experimentó un avance espectacular en las últimas décadas, debido al desarrollo de los ordenadores de escritorio. Esta herramienta permitió resolver ecuaciones diferenciales que se resistían a una solución analítica, usando métodos numéricos. Este método reemplazó los diferenciales por intervalos, y resolvió simultáneamente ecuaciones algebraicas con la ayuda de un ordenador. Los resultados obtenidos fueron aproximados y dependían del número de interacciones que podía realizar el ordenador, el tamaño de la malla, y el paso de tiempo.

El Modelo SI3D es una herramienta que permite mejorar la resolución espacial y temporal de observaciones de campo, analizar la sensibilidad de variables difíciles de caracterizar e investigar hipótesis causa efecto, (Román R. 2011).

Materiales y métodos

Modelo Semi Implícito Tridimensional, SI3D, para flujo y transporte

El modelo resolvió la ecuación de Conservación de Masa (Continuidad) para fluidos incompresibles, las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas para la Conservación del Momento, usando la descomposición de Reynolds, mediante el método de diferencias finitas, y de forma acoplada, las ecuaciones de masa y temperatura. Las ecuaciones fueron simplificadas, suponiendo la presión como hidrostática y las variaciones de densidad relevantes solo en los términos gravitatorios y no en los

flujos de masa, momento (aproximación de Boussinesq), y en las ecuaciones de transporte de escalares (temperatura, salinidad o sólidos en suspensión). La evolución de la superficie libre, fue derivada de la integración vertical de la ecuación de Continuidad, aplicando la condición cinemática de frontera. El modelo simulará variaciones espaciales y temporales de variables como la temperatura, salinidad y velocidad, en sistemas estratificados. El modelo es condicionalmente estable, debido a la discretización explícita en el espacio y tiempo de la ecuación de Momento para fluidos estratificados, y por lo tanto, la estabilidad numérica dependía del paso de tiempo Δt , según la condición de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), y del tamaño óptimo de celda de la malla Δx . Los resultados del modelo fueron confiables si los valores de CFL eran menores que la unidad, principalmente en la dirección horizontal. El modelo no estimó directamente los términos del esfuerzo vertical de Reynolds en las ecuaciones del momento y transporte para modelar la mezcla turbulenta, si no que aplicó una aproximación unidimensional de mezcla entre capas, derivada de un balance de energía desarrollado para el modelamiento unidimensional de lagos (Imberger et al. 1982; Imberger et al. 1989).

El modelo unidimensional comparó la energía disponible para la mezcla (EA), de la mezcla convectiva y del esfuerzo del viento, con el incremento de la energía potencial requerida para la mezcla (ER), aplicándolo capa a capa en cada columna de agua. Si la energía disponible era mayor a la requerida, existe mezcla, producto principalmente de dos efectos: mezcla convectiva de gradientes inestables de densidad, que reduce la energía potencial y libera energía cinética turbulenta (ECT), o mezcla de gradientes estables de densidad que disipan energía cinética turbulenta e incrementan la energía potencial. Por lo tanto aplicó un modelo unidimensional (1D) en cada columna de agua para resolver

el transporte vertical turbulento, y para resolver el efecto dinámico tridimensional de ECT disponible para la mezcla, empleó un modelo de transporte, (Hodges et al. 2000).

Los flujos de calor en la interface agua-atmósfera fueron estimados mediante expresiones paramétricas que tienen en cuenta las variables atmosféricas, y la transferencia de energía a través de la superficie, separada en componentes no penetrativas: radiación de onda larga, calor sensible y el calor latente; y componente penetrativa: radiación de onda corta. Los efectos no penetrativos fueron introducidos como fuentes de temperatura en la capa superficial, mientras el efecto penetrativo siguió la ley de Beer-Lambert introduciendo energía térmica capa a capa. Las ecuaciones se escribieron en coordenadas cartesianas como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{01}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - f &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \\ \frac{g}{\rho_0} \int_z^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \tag{02}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \\ \frac{g}{\rho_0} \int_z^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \tag{03}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_H \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(D_H \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_V \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial I}{\partial z} \end{aligned} \tag{04}$$

$$\rho = \rho(T) \tag{05}$$

Donde: u, v, w, componentes del vector velocidad en las direcciones x, y, z. f, parámetro de Coriolis. ζ , elevación de la superficie libre del agua respecto al valor de referencia $z=0$. K_H y K_V , coeficientes de transferencia turbulenta del momento horizontal y vertical (viscosidad cinemática turbulenta). D_H y D_V , coeficientes de transferencia turbulenta horizontal y vertical (difusión turbulenta) por temperatura. g, aceleración de la gravedad. T, temperatura. El último término de la ecuación 4 es un término fuente-sumidero que representa la divergencia de la radiación solar I, donde c_p , calor específico del agua. ρ , variación de la densidad del agua con respecto a un valor de referencia ρ_0 . Debido a la aproximación hidrostática, se consideró que el peso de la columna de agua se equilibra perfectamente con la fuerza debido al gradiente de presión, en la ecuación de conservación del momento vertical. (Rueda et al. 2003). La atenuación de la radiación solar I con la profundidad (z), respecto al valor en la superficie libre I_0 , se modeló en función de dos escalas de longitud, $L1=0.35m$, $L2=23m$, y una constante empírica, $R=0.58$, valores típicos para una columna de agua transparente Tipo I, usando una ley de la forma (Rosati y Miyakoda. 1988).

$$I = I_0 \left[R \cdot \exp\left(-\frac{z}{L1}\right) + (1-R) \left(-\frac{z}{L2}\right) \right] \tag{6}$$

Una ecuación para ξ se obtuvo mediante integración de la ecuación de Continuidad (Ec. 1) sobre la columna de agua usando condiciones de contorno cinemática de la superficie libre,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\int_{-H}^{\zeta} u dz \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{-H}^{\zeta} v dz \right] = 0 \tag{7}$$

Aquí $z = -H(x, y)$ es la profundidad del límite inferior medida a partir de la superficie

libre no perturbado $z=0$. Las condiciones de contorno en la superficie libre, $z = \xi(x, y, t)$, fueron

$$\rho_o K_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_x, \tau_y) \quad (08)$$

$$\rho_o D_v \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = H \quad (09)$$

Donde: (τ_{ox}, τ_{oy}) , es el esfuerzo del viento en la superficie, y H_s , efecto neto de los componentes sin penetración del flujo de calor (evaporación, conducción y radiación de onda larga). Los flujos de calor (H_s) y el esfuerzo (τ_{ox}, τ_{oy}) en la superficie libre se calcularon usando una parametrización más gruesa (Kondo.1975, Liu y Schwab. 1987). En el límite inferior, $z = -H(x, y)$,

$$\rho_o K_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_x, \tau_y) \quad (10)$$

$$w|_{z=-H} = u \frac{\partial H}{\partial x} - v \frac{\partial H}{\partial y} \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = 0 \quad (12)$$

Aquí, n es la dirección normal al límite inferior y (τ_{bx}, τ_{by}) es el esfuerzo de fricción del fondo que se determinó a partir de la velocidad de fondo (u_b, v_b) por una ley cuadrática de la forma

$$(\tau_x, \tau_y) = C_d \sqrt{u_b^2 + v_b^2} [u_b, v_b] \quad (13)$$

Donde: C_d es el coeficiente de fricción del fondo, considerado constante en el modelo, (Rueda et al. 2003).

El lago Titicaca

El lago Titicaca (Fig. 1), es un lago tropical andino de América del Sur, localizado entre Perú y Bolivia (16°S) a 3810 msnm, de 284 y 105m de profundidad máxima y media. De 8559km² de superficie y 903Km³ de volumen. Está constituido por dos sub-cuencas: al norte, el lago Grande de 6542km² de superficie y 879km³ de volumen, y al sur el lago Menor, unidos por el estrecho de Tiquina de 850m de ancho y 21m de profundidad mínima. El lago Grande está unido a la bahía de Puno, [Wirrmann. 1991]. Los principales afluentes son: Ramis, Ilave, Coata, Huancané y Suhez, y un efluente el Desaguadero, (Roche et al. 1991).

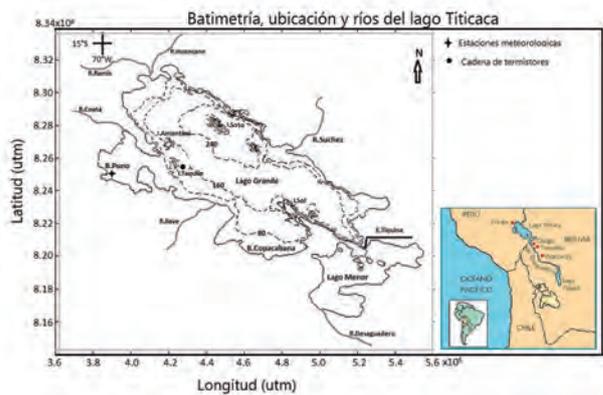


Figura 1. El lago Titicaca. Batimetría. Afluentes y efluentes. Posición de estación meteorológica, y cadena de termistores.

Estudios anteriores (Richerson. 1991), revelaron que la estructura térmica del lago Grande, presentó un patrón permanentemente estratificado entre los meses de octubre a mayo, con una capa de mezcla en los primeros 40m. La temperatura entre la capa superficial y el fondo presentó variaciones entre 1 y 3°C. La estratificación se inició en octubre, llegando al máximo en febrero, debilitándose en mayo y desapareciendo en julio y agosto. Los niveles de radiación solar aumentaron en 4% respecto al nivel del mar (Carmouze. 1991). Las dimensiones máximas del lago fue-

ron aproximadamente de 180 y 69km de largo y ancho respectivamente. El lago se denomina endorreico porque el ciclo del agua es regional, no tiene contacto fluvial con el mar. El balance hidrológico permaneció constante.

El lago Titicaca, en la actualidad, es considerado una maravilla natural del mundo. Es el habitat de muchas especies nativas únicas y en extinción, con flora y fauna de gran diversidad, sitio de anidamiento de muchas aves migratorias. Es fuente de agua dulce filtrada, y por su volumen regula la temperatura del aire de la región permitiendo condiciones climáticas menos agresivas para la vida. Sin embargo en las últimas décadas, la influencia antropogénica está afectando su conservación. Los problemas que presenta el lago, están concentradas en la zona litoral, las bahías y el lago Menor, (Northcote. 1991). La producción de grandes cantidades de agua residual que ingresa directamente o deficientemente tratadas, en particular a las bahías de Puno y Copacabana, están generando procesos de eutrofización (Robert et al. 2010). El efecto de las descargas, es el incremento de sedimentos en el fondo, floración explosiva de algas (*Lemna sp*) en la superficie, reducción en los niveles de oxígeno disuelto, y disminución de la calidad del agua.

Calibración del modelo numérico

Para calibrar el modelo se disponía de un set de datos medidos de temperatura del agua de la primera campaña, entre el 23 de abril al 10 de mayo de 2015, y otro set de datos simulados con el modelo SI3D para el mismo periodo y en la misma posición P1, en el lago Grande.

Las variables físicas calibradas fueron el coeficiente de extinción de la luz, cobertura de nubes, el parámetro de Coriolis, el tamaño de las celdas de la malla y el paso de tiempo.

Simulaciones

Para realizar simulaciones, se configuró el modelo SI3D a las condiciones del lago Titicaca (LT). Se usaron parámetros físicos considerados valores promedios típicos, de la (tabla 1).

TABLA1
Parámetros físicos promedio del LT

Parámetro	Valor constante
• Temperatura inicial del agua	15 °C
• Viscosidad dinámica del agua a 15°C	10-3 Kg(ms)-1
• Coeficiente de fricción fondo	0.002
• Coeficiente de fricción aire-agua. cw	0.0013
• Parámetro de Coriolis a 15.5°S. f	-3.89x10-5 Hz
• Cobertura de nubes. cc	0.5625
• Coeficiente de extinción. attc	0.2300m-1.
• Presión atmosférica	64376.37Pa

La batimetría del LT, se procesó en formato digital a partir de una carta de sondajes No 650 en metros, referido al promedio de 41 años de observaciones ([DHN, Perú; SHNB, Bolivia). El proceso de digitalización se inició, escaneando y geo referenciando el mapa. Se transportó el gráfico a formato dwg del programa Autocad, y se recuperó datos de profundidad en metros, coordenadas geográficas de la profundidad y línea de costa, en utm. Con la información obtenida, se obtuvo la matriz de resolución horizontal de malla $\Delta x = \Delta y = 1000m$ (Aguirre, 2009). Esta primera batimetría fue mejorada con datos proporcionados por Blanco (2012). La figura 1, muestra la batimetría del LT, con resolución horizontal $\Delta x = \Delta y = 500m$. La resolución vertical varía de acuerdo a la profundidad en que instaló cada termistor en la cadena, (Fig. 4). Se definió un sitio de control sobre el lago Titicaca, donde el modelo entregó resultados de frecuencia horaria, para poder compararse se escogió la posición de la cadena de termistores en P1 (Fig. 4). El paso de tiempo seleccionado después de varias pruebas fue de 80s, que está de acuerdo a la condición, Courant-Friedrichs-Lewy (CFL),

$$CFL = \sqrt{g^* D} \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (14)$$

Donde g^* , gravedad reducida debida a la estratificación; D , profundidad media del lago; Δx , tamaño mínimo de la malla; y $(g^* D)^{1/2}$, es una aproximación de la rapidez de la onda interna.

Comparación de datos medidos y simulados

Los resultados aproximados del modelo, se evaluó comparando los perfiles de temperatura medida y simulada, en diferentes instantes en el punto de control P1. La comparación se realizó gráficamente, observando los perfiles escogidos, las isotermas obtenidas, y mediante expresiones estadísticas de confianza como Relative Mean Absolute Error (RMAE) dado por

$$RMAE = \frac{\langle |VRc - VRm| - \Delta Rm \rangle}{\langle |VPRm| \rangle} \quad (15)$$

$$RMAE = 0 \quad (16)$$

Donde: VRm , valor medido. VRc , valor simulado. $|VPRm|$, promedio de las mediciones. ΔRm , error estimado del instrumento de medición, [Villegas et al. 2005].

Resultados y discusión

Climatología

Se obtuvo datos meteorológicos, de la estación Puno del Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú SENAMHI. Los registros de frecuencia horaria, fueron de

la magnitud y dirección del viento, radiación solar de onda corta, y temperatura del aire, para el periodo de estudio (Fig.2). El objetivo fue de usarlos como forzantes externos actuando sobre la superficie libre del lago.

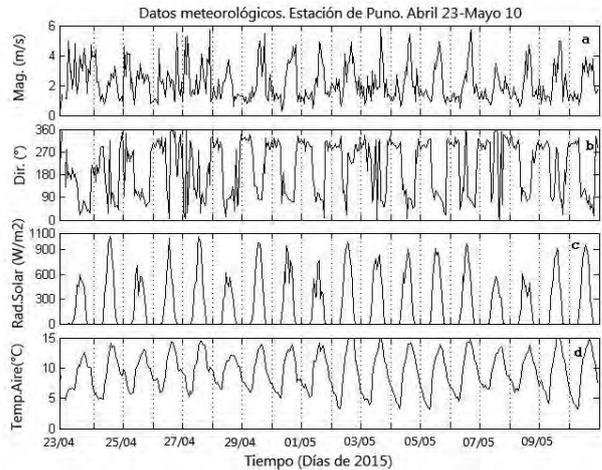


Figura 2. Datos meteorológicos de la estación Puno, para el periodo de estudio. a y b, magnitud y dirección del viento. c, radiación solar. d, temperatura del aire.

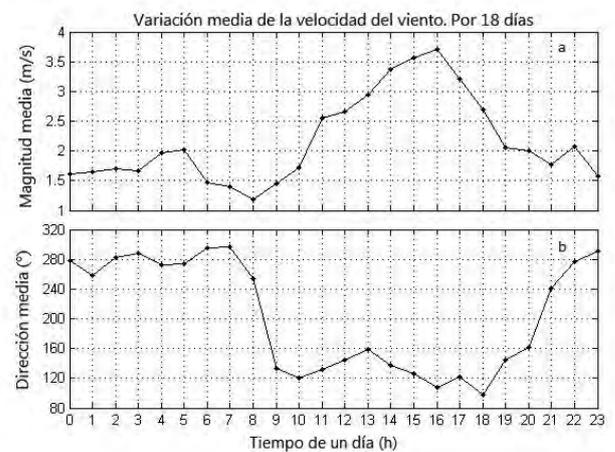


Figura 3. a. Variación media diaria de la magnitud del viento. b. Variación media diaria de la dirección del viento, para el periodo de estudio.

Los registros presentaron un patrón característico de cambios diarios, en todas las variables climatológicas. La magnitud del viento disminuyó durante la noche y parte de la ma-

ñana a un valor medio de $\langle 1.7 \text{ m/s} \rangle$, se incrementó a $\langle 3.9 \text{ m/s} \rangle$ entre las 11:00 y 18:00 h, y fue mayor a $\langle 5.5 \text{ m/s} \rangle$ entre las 14:00 y 17:00 h (Fig. 3a). La dirección preferencial del viento viene del oeste $\langle 277.5^\circ \rangle$ entre las 0:00 y 8:00 h, y cambia de dirección al sur-este $\langle 132.4^\circ \rangle$ entre las 9:00 y 20:00 h (Fig. 3b). En las noches la temperatura del aire disminuyó, por debajo de la temperatura media superficial (15°C), favoreciendo la mezcla convectiva de la capa superficial, (Fig. 2d).

Datos medidos en el lago Titicaca

Se realizó la primera campaña de campo, para medir la temperatura del agua en el lago Grande, entre el 23 de abril y 10 de mayo de 2015, al sur-este de la isla de Taquile en P1, de coordenadas geográficas 15°50.211' Sur, 69°41.649'Oeste a 125 m de profundidad. Se colocó una cadena con 20 termistores HOBO Water Tem Pro v2 (U22-001) de 0.02°C de resolución, separados como muestra la figura 4, y programados para registrar datos de temperatura del agua, cada media hora.

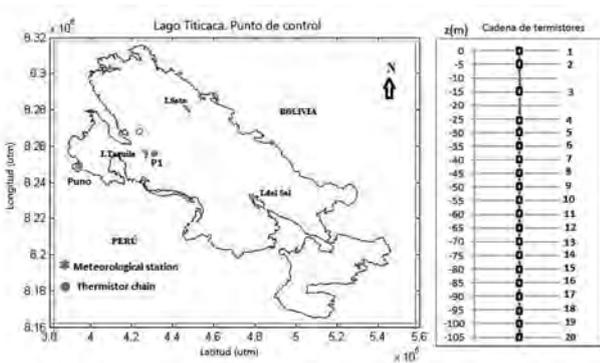


Figura 4. Posición de la cadena de termistores en P1. Estación meteorológica de Puno y profundidad de cada termistor en la cadena.

Los resultados de la campaña, se muestran en la figura 5. Los termistores 1 y 8 que correspondían a la superficie y 45 m de pro-

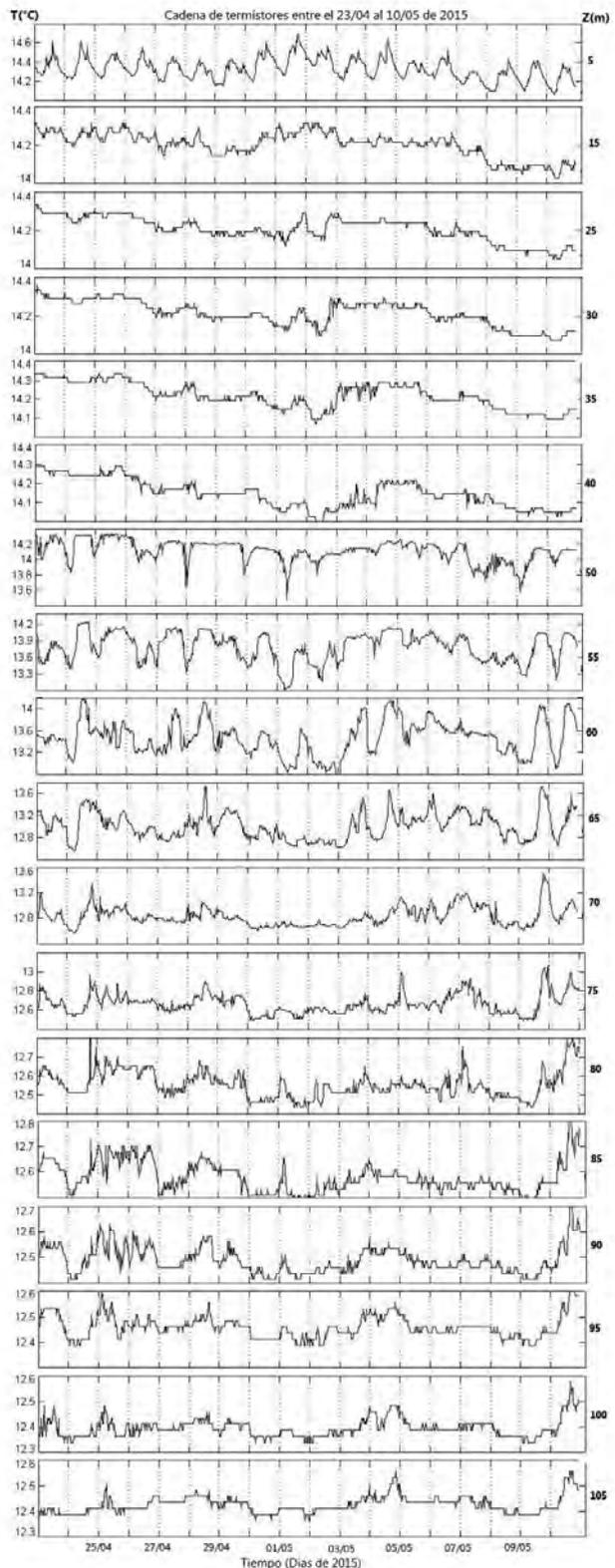


Figura 5. Registros semi horarios de los 18 termistor de la cadena ubicado en P1, en el lago Grande, durante el periodo de estudio.

fundidad, no registraron ningún dato porque, el primero fue sustraído por agentes extraños; y el segundo, no se inició correctamente al momento de programar.

A 5m de profundidad se observó oscilaciones diarias de la temperatura del agua estimado de 0.6°C , y de acuerdo a las variaciones de los datos meteorológicos. Este ciclo diario no se repite en los demás termistores. En los termistores ubicados entre 15 y 40 m de profundidad, las oscilaciones de la temperatura son pequeñas, estimado de 0.3°C . En el termistor ubicado a 50m, se observa picos dirigidos hacia el fondo y se incrementa las oscilaciones de la temperatura, hasta 1.0°C . En el termistor a 55m, la amplitud de las oscilaciones sigue incrementándose hasta 1.2°C . En el termistor a 60m, las oscilaciones aumentaron, hasta 1.5°C , siendo este el máximo. En los termistores siguientes a 65, 70, 75, 80, y 85m de profundidad la amplitud estimada de las oscilaciones disminuye como sigue: 1.2, 0.9, 0.6, 0.4 y 0.3°C respectivamente, y a 0.2°C en los termistores a 95, 100 y 105m de profundidad. Otra característica que presentan los registros de todos los termistores, es la disminución de la temperatura en el periodo de estudio, en los rangos indicados anteriormente, (Fig. 5).

Perfil de temperatura medida

Con registros de temperatura medidos al inicio (1), mitad (2), final de la campaña (3), y el promedio (p), a las 13 h, de los días 23/04; 01/05 y 10/05 de 2015 en P1, se graficaron los perfiles mostrados en la figura 6.

En los primeros 50m de profundidad, los perfiles mostraron tendencia a disminuir la temperatura de 14.4 a 14.1°C , con variaciones del orden de 0.3°C en promedio. Una explicación de la disminución de la temperatura del lago en la capa superficial, es el cambio de estación, de otoño a invierno.

Entre 50 y 80m, presentó variaciones máximas de temperatura del agua, estimadas en 1.4

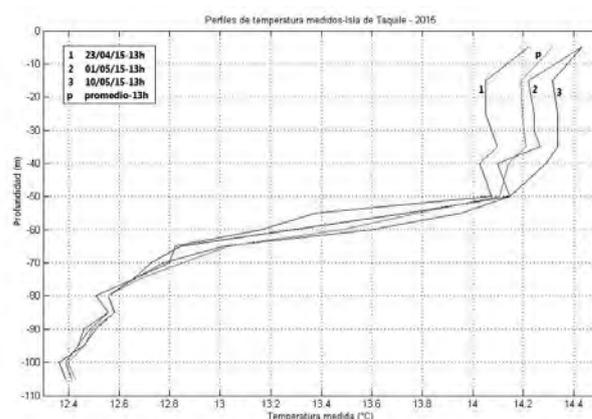


Figura 6. Perfiles de temperatura obtenidos de datos medidos en P1. (1), (2) y (3) perfiles de los días 23/04, 01/05, y 10/05 de 2015 a las 13 h. (p), perfil promedio de los 18 días a las 13 h.

$^{\circ}\text{C}$ en promedio. Los perfiles mantienen la tendencia, separando la columna de agua en tres capas: epilimnion, o capa superficial caliente de 14.3°C de temperatura promedio y 50m de espesor; metalimnion o capa intermedia de oscilación máxima de la temperatura entre 12.6 a 14.3°C y de 30m de espesor, y el hipolimnion o capa del fondo fría de 12.4°C homogénea.

Isotermas, medidas

Con registros de temperatura de la primera campaña, se interpoló los datos para obtener isotermas que permitieron observar en tiempo y espacio la estructura térmica de la columna de agua en el punto P1, (Fig. 7)

La resolución espacial mostró en los primeros 10m, oscilaciones de la isoterma de 14.4°C de acuerdo a la variabilidad diaria de datos de radiación solar. Entre 50 y 80m de profundidad, las isotermas oscilaron con varios metros de amplitud, y presentaron variaciones máximas de temperatura del agua estimadas en 1.2°C .

La resolución temporal presentó un periodo estimado de oscilación de la isoterma de 24h. Debido a las variaciones de las condiciones meteorológicas, en particular al ciclo del viento que entrega energía mecánica que se propaga capa a capa y dependiendo de la in-

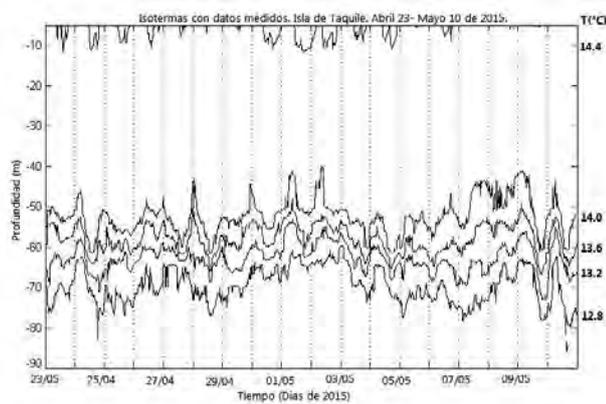


Figura 7. Variación espacial y temporal de los registros de temperatura del agua medidos, en el punto P1, en el lago Titicaca.

tensidad puede generar oscilaciones de alta y baja frecuencia. Cuando el viento sopla del Oeste, acumula agua en la orilla opuesta y cuando cesa, por gravedad se inician las oscilaciones. En la figura 3b se observa viento soplando del Oeste, entre las 00:00 y 8:00 h, (Fig. 3b), la isoterma se eleva en P1 (Fig. 7), y cuando cambia al Sur-Este entre las 10:00 y 22:00 h, la isoterma en P1 se hunde (Fig. 7).

Datos simulados con SI3D.

El modelo entrega resultados de las componentes de la velocidad de la corriente u, v y w, la temperatura, los coeficientes de viscosidad y difusión, con frecuencia horaria en P1. Con estos datos se elaboran perfiles de temperatura simulados en los días y hora obtenidos para los perfiles medidos.

Perfiles de temperatura simulados en P1

La figura 8 muestra la temperatura (eje x) y profundidad (eje y), de la columna de agua, en P1. Se presenta cuatro perfiles de temperatura simulados, al inicio (1), mitad (2), final de la simulación (3), y el promedio (p), de las 13h, en las mismas fechas de los perfiles medidos.

Los primeros 30m de profundidad muestran un comportamiento opuesto al

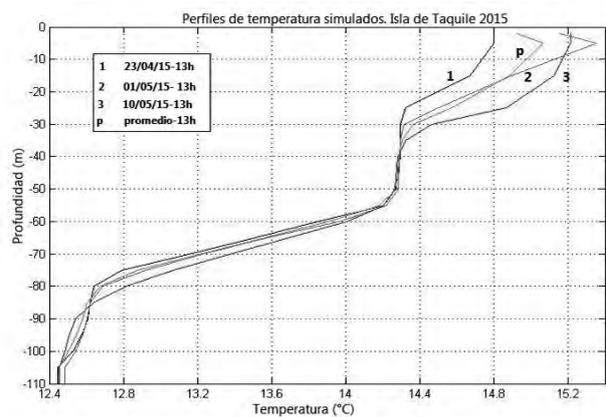


Figura 8. Perfiles de temperatura simulados, obtenidos de los datos entregados por el modelo en P1. (1), (2) y (3) perfiles de los días 23/04, 01/05, y 10/05, a las 13 h de 2015. (p) perfil promedio elaborado con datos de todo el periodo de estudio, a las 13 h de 2015.

perfil medido. La temperatura se incrementa de 14.8 a 15.2°C, con $\Delta T = +0.4$ °C. El modelo no refleja adecuadamente la transferencia de calor por radiación solar y energía mecánica del viento.

Entre 30 y 50m la temperatura permanece constante, con $\Delta T=0$ °C. Este comportamiento no es observado en los perfiles medidos.

Entre 50 y 80m de profundidad, los perfiles presentaron máxima variación de temperatura, con $\Delta T=1.49$ °C. En este caso, el modelo reproduce aceptablemente la profundidad y variación máxima de temperatura, en concordancia con los perfiles medidos.

Isotermas simuladas

La figura 9 muestra isotermas obtenidos mediante interpolación de datos entregados por el modelo en P1. El resultado es la estructura térmica de la columna de agua. La resolución espacial muestra en los primeros 10m, oscilaciones de la isoterma de 15.2°C de acuerdo al ciclo diario de datos meteorológicos, en particular debido a las radiación solar.

Hundimiento de la isoterma de 14.8°C desde la superficie hasta 25m de profundidad

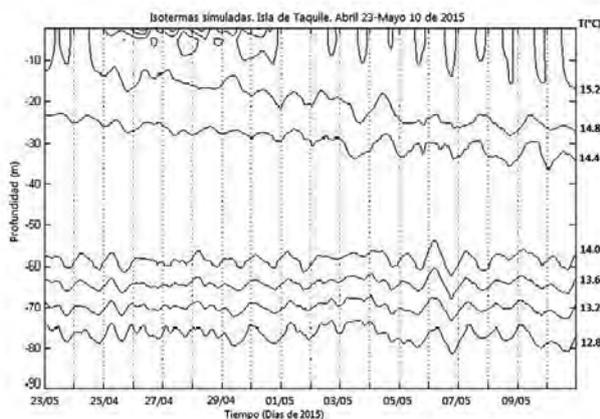


Figura 9. Variación espacial y temporal de la temperatura simulada del agua en el punto P1, en el LT.

estimada, y la isoterma de 14.4°C desde 24 a 34m. Debido a que el modelo está introduciendo mayor energía térmica.

Entre 50 y 80m de profundidad, se observó oscilaciones de las isotermas de varios metros de amplitud, y variación máxima de la temperatura de 1.2°C. El modelo reproduce aceptablemente este resultado.

La resolución temporal presentó un periodo de oscilación de las isotermas estimada, de 24h.

La comparación gráfica de los perfiles de temperatura y las isotermas mostraron diferencias notables en los primeros 50m de profundidad. Los medidos mostraron tendencia de pérdida de calor de esta capa, mientras que la simulada absorción de calor. Es probable que el modelo no esté resolviendo adecuadamente los sumideros y fuentes de calor expresados en la ecuación 4, relacionados con la atenuación de la radiación solar. Otra posible explicación sería que los datos meteorológicos usados como forzantes, están muy lejos del punto P1.

Comparaciones estadísticas

El cálculo RMAE (Ec. 15 y 16) para los datos medido y simulado de los cuatro perfiles, se presentan en la tabla 2.

TABLA2
Comparación entre perfiles medidos y simulados, a las 13 h en las fechas listadas

Fecha	RMAE	%
(1) 13/04/15	0.1800	18.00
(2) 01/04/15	0.1879	18.79
(3) 10/04/15	0.1871	18.71
(p) Promedio	0.1709	17.09

La comparación de sets de datos presentó errores menores a 18%, sin considerar los resultados de los primeros 50m de profundidad, donde el modelo no resuelve bien. Sin embargo, por debajo de los 50 m de profundidad se puede considerar aceptable los resultados del modelo, tanto gráficamente como estadísticamente.

Conclusiones

La calibración del modelo SI3D, fue realizado sometiendo al modelo a variaciones sistemáticas de los parámetros físicos constantes listados en la tabla 1, concluyendo que serán los que se usarán en el modelo, para el estudio del lago Titicaca.

De las comparaciones entre resultados medidos y simulados realizados gráficamente mediante perfiles, isotermas, y estadísticamente, se concluye que es necesario identificar y modificar los procesos físicos modelados que estarían influenciando en la diferencia entre los resultados medidos y simulados, en los primeros 50m de profundidad. El modelamiento de la capa superficial es una de los puntos críticos de los modelos desarrollados por diferentes instituciones. Los procesos físicos que intervienen en la interface agua atmosfera son muy sensibles a las variaciones de los factores externos, como los datos meteorológicos.

La calibración de los parámetros como el tamaño de las celdas de la malla $\Delta x = \Delta y = 500m$, número de capas verticales y paso de tiempo $\Delta t = 80s$, fueron aceptables y serán usadas en el estudio del lago Titicaca.

Se desarrolló un procedimiento para determinar parámetros geométricos y temporales utilizados en el modelamiento numérico, comparando valores medidos y simulados, obteniendo resultados aceptables en rangos de profundidades mencionados. Estos procedimientos serán usados cada vez que se requiera modelar un dominio diferente.

Referencias bibliográficas

- AGUIRRE, César (2009). Simulación numérica de la hidrodinámica del lago Titicaca, frente a las costas de la Ciudad de Puno, en el Perú. Tesis de Maestría.
- BLANCO, José (2011). Desafíos para el modelamiento de la capacidad de carga. Simposio International "El estado del lago Titicaca: Desafíos para una gestión basada en el ecosistema", Puno – Perú, 19 al 21 de octubre del 2011.
- ROMÁN, Richard (2001). Caracterización espacio temporal de la estructura térmica de un embalse tropical poco profundo, abastecido parcialmente por bombeo. Tesis de maestría.
- CARMOUZE, Jean. ARZE, Carlos. QUINTANILLA, Jorge (1984). Lac Titicaca: stratification physique et métabolisme associé. *Rev. Hydrobiol. trop.* 17 (1): 3-11.
- DIRECCIÓN DE HIDROGRAFÍA Y NAVEGACIÓN DEL PERÚ. DHN. 1977.
- HODGES, Ben. IMBERGER, Jorg. SAGGIO, Angelo. and WINTERS, K. (2000). Modeling basin-scale internal waves in a stratified lake. *Limnol. Oceanogr.*, by the American Society of Limnology and Oceanography, Inc. 45(7), 1603-1620.
- IMBERGER, Jorg. and HAMBLIN, P. (1982). Dynamics of lakes, reservoirs, and cooling ponds. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 14: 153-187.
- IMBERGER, Jorg, and PATTERSON, J. (1989). Physical Limnology. *Advances in Applied Mechanics* 27th ed., Vol. 27, pp. 303-475. Academic Press – Elsevier.
- KONDO, J. (1975). Air-Sea bulk transfer coefficients in diabatic conditions, *Boundary Layer Meteorol.*, 9, 91–112.
- LIU, P. and SCHWAB, David (1987). A comparison of methods for estimating u^* from given u_z and air-sea temperature differences, *J. Geophys. Res.* 92 (C6), 6488–6494.
- NORTHCOTE, Thomas (1991). Eutrofización y problemas de polución. A Synthesis of Limnological Knowledge. Book. Edited by C. DeJox and A. Ittis.
- RICHERSON, Peter (1991). El régimen de estratificación termal. Lake Titicaca, A Synthesis of Limnological Knowledge. Book. Edited by C. DeJox and A. Ittis.
- ROCHE, Michel. BOURGES, Jacques. CORTES, José y MATTOS Roger (1991). Climatología e hidrología de la cuenca del lago Titicaca, A Synthesis of Limnological Knowledge. Book. Edited by C. DeJox and A. Ittis.
- ROBERTS, Philip. VILLEGAS, Beatriz (2007). Hydrodynamic Model for Lake Titicaca. Prepared for the World Bank.
- ROSATI, A., and MIYAKODA, K. (1988). A general circulation model for upper ocean simulation, *J. Phys. Oceanogr.*, 18, 1601– 1626.
- RUEDA, Francisco. SCHLADOW, S. and PALMARSSON, S. (2003). Basin-scale internal wave dynamics during a winter cooling period in a large lake. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 108, NO. C3, 3097, doi:10.1029/2001JC000942.
- SERVICIO NACIONAL DE METEOROLOGÍA E HIDROLOGÍA DEL PERÚ SENAMHI (2015). Datos meteorológicos, Estación Puno.
- SERVICIO DE HIDROGRAFÍA Y NAVEGACIÓN DE BOLIVIA. SHNB. (1977).
- VILLEGAS, Beatriz. TORO, Mauricio. VELEZ, Jaime (2005). Optimum grid size and time step definition in a numerical model: Porco II case study. *Dyna*, Año 72, Nro. 147, pp. 23-32. Medellín. ISSN 0012-7353
- WIRRMANN, Denis (1991). Geomorphology and Sedimentation. Mordphology and Bathymetry. Lake Titicaca. A Synthesis of Limnological Knowledge.