

El Caos y las Redes Neuronales en la Economía y Finanzas Interpretando el desorden perfecto: Modelado y predicción

Jorge Barrera Herrera

Resumen: Los estudios de investigación recientes indican que la dificultad del modelado y la predicción de una serie temporal, radica en que ellas siguen generalmente, en los temas económicos y financieros, una dinámica lineal explicada por la teoría del caos en los cálculos y sus efectos paramétricos y la otra explicación es la existencia de una dinámica no lineal. Hablar de aleatoriedad, azar, caos, no es hablar de confusión ni desorden, sino que es el orden que subyace al aparente desorden. En los modelos lineales tradicionales, la utilización de herramientas estadísticas y econométricas presume que la serie de precios bursátiles son aleatorias y que no tienen memoria, así la mejor predicción del precio de mañana para un activo financiero es el precio de hoy. La realidad es que las series de precios no son aleatorias sino deterministas. Así mismo, en la búsqueda de nuevos modelos no tradicionales, considerando un comportamiento de la serie no lineal, surgen las RNA (redes neuronales artificiales), que son modelos no paramétricos (principal distorsionador de los resultados en los modelos tradicionales lineales) que poseen la capacidad de analizar y aprender rápidamente pautas complejas y con un alto grado de precisión.

Palabras claves: Teoría del Caos, aleatoriedad y determinismo, reflexibilidad, parámetros, atractor, fractales, Redes neuronales artificiales, método de propagación hacia atrás (back propagation o delta method).

Introducción

¿Si el comportamiento de los precios bursátiles tienen leyes bien definidas, porqué nadie gana sistemáticamente o se ha vuelto millonario invirtiendo en la Bolsa de Valores de Lima?

Fama, en el año 1970 planteó que el mercado refleja completa y correctamente toda la información relevante para la determinación de los precios de los activos. Como el surgimiento de nueva información es aleatoria, su efecto al cambio en los precios también lo sería, lo que implicaría que los métodos estadísticos o econométricos predictivos de precios serían inútiles.

Esto motivó a pensar que el modelo que describiría mejor este comportamiento sería el de camino aleatorio, es decir un modelo autoregresivo integrado de medias móviles ((Random Walk - ARIMA), proceso estacionario que converge sobre la media y que si se cumple los precios no tendrían ningún tipo de autocorrelación por lo que no serían predecibles, demostrando la eficiencia de los mercados.

Varios estudios han concluido que existe suficiente evidencia de que los precios accionarios en mercados financieros desarrollados y emergentes no siguen un camino aleatorio y muestran que los precios son predecibles en algún grado, pues se evidencia la presencia de autocorrelación entre los datos en las distintas series.

La no linealidad inherente en las series de datos financieros y económicos han sido observadas por mucho tiempo, varios estudios han indicado las limitaciones de técnicas econométricas que suponen una relación lineal como una aproximación, como es el caso del modelo autorregresivo de camino aleatorio.

El supuesto de linealidad se ha usado convenientemente porque el coeficiente estimado de estos modelos es de fácil interpretación y porque la aplicación numérica era complicada en su momento al no existir los avances computacionales de hoy.

Se puede concluir por lo anteriormente mencionado, que es un hecho aceptado por la reciente literatura e investigaciones de las finanzas y economía empíricas que si es posible predecir el comportamiento futuro de una serie temporal (precios, rendimientos, etc.), sin embargo el grado de predictibilidad del valor del nivel obtenido en los precios es generalmente considerado económicamente no significativo, por lo que se sugiere evaluar mejor la

significancia económica de predecir solamente la tendencia o dirección de los cambios en los precios y no predecir su nivel.

El proceso del modelado y la predicción

Es motivo de preocupación constante de los investigadores el determinar modelos que podrían ser los más adecuados en la representación empírica de series económicas y financieras. En el modelado se pretende encontrar una descripción matemática de la dinámica que sigue una serie temporal de datos particulares, tal que se cumplan los supuestos básicos en que se ha planteado el modelo.

Generalmente, los supuestos básicos en que se fundamentan los modelos autorregresivos son los siguientes:

1.- El valor actual de la serie se obtiene como una combinación lineal de sus valores pasados.

Los residuales del modelo son:

a) incorrelacionados

b) homocedásticos y

C) idénticamente distribuidos, es decir siguen una distribución normal

El proceso de modelado busca que el modelo finalmente obtenido cumpla con las condiciones estipuladas, de tal forma que cualquier violación de ellas sería considerada una causal de rechazo del modelo, lo que obligaría a reformularlo, como por ejemplo eliminando o adicionando valores rezagados de la serie o a postular modelos de predicción no lineales como las redes neuronales.

El proceso de modelado, es en sí mismo, un proceso de aprendizaje en que el modelador, mediante un proceso de ensayo y error, depura su conocimiento sobre la serie estudiada. En la predicción se pretende encontrar aquel o aquellos modelos que permitan pronosticar con mayor precisión el valor futuro de los datos históricos de la serie temporal.

Los estudios de investigación recientes indican que la dificultad del modelado y la predicción de una serie temporal, radica en que ellas siguen generalmente, en los temas económicos y financieros, una dinámica no lineal.

No resulta sorprendente entonces que haya un número apreciable de aproximaciones

metodológicas novedosas a resolver este problema, como es la teoría del caos, en donde los precios de los títulos pueden tender hacia atractores de formas raras, pero se puede tratar de aprender de ellos e intentar predecir el comportamiento de los precios a corto plazo (debido a que cambios infinitesimales en los valores iniciales de los parámetros del modelo alteran completamente el resultado y nos ubicarán en una trayectoria de precios que no ocurrirá); o como las redes neuronales artificiales (RNA), modelos estadísticos no lineales y no paramétricos, que no necesitan de supuestos paramétricos, como la normalidad en la distribución de los errores, que se presentan en los modelos de regresión lineal, ambos temas que se describirán a continuación.

1.- Teoría del Caos y su relación con la Economía y finanzas

Los hechos demuestran que aunque teóricamente existen leyes que afectan el comportamiento de los precios, sin embargo estas son tan complejas que parecieran no existir, la serie de tiempo de los precios bursátiles tienen una trayectoria caótica, una explicación de este comportamiento sería que la predicción de precios estaría afectada por el principio de reflexibilidad, siendo los mismos seres humanos quienes con nuestro comportamiento participativo en los mercados los volvemos caóticos a estos.

Durante mucho tiempo, la noción de que en el universo existía un orden total y continuo fue algo establecido, las teorías describían que las partes estaban relacionadas respondiendo a una causa efecto, lo que nos permitiría predecir cualquier fenómeno.

Sin embargo hoy en día observamos en muchos campos del conocimiento el comportamiento caótico de la naturaleza así como de fenómenos y procesos sociales muy flexibles, afectados del azar lo cual impide realizar e interpretar modelos predictivos consistentes.

Es decir la aleatoriedad (ruido), que no tiene información valiosa, encubre la tendencia, siendo el objeto de cualquier proceso predictivo separar el ruido a fin de descubrir la tendencia (separar la causa del efecto).

Los modelos estadísticos y econométricos asumen que la serie temporal de precios bursátiles son aleatorias y no tienen memoria por lo que la mejor estimación del precio de mañana es el precio de hoy.

La realidad y experiencia demuestran que si conociéramos el modelo que describe el

comportamiento de los precios no se puede predecir con exactitud el precio que tendrá el título mañana, debido a que cambios infinitesimales en los valores iniciales de los parámetros del modelo alteran completamente el resultado y nos ubicarán en una trayectoria de precios que no ocurrirá.

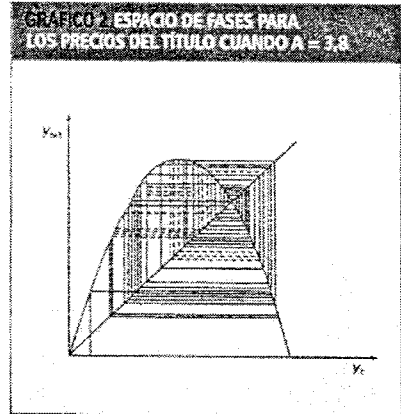
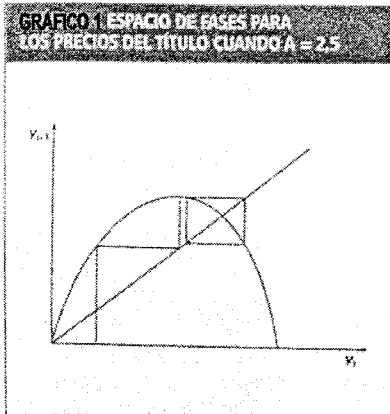
1.1.-Las series de precios bursátiles: aleatorias o determinísticas

La evidencia demuestra que las series de tiempo de precios bursátiles más que aleatorias son determinísticas, dado que a pesar de tener la ecuación correcta que describe el comportamiento de los precios, la estimación de los precios de mañana no coinciden con la realidad, debido a la extremada sensibilidad del sistema a las condiciones iniciales de los parámetros.

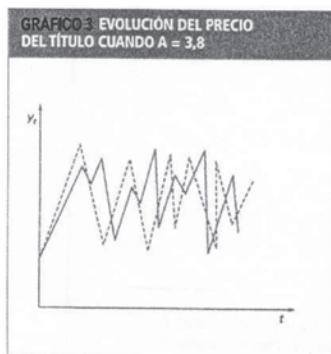
Supongamos la siguiente ecuación que describe el comportamiento de los precios bursátiles de un título:

$$Y_{t+1} = A(T_t)(1 - Y_t)$$

Donde el precio del momento Y_{t+1} , depende del precio del momento Y_t y A es la tasa de crecimiento. Considerando valores alternativos para la tasa de crecimiento A de $A=2.5$ y $A=3.8$ se obtiene para el primer caso (gráfico 1), que el sistema converge a un punto fijo en el sistema de fases para lograr el equilibrio. En el segundo caso el sistema converge hacia un atractor extraño o caótico (gráfico 2) representando la aleatoriedad del sistema.



En el gráfico 3 se ve la dinámica de la evolución de precios del título para el segundo caso lo que hace parecer que el precio es aleatorio cuando en realidad está definido por la ecuación planteada.



1.2.- Principio de Reflexibilidad

Lo que explicaría el comportamiento caótico de los precios bursátiles sería el principio de reflexibilidad anteriormente mencionado. En las ciencias exactas existe una clara separación entre el observador y el hecho observado. Los hechos están ahí y uno no puede hacer nada para cambiarlos, los errores en la interpretación o de las mediciones pueden estar en los instrumentos de medida utilizados.

En el caso de las finanzas, específicamente, en la serie de tiempo de los precios bursátiles, la adquisición de un título valor afecta su precio; o lo que es lo mismo, el precio inmediato posterior a la compra de un título no será más el precio que se compró, es la intervención del agente financiero que vuelve caótico al mercado.

1.3.- El tiempo en la econometría y el Caos. Fractales.

En la estadística y econometría, el tiempo no cumple una función en la predicción del sistema, el cual se comporta como una variable completamente reversible, por lo cual este se puede adelantar o retroceder en el tiempo en forma indiscriminada. En estadística se considera que las distribuciones de probabilidades se mantienen en el tiempo y que a medida que pasa este el intervalo de confianza aumenta. En la econometría, los fenómenos

El caos y las redes neuronales en la economía y finanzas interpretando el desorden perfecto: modelado y predicción

son gobernados, a corto plazo, por procesos aleatorios, en cambio en el largo plazo son los fundamentos los que gobiernan el comportamiento de las variables.

En el modelo presentado anteriormente, el tiempo puede ser cualquier frecuencia temporal (días, meses, años, etc.) y la serie siempre presentará las mismas propiedades, es decir serán autosimilares y bajo ciertas condiciones iniciales siempre tenderán hacia un atractor determinado

Este atractor, como en el caso del ejemplo, será un punto en un sistema en equilibrio (no caótico) y un atractor extraño en un sistema caótico

En el Caos, el tiempo es histórico. Aquí no es pertinente hacer una distinción entre el corto y largo plazo, ya que el tiempo si cumple un papel crucial en la labor de predicción del sistema.

Así por ejemplo, en los mercados bursátiles el tiempo de predicción es muy corto. Dado un conjunto de parámetros, el tiempo determina el atractor al cual tenderá el sistema y en función de la naturaleza del sistema, se podrá precisar un tiempo de predicción.

La tecnología y la velocidad de las transacciones vuelven inútil la información en pocos minutos en los mercados bursátiles.

Recientes conocimientos sobre la materia, es que si se pueden conocer ciertas propiedades de un atractor caótico. Para un atractor puntual, su dimensión es uno (1); mientras que para un atractor caótico poseerá una dimensión fractal(varias direcciones), aplicándose la geometría fractal.

Los precios de los títulos pueden tender hacia atractores de formas raras, pero se puede tratar de aprender de ellos e intentar predecir el comportamiento de los precios a muy corto plazo.

2.- Redes neuronales en la predicción de regularidades no lineales

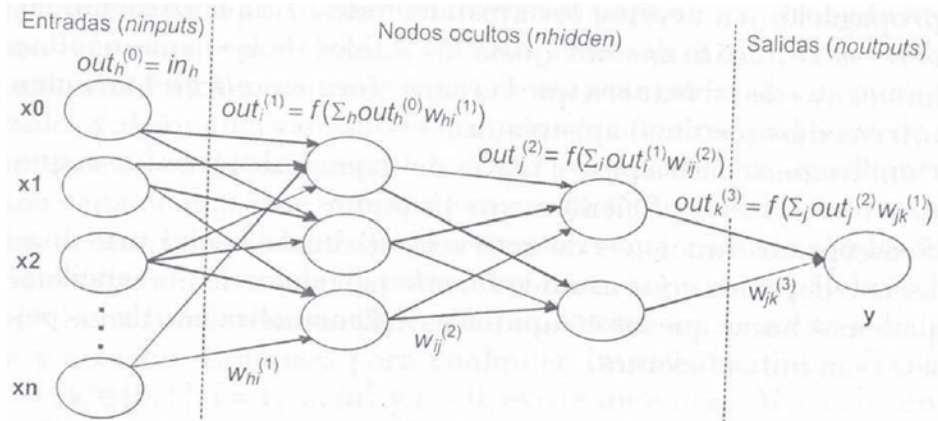
Durante las últimas décadas, la representación de relaciones económicas no lineales ha sido un problema de investigación muy importante, de tal forma que la econometría

empírica se ha nutrido de muchos modelos y técnicas, cuyos orígenes se encuentran en la estadística, ciencias físicas, biológicas y la inteligencia artificial como son las redes neuronales artificiales (RNA).

Las RNA₂ “son sistemas de procesamiento que copian esquemáticamente la estructura del cerebro para tratar de reproducir sus capacidades”. Es decir son modelos no lineales flexibles, que se caracterizan por ser sistemas paralelos₃; distribuidos₄ y adaptativos₅, lo que le da un mejor rendimiento y velocidad de procesamiento.

Son modelos estadísticos, no paramétricos, que no necesitan del supuesto de normalidad en la distribución de los errores, característicos en los modelos de regresión lineal y son simplificaciones de la naturaleza; a diferencia de las redes biológicas, en las que cada neurona puede tener miles de conexiones con otras células, en las RNA estas conexiones entre neuronas son pocas por las limitaciones en las técnicas de estimación y datos disponibles.

Las RNA pueden entenderse como modelos multicuacionales o multietapas, en que el output de unas constituye el input de otras, ver gráfico N°4. En el caso de las redes multicapas, existen etapas en las cuales las ecuaciones operan en forma paralela. Las RNA , al igual que, por ejemplo, los modelos de suavizamiento exponencial y de análisis de regresión, utilizan un input para generar un output en la forma de una proyección, estando la diferencia en que las RNA incorporan inteligencia artificial en el proceso que conecta los inputs con los outputs.



Una RNA común, consiste en capas de neuronas que procesan y transportan la información de la entrada a la salida. En la primera capa todas las neuronas reciben los datos de entrada, los ponderan por sus coeficientes de entrada, restan el umbral, por ejemplo, la constante en el logit, y pasan el resultado a cada una de las neuronas de la capa siguiente. La salida final puede hacerse por medio de una sola neurona, o de manera lineal ponderando y sumando las salidas de las neuronas de la última capa, más una constante si se considera necesario. Las capas que se encuentran entre la entrada y la salida se conocen como capas ocultas.

Aunque existe una gran cantidad de opciones de elaboración de redes, algunas con múltiples salidas (para análisis multivariado) y otras con realimentación de salida a entrada, la red característica suele tener una salida y una o dos capas escondidas con un número de neuronas cercano al número de variables de entrada.

El tema de la realimentación, tan importante en las redes biológicas, puede incorporarse en las redes artificiales al reestimar el modelo con la llegada de nuevos insumos. Esta reestimación, que obviamente se hace comparando la salida con la realidad observada, modifica los parámetros del modelo para ajustarse a las nuevas observaciones.

Una vez especificado el modelo, la estimación consiste en escoger los valores de las ponderaciones (coeficientes) y el umbral (constante) para cada neurona (logit). La estimación de las redes neuronales debe hacerse por algún método de optimización numérico normalmente de mínimos cuadrados no lineales.

Uno de los métodos más populares es el llamado de propagación hacia atrás (back propagation o delta method), que consiste de partir de coeficientes y umbrales iniciales (que pueden ser arbitrarios) y calcular el error entre la salida estimada y el valor verdadero, y usar este error para devolverlo por la red, ajustando los coeficientes y umbrales de las neuronas de las capas por medio de un algoritmo un poco ad hoc. Lo mismo se hace para la segunda observación de la muestra, luego para la tercera y así sucesivamente, hasta completar la muestra. Después se repite el proceso hasta lograr un juego de coeficientes que minimicen la suma de errores al cuadrado. Casi todos los programas econométricos incorporan algunos algoritmos de estimación numérica adecuados para este propósito.

3.- Conclusiones.

Los estudios de investigación recientes indican que la dificultad del modelado y la predicción de una serie temporal, radica en que ellas siguen generalmente, en los temas económicos y financieros, una dinámica lineal explicada por la teoría del caos en los cálculos y sus efectos paramétricos y la otra explicación es la existencia de una dinámica no lineal.

Hablar de aleatoriedad, azar, caos, no es hablar de confusión ni desorden, sino que es el orden que subyace al aparente desorden. En los modelos lineales tradicionales, la utilización de herramientas estadísticas y econométricas presume que la serie de precios bursátiles son aleatorias y que no tienen memoria, así la mejor predicción del precio de mañana para un activo financiero es el precio de hoy. La realidad es que las series de precios no son aleatorias sino deterministas.

Los precios de los activos financieros y de las variables económicas pueden tender hacia atractores de formas raras, pero se puede tratar de aprender de ellos e intentar predecir el comportamiento de los precios a muy corto plazo, utilizando como matemática del caos la geometría fractal.

Así mismo, en la búsqueda de nuevos modelos no tradicionales, considerando un comportamiento de la serie no lineal, surgen las RNA (redes neuronales artificiales), que tienen las siguientes ventajas: Primero, son modelos no paramétricos (principal distorsionador de los resultados en los modelos tradicionales lineales). Segundo, poseen la capacidad de analizar y aprender rápidamente pautas complejas y con un alto grado de precisión. Tercero, no están restringidas a la linealidad de la serie. Cuarto, las RNA tienen un buen rendimiento con datos incompletos, característica que se encuentra en la mayoría de los mercados emergentes.

Notas referenciales

¹ "artificial" se usa a menudo para distinguir modelos matemáticos de redes neuronales con su contraparte biológica.

² De acuerdo a Martín del Brío y Sanz (1997)

³ Cuentan con una gran cantidad de neuronas, cada uno de los cuales trabaja paralelamente con una pequeña parte de un problema mayor.

⁴ Cuentan con muchas neuronas a través de las cuales distribuyen su memoria.

⁵ Tienen la capacidad de adaptarse al entorno modificando su pesos y sinapsis de manera de encontrar una solución aceptable al problema.

Bibliografía

Aravena, J.C. (1998). Ajuste de los precios accionarios a la nueva información: caso mercado accionario chileno. Informe de memoria de título de Ingeniería Civil Industrial, Universidad de Concepción, marzo, pp. 38-72

Allen, F. & Karjalainen, R. (1999). Using genetic algorithms to find technical trading rules. *Journal of Financial Economics*, 51, 245-271.

Arango, L. E. ; Gonzales, A. y Posada, C. E. (2002) "Returns and the Interest Rate: A Nonlinear Relationship in the Bogota Stock Market". En: Banco de la República, Borradores de Economía, N° 169

Bach, M., y E. Hansen (2002), "Estimación de redes neuronales con datos ultra frecuentes: Aplicación al mercado accionario chileno", Universidad de Chile

Berruecos, P. (2002). Evaluación de la Eficiencia Predictiva del Análisis Técnico en el Mercado Accionario Colombiano. Monografía de grado. Universidad EAFIT, Medellín.

Fama, E. y French K. (1992) "The Cross Section of Expected Stock Returns". *The Journal of Finance*, N° 2, junio, pp. 427-465.

Herbrich, R., Keilbach, M., Graepel, T., Bollmann-Sdorra, P. & Obermayer K. (2000). "Neural networks in economics: Background, applications and new developments". In T. Brenner, editor, *Advances in Computational Economics: Computational Techniques for Modelling Learning in Economics*, volume 11, pag 169-196. Kluwer Academics.

Jorge Barrera H.

Johnson, C., y F. Soriano (2004), "Volatilidad del mercado accionario y la crisis asiática", El Trimestre Económico, vol.m LXXI, num. 282, pp. 355-388.

Johnson, C. y Padilla M. "Regularidades no lineales en índices accionarios". Rev. El trimestre Económico-oct.dic.2005

-----, y R. Vergara (2004), "Monetary Policy in Chile: A Neural Network Approach", Escuela de Negocios Universidad Adolfo Ibáñez y Departamento de Economía, Universidad Católica de Chile, inédito.

Jung, J. y Shiller, R. J. (2002). One Simple tests of Samuelson's Dictum for the Stock Market. Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University. Discussion Paper N° 1386.

Kanas, Angelos (2001). "Neural networks linear forecasts for stocks returns". International Journal of Finance and Economics, 6,245-254.

Kleiman, R. T; Payne, J. E. y Sahu, A. P. (2002) "Random Walks and Market Efficiency Evidence from International Real Estate Markets". En: JRER. Vol. 24, N° 3.

Parisi, a., Parisi, F. & Guerrero, J. L. (2003). "Modelos Predictivos de Redes Neuronales en Índices Bursátiles", El Trimestre Económico, México. (Forthcoming).

Qi, Min (2001). Predicting US recessions with leading indicators via neural network models. International Journal of Forecasting (17) 3,383-401.

Shah, J., y M. Murtaza (2000), "A Neural Network Based Clustering Procedure for Bankruptcy Prediction", American Business Review, 18(2), pp. 80-86.

Samuel Mongrut y Luis Rosales. El caos y su aplicación a las finanzas. Rev. Punto de Equilibrio U.P. 12-2006

White, H. (2000). "A reality check for data snooping". Econométrica. Vol. 68, N° 5, 1097-1126.

Wu, C., y X. Wang (2000), "A Neural Network Approach for Analyzing Small Business Lending Decisions", Review of Quantitative Finance and Accounting 15 (3), pp. 259-276.

Yilmaz, K. (2001). Market Development and Efficiency in Emerging Stock Markets. Koc University Istanbul, Turkey.

Zablostky, E. (2001). Eficiencia del Mercado de Capitales. Una Ilustración. Universidad del CEMA, Buenos Aires.