

Desempeño del Controlador Adaptativo con Modelo de Referencia de Primer Orden ante Variaciones del Polo de la Planta

Effect on Temporal Response Adjustable Parameter Adaptive Control with Reference Model First Order

Bruno Elio Vargas Tamani¹,

Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

Resumen— En el presente trabajo se presenta el diseño del control adaptativo con modelo de referencia de una planta de primer orden. Se elige como modelo de referencia un sistema de primer orden con ganancia unitaria. Se realiza el análisis del controlador adaptativo, justificándose que su desempeño en lazo cerrado dependerá de la elección adecuada de un parámetro escalar ajustable. Se realizan pruebas de simulación para el ajuste de ese parámetro y se registran las respuestas temporales en lazo cerrado de la planta, para entradas tipo escalón para diferentes valores de ese parámetro. El parámetro de diseño del controlador adaptativo, se obtiene para varios sistemas de referencia. Se implementa el sistema de lazo cerrado y se evalúa el desempeño de los diferentes controladores adaptativos diseñados, ante variaciones del polo de la planta.

Abstract— In this work an Adaptive control design is presented with reference model, a first-order plant. Is chosen as the reference model of first-order system with unity gain. Adaptive controller analysis is performed, justifying its performance in closed loop depends on the proper choice of a scale parameter adjustable. Simulation tests for adjusting that parameter are performed and the temporal response of the closed loop plant are recorded, to a stepped form entries for different values of that parameter. The parameter adaptive controller design is obtained for several reference systems. The closed loop system is implemented and the performance of different adaptive controllers are designed evaluates to changes pole ground.

Palabras clave— control adaptativo, modelo de referencia, gradiente del error, sobreimpulso, tiempo de establecimiento.

Key words— adaptive control, model reference gradient error, overshoot, settling time.

I. INTRODUCCIÓN

El control adaptativo es un controlador no lineal, en el que el estado del proceso puede ser separado en dos escalas de tiempo que evolucionan a diferentes velocidades. La escala lenta corresponde a los cambios de los parámetros y la rápida corresponde a la dinámica del bucle ordinario de realimentación [1]. Los sistemas adaptativos con modelo de referencia, fueron diseñados primeramente para sistemas continuos por minimización de un índice de actuación, siendo ese índice la integral del error cuadrado [2]. Esta regla de diseño fue propuesta por Whitaker del MIT en 1958, por eso se denomina regla del MIT.

Se presenta la deducción de esta regla para el caso del control de una planta de primer orden, que se desea que siga la respuesta temporal de un sistema de referencia de primer orden también.

Aquí se demuestra, que el controlador adaptativo depende de un parámetro ajustable, que es la ganancia de adaptación, la cual es la que gobierna la respuesta temporal del sistema de lazo cerrado. Este parámetro de adaptación debe ser cuidadosamente elegido.

Es de interés, comprobar el desempeño en lazo cerrado de los controladores adaptativos con modelo de referencia de primer orden mediante la variación del parámetro ajustable, asimismo comprobar que la variación de los parámetros de la planta son compensados por este controlador.

II. DISEÑO DEL CONTROLADOR ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE

Sea una planta a ser controlada, para la cual la señal de entrada es $u(t)$ y la señal de salida $y(t)$. Considere

¹ Bruno E. Vargas Tamani, bvargast@unmsm.edu.pe
Recibido: Mayo 2014 / Aceptado: Junio 2014

que se trata de un sistema de primer orden con función de transferencia $G(s)$ dada por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b}{s+a} \quad (1)$$

De (1) obtenemos:

$$sY(s) = -aY(s) + bU(s)$$

Si aplicamos la inversa de Laplace a la relación anterior:

$$\dot{y} = -ay + bu \quad (2)$$

Sea el modelo de referencia de primer orden, con entrada $r(t)$ y salida $y_m(t)$. Ese sistema está representada por la función de transferencia $G_m(s)$:

$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{b_m}{s+a_m} \quad (3)$$

Análogo a lo que se hizo a partir de (1), la ecuación diferencial que se obtiene a partir de (3) es:

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r \quad (4)$$

Planteamos el objetivo de obtener mediante una estrategia de control que la salida de la planta $y(t)$ se iguale a la salida del modelo de referencia $y_m(t)$, para una entrada $r(t)$ del tipo escalón, es decir :

$$y = y_m \quad (5)$$

si se llega al objetivo, se cumplirá también que :

$$\dot{y} = \dot{y}_m$$

por tanto, igualando (2) y (4), se cumple que:

$$u = \frac{a}{b} y - \frac{a_m}{b} y_m + \frac{b_m}{b} r$$

Considerando el objetivo expresado en (5), de la ecuación anterior se deduce la ley de control para $u(t)$ que nos llevará al objetivo deseado :

$$u = \frac{(a-a_m)}{b} y + \frac{b_m}{b} r \quad (6)$$

Definimos los parámetros de la ley de control (6) como:

$$\theta_1 = \frac{(a-a_m)}{b} \quad (7)$$

$$\theta_2 = \frac{b_m}{b} \quad (8)$$

por lo tanto, la ecuación (6) para la ley de control, al utilizar (7) y (8) se convierte en :

$$u = \theta_1 y + \theta_2 r \quad (9)$$

Sea el índice de desempeño definido como:

$$J = \frac{1}{2} e^2 \quad (10)$$

donde la señal de error $e(t)$ se define como :

$$e = y_m - y \quad (11)$$

Agregamos al objetivo encontrar la señal de control $u(t)$ que permita que la salida de la planta $y(t)$ siga a la salida de referencia $y_m(t)$, la condición que sea así minimizando la función de costo expresada por (10); entonces se requiere que los parámetros θ_1 y θ_2 desconocidos de la ley de control sean ajustados de una manera que minimice J . Para ello se requiere que esos parámetros se cambien en la dirección negativa del gradiente de la función de costo, esta es conocida como la regla del MIT [3]. Esta regla se representa como:

$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\gamma \frac{dJ}{d\theta_i} \quad (12)$$

para $i = 1, 2$.

De (10) se obtiene:

$$\frac{dJ}{d\theta_i} = e \frac{de}{d\theta_i} \quad (13)$$

por lo tanto, obtenemos de (13) en (12) :

$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\gamma e \frac{de}{d\theta_i} \quad (14)$$

Considerando que la entrada de referencia $r(t)$ será del tipo escalón, entonces $y_m(t)$ en estado estacionario será constante, entonces de (11) se deduce que:

$$de = -dy \quad (15)$$

Utilizando el operador $p=d/dt$ y reemplazando (9) en (2), obtenemos:

$$y = \frac{b\theta_2}{p+a-b\theta_1}r \quad (16)$$

a partir de (15) en (14) obtenemos :

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \gamma e \frac{dy}{d\theta_i} \quad (17)$$

Utilizando (17) con $i=1$ y utilizando (16) se obtiene:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \gamma e \frac{b\theta_2}{(p+a-b\theta_1)^2} br$$

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \gamma \frac{b}{p+a-b\theta_1} ey \quad (18)$$

Con $i=2$ en (17) y considerando (16) se obtiene:

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \gamma \frac{b}{p+a-b\theta_1} er \quad (19)$$

Con (7) en (18) y (19), se obtiene :

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \gamma \frac{b}{p+a_m} ey \quad (20)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \gamma \frac{b}{p+a_m} er \quad (21)$$

El parámetro γ se ajustará según convenga; se puede considerar que:

$$\alpha b_m = \gamma b$$

donde ahora el parámetro variable sería α . Este parámetro corresponde a una ganancia ajustable que determinará la respuesta temporal del sistema de lazo cerrado.

Por tanto (20) y (21) se convierten en:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \alpha \frac{b_m}{p+a_m} ey \quad (22)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \alpha \frac{b_m}{p+a_m} er \quad (23)$$

La Fig. 1, representa la implementación de la ley de control (9), mediante la integración de las ecuaciones (22) y (23).

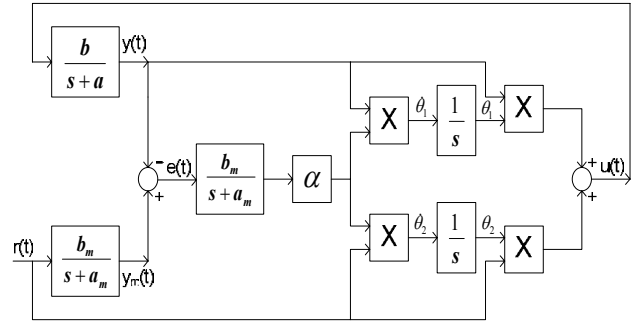


Fig. 1. Diagrama de bloques de obtención de la ley de control.

III. METODOLOGÍA EMPLEADA

A. Implementación del controlador adaptativo y del sistema de lazo cerrado.

El controlador adaptativo cuyo diagrama de bloques se muestra en la Fig. 1, se implementó en Simulink. La planta de prueba consistió en un sistema de primer orden normalizado, con ganancia unitaria y polo en $s = -1$. En todos los casos el modelo de referencia utilizado fue configurado para una ganancia unitaria. Se hicieron pruebas con varias constantes de tiempo del modelo de referencia de primer orden, eligiéndose en función de la constante de tiempo de la planta. Se eligieron factores β de 1, 0.5, 0.25, 2 y 4 veces, donde denominamos β a la relación entre el polo del modelo de referencia de primer orden y el polo del modelo de la planta. Se realizaron pruebas para diferentes valores del parámetro ajustable α , obteniéndose el valor adecuado para cada factor β considerado.

B. Desempeño del controlador adaptativo ante variaciones del polo de la planta.

Luego de obtener los valores adecuados del parámetro ajustable α , para cada β considerado; se puso a prueba el controlador adaptativo diseñado, ante variaciones del polo de la planta. Se considera que el polo de la planta, variará alrededor de su valor considerado en el diseño, desde la mitad de su valor hasta un punto cinco veces. La dinámica de esa variación será más lenta que la del lazo realimentado.

IV. RESULTADOS

En las tablas I, II, III, IV y V de los Anexos, se muestran los resultados de los parámetros de la respuesta temporal de la planta, cuando es controlada por el controlador adaptativo con modelo de referencia de primer orden implementado de acuerdo al diagrama

de bloques de la figura 1. Corresponden a pruebas del sistema de lazo cerrado, para entradas del tipo escalón. Cada tabla corresponde a un valor de β diferente. De cada respuesta, se han medido los valores de tiempo de establecimiento, porcentaje de sobreimpulso y error de estado estacionario.

Se midieron los parámetros de respuesta temporal, para varios valores de la ganancia ajustable α .

También en los Anexos, se muestran en las figuras de A1 a A5, las respuestas temporales para las cuales se han obtenido los mejores parámetros de respuesta temporal de acuerdo al valor de β elegido.

La variación de la señal de control, se muestran en las figuras de A6 a A10 de los Anexos, para cada una de las respuestas temporales con los mejores parámetros de respuesta temporal de acuerdo al valor de β elegido.

Se registraron las respuestas de lazo cerrado obtenidas, para entradas escalón unitario, cuando se producen las variaciones del polo de la planta. La figura A11, muestra la variación del valor absoluto del polo de la planta alrededor de su valor nominal igual a 1, se observa que toma valores de 1.5 y 0.5 veces el nominal. Ante esas variaciones del polo de la planta, las figuras A12, A14, A16, A18 y A20, muestran como responde el sistema de lazo cerrado con el controlador adaptativo, utilizando los valores adecuados de la ganancia α , para los diferentes valores de β considerados. Para esas mismas variaciones, las figuras A13, A15, A17, A19 y A21, muestran las señales de control que produce el controlador adaptativo.

V. CONCLUSIONES

Se ha comprobado que la ganancia ajustable α del controlador adaptativo con modelo de referencia de primer orden, determina la respuesta temporal de la respuesta de la planta en lazo cerrado para entradas tipo escalón.

Como es de esperarse se comprueba que al ser el modelo de referencia de primer orden, se obtengan luego de un adecuado ajuste de α respuestas con pequeños sobreimpulsos. Para respuestas rápidas hasta un valor de β igual a 2, se obtienen sobreimpulsos menores al 1%. Para respuestas deseadas muy rápidas, como es el caso en que β igual a 4, se obtiene un sobreimpulso menor al 10%.

Los tiempos de establecimiento obtenidos en lazo cerrado, hasta respuestas tan rápidas como el caso de β igual a 2, es de 4.5 veces los deseados para el modelo de referencia de primer orden, el cual se especifica al configurar el valor de β . Para el caso de β igual a 4, el tiempo de establecimiento es de 12 veces el del

modelo de referencia. El carácter no lineal del controlador, no permite predecir con facilidad el tiempo de establecimiento a obtener, por lo cual la prueba experimental será la que finalmente refleje ese resultado (en el caso de un controlador lineal, el tiempo de establecimiento deseado, se puede lograr con un diseño adecuado).

Para valores de β iguales a 1, 0.25, 0.5, 2 y 4, los valores adecuados de la ganancia ajustable α obtenidos fueron de 0.1, 0.05, 0.05, 0.1 y 0.25 respectivamente.

En el caso de respuestas lentas, como es el caso de β igual a 0.25 y 0.5, se obtienen sobreimpulsos menores a 7.5%.

En todos los casos, la salida estacionaria se iguala a la entrada escalón de entrada en lazo cerrado.

Para respuestas deseadas más rápidas se requiere aumentar el valor adecuado de α . Esto como se puede predecir requiere un aumento de la señal de control, como se puede comprobar al observar las variaciones de las señales de control que se muestran en los anexos.

Ante variaciones del modelo de la planta, por cambios en el polo de primer orden, se puede comprobar que este controlador se adapta a las nuevas situaciones de la planta, generando la señal de control que permita mantener la salida en el estado estacionario deseado. Cuando el polo de la planta aumenta (velocidades más lenta de la planta), se requiere mayor señal de control, para mantener la salida estacionaria, por el contrario, cuando el polo de la planta disminuye (velocidades más rápidas de la planta), para mantener la salida estacionaria, se requiere menor señal de control

REFERENCIAS

- [1] Rodríguez F., López M. "Control Adaptativo y Robusto", España, Universidad de Sevilla, 1996.
- [2] Hang C.C. and Parks P.C. "Comparative Studies of Model Reference Adaptive Control Systems", IEEE T.A.C. Vol AC 18-5 pp 419-428.
- [3] Perez J., Pelayo R, Manzanarez F. "Implementación de un controlador adaptativo para un sistema de primer orden con ganancia y polo variantes, basado en DSP", RIEE&C, Revista de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación, Vol. 2 No. 1, Diciembre 2006, Instituto Tecnológico de Sonora.
- [4] Alfaro, Víctor. "Identificación de Procesos Sobreamortiguados Utilizando Técnicas de Lazo

Abierto”, San José, Costa Rica, Ingeniería,1, 11-25, 2001.

ANEXOS

TABA I

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE RESPUESTA TEMPORAL DEL CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA $\beta=1$.

$\beta=1$			
Ganancia ajustable α	Tiempo de establecimiento t_s (sg.)	Sobreimpulso M_p (%)	Error de estado estacionario e_{ss}
0.05	38.54	0.00	0
0.1	23.84	3.04	0
0.25	28.16	26.27	0
0.5	40.69	56.85	0
1	38.93	90.37	0

TABLA II

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE RESPUESTA TEMPORAL DEL CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA $\beta=0.25$.

$\beta=0.25$			
Ganancia ajustable α	Tiempo de establecimiento t_s (sg.)	Sobreimpulso M_p (%)	Error de estado estacionario e_{ss}
0.01	214.70	0.00	0
0.025	72.51	0.00	0
0.05	60.84	7.17	0
0.1	67.45	26.91	0
0.25	106.67	60.33	0

TABLA III

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE RESPUESTA TEMPORAL DEL CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA $\beta=0.5$.

$\beta=0.5$			
Ganancia ajustable α	Tiempo de establecimiento t_s (sg.)	Sobreimpulso M_p (%)	Error de estado estacionario e_{ss}
0.01	221.18	0.00	0
0.025	81.88	0.00	0
0.05	34.33	0.74	0
0.1	35.35	11.22	0
0.25	54.29	45.02	0

TABLA IV

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE RESPUESTA TEMPORAL DEL CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA $\beta=2$.

$\beta=2$			
Ganancia ajustable α	Tiempo de establecimiento t_s (sg.)	Sobreimpulso M_p (%)	Error de estado estacionario e_{ss}
0.025	87.17	0.00	0
0.05	40.63	0.00	0
0.1	17.32	0.86	0
0.25	19.27	13.80	0
0.5	21.10	36.61	0

TABLA V

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE RESPUESTA TEMPORAL DEL CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA $\beta=4$.

$\beta=4$			
Ganancia ajustable α	Tiempo de establecimiento t_s (sg.)	Sobreimpulso M_p (%)	Error de estado estacionario e_{ss}
0.025	87.92	0.00	0
0.05	41.53	0.00	0
0.1	18.11	0.00	0
0.25	14.93	8.43	0
0.5	24.06	15.63	0

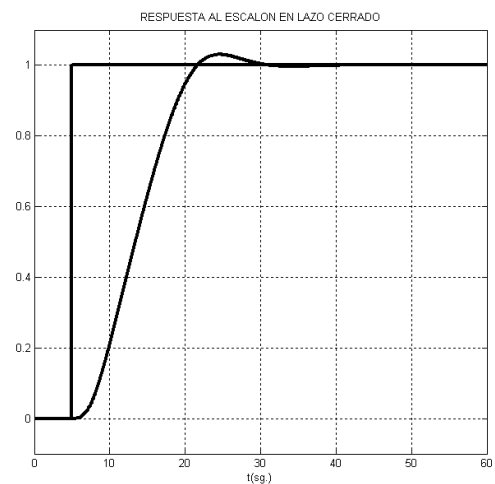


Fig. A1. Respuesta temporal de la planta con las mejores características, obtenido para $\beta=1$ ($\alpha=0.1$).

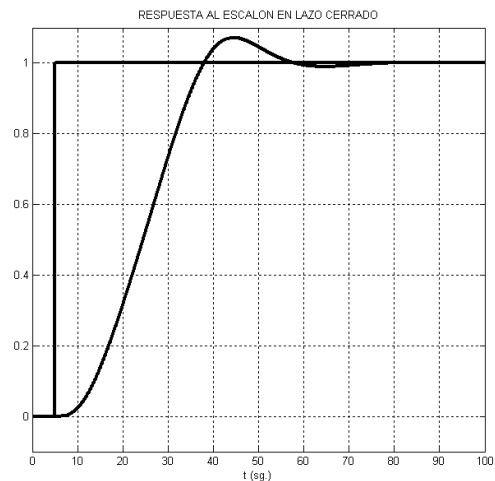


Fig. A2. Respuesta temporal de la planta con las mejores características, obtenido para $\beta=0.25$ ($\alpha=0.05$).

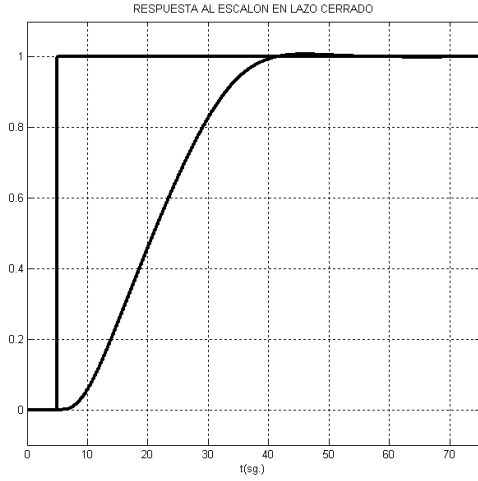


Fig. A3. Respuesta temporal de la planta con las mejores características, obtenido para $\beta=0.5$ ($\alpha=0.05$).

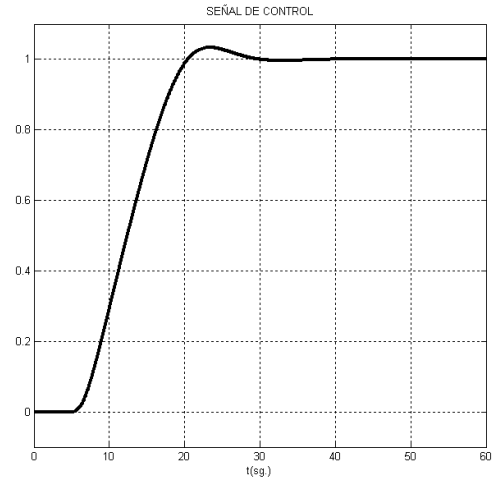


Fig. A6. Señal de control, obtenida para $\beta=1$ ($\alpha=0.1$).

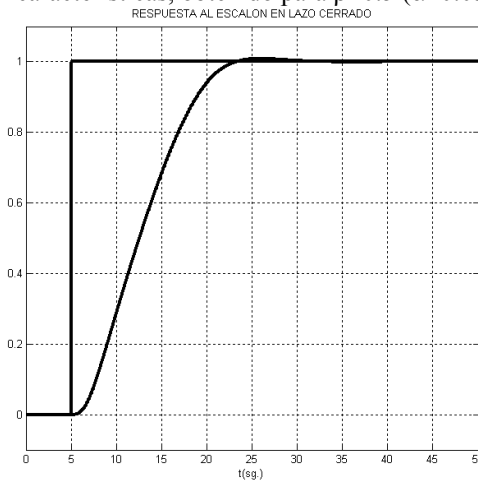


Fig. A4. Respuesta temporal de la planta con las mejores características, obtenido para $\beta=2$ ($\alpha=0.1$).

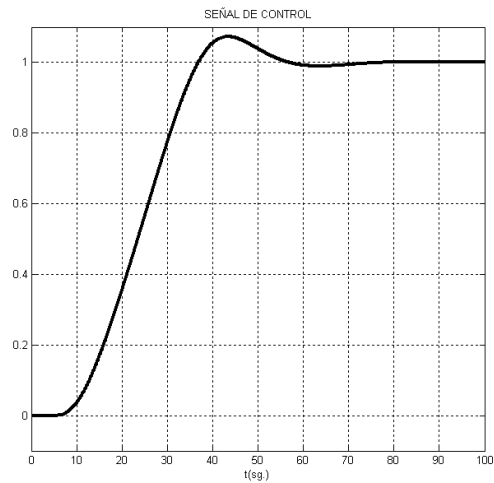


Fig. A7. Señal de control, obtenida para $\beta=0.25$ ($\alpha=0.05$).

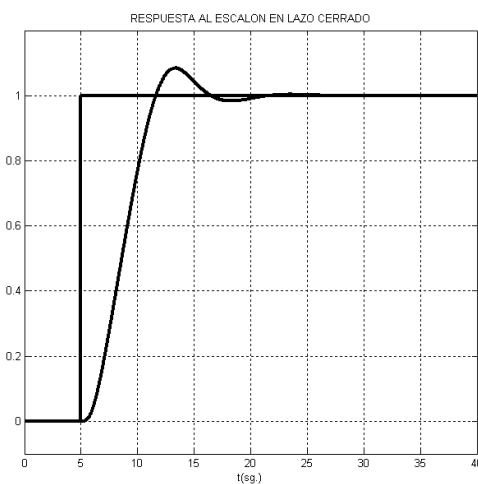


Fig. A5. Respuesta temporal de la planta con las mejores características, obtenido para $\beta=4$ ($\alpha=0.25$).

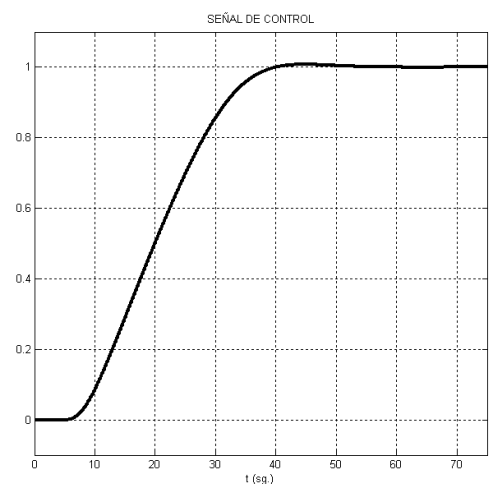


Fig. A8. Señal de control, obtenida para $\beta=0.5$ ($\alpha=0.05$).

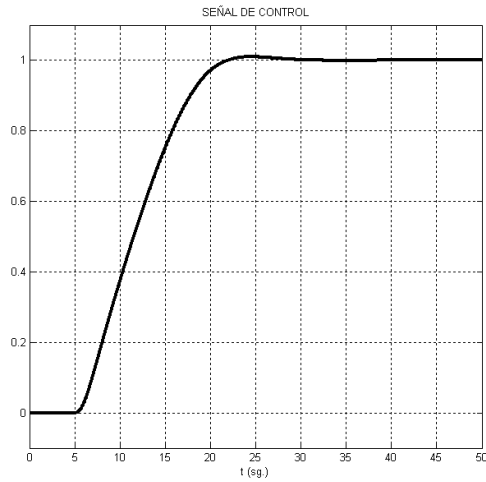


Fig. A9. Señal de control, obtenida para $\beta=2$ ($\alpha=0.1$).

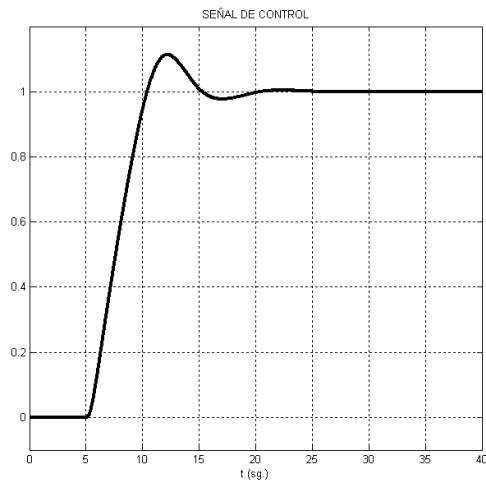


Fig. A10. Señal de control, obtenida para $\beta=4$ ($\alpha=0.25$).

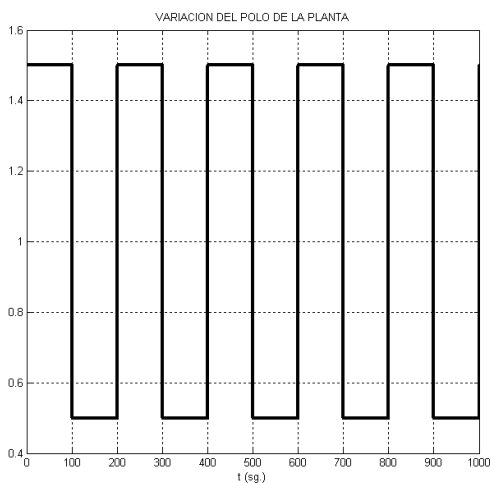


Fig. A11. Variación del valor absoluto del polo de la planta.

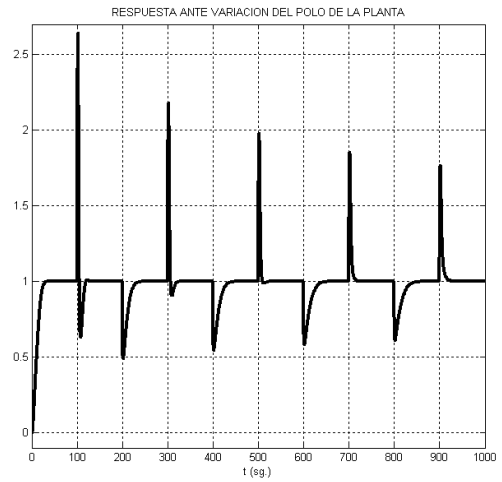


Fig. A12. Respuesta temporal de la planta en lazo cerrado, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=1$ ($\alpha=0.1$).

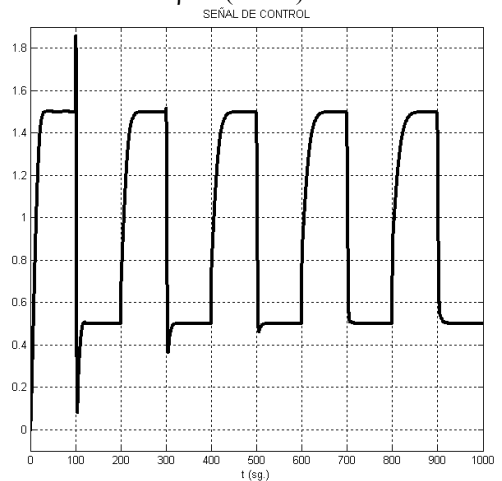


Fig. A13. Señal de control generada, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=1$ ($\alpha=0.1$).

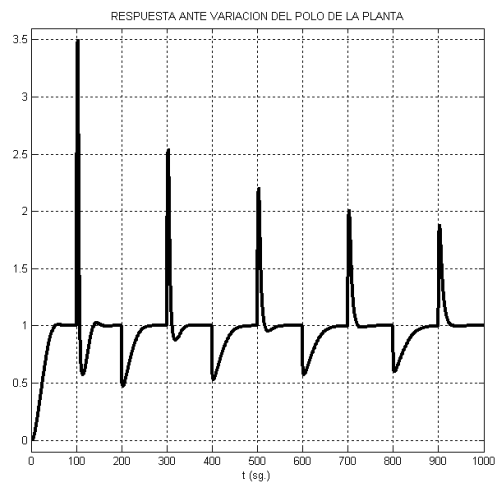


Fig. A14. Respuesta temporal de la planta en lazo cerrado, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=0.25$ ($\alpha=0.05$).

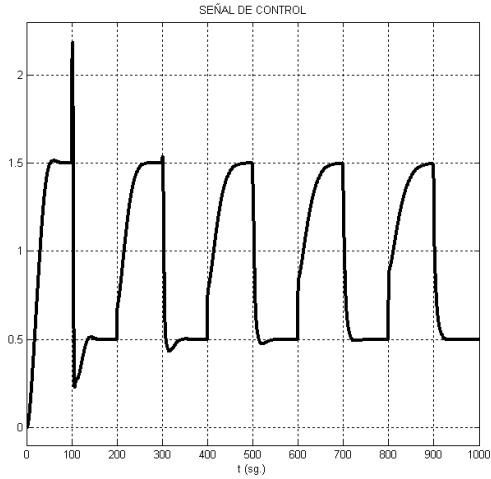


Fig. A15. Señal de control generada, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=0.25$ ($\alpha=0.05$).

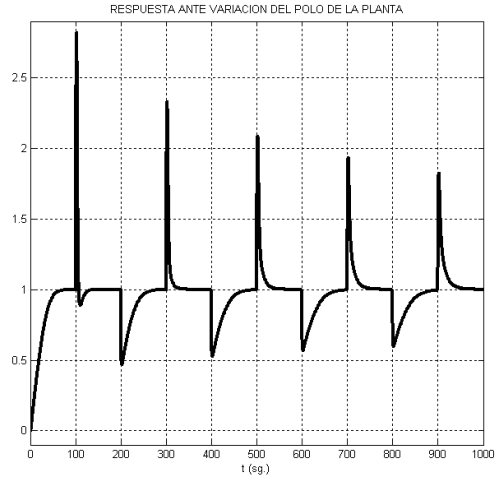


Fig. A18. Respuesta temporal de la planta en lazo cerrado, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=2$ ($\alpha=0.1$).

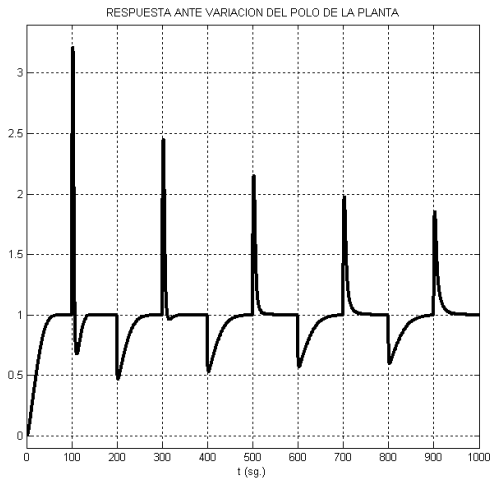


Fig. A16. Respuesta temporal de la planta en lazo cerrado, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=0.5$ ($\alpha=0.05$).

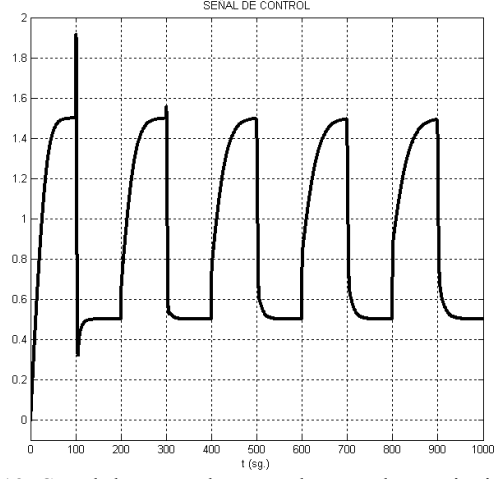


Fig. A19. Señal de control generada, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=2$ ($\alpha=0.1$).

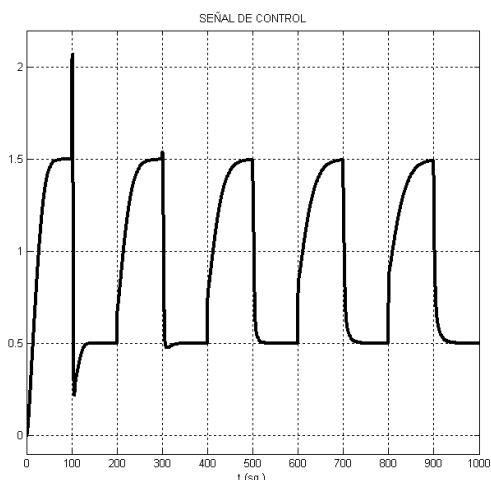


Fig. A17. Señal de control generada, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=0.5$ ($\alpha=0.05$).

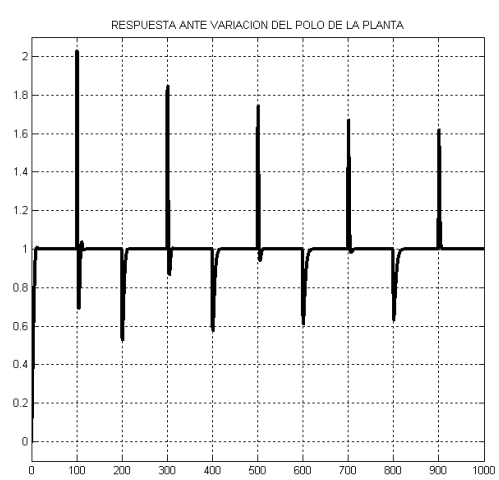


Fig. A20. Respuesta temporal de la planta en lazo cerrado, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=4$ ($\alpha=0.25$).

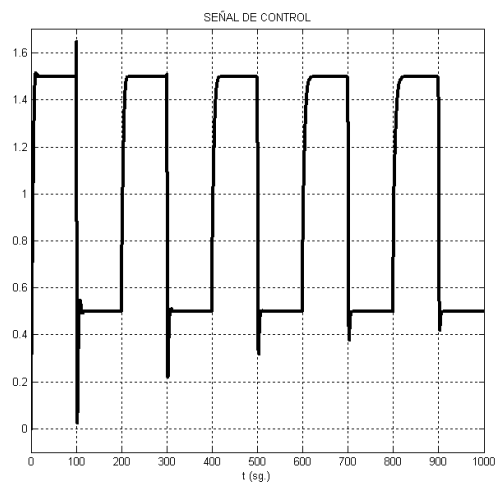


Fig. A21. Señal de control generada, ante las variaciones del polo de la planta, alrededor de $\beta=4$ ($\alpha=0.25$).