

# Identificación de Sistemas Discretos a través de una Neurona Adaline

Identifying discrete systems through a neuron Adaline

Bruno Vargas Tamani<sup>1</sup>

*Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú*

**Resumen**— El presente trabajo, tiene por finalidad experimentar la adaptación de los pesos de una neurona artificial tipo Adaline, para la obtención de un modelo discreto lineal de función de transferencia de un sistema. A partir de datos adquiridos de la entrada y salida se realizará un proceso de identificación de ese sistema. Se diseñó un programa de entrenamiento de la neurona Adaline, que recibe la cantidad de polos y ceros de la estructura del modelo a identificar. Se ha desarrollado ese procedimiento para tres sistemas, para varios juegos de polos y ceros discretos; en cada caso se ha evaluado el error del modelo y se ha elegido como modelo representativo del sistema al que produce el menor valor de ese error. El modelo seleccionado se pone a prueba mediante una validación, para el cual se adquieren otras señales de entrada y de salida (diferentes a las usadas en la identificación mediante neurona Adaline), para probar el modelo obtenido, se evalúa el error de validación para confirmar su adecuada representación del sistema.

**Abstract**— The present study is designed to experience the adaptation of the weights of an artificial neuron Adaline type, for obtaining a discrete linear transfer function model of a system. From acquired data input and output of a process to identify the system will perform. A training program of Adaline neuron that receives the number of poles and zeros of the model structure was designed to identify. This procedure has been developed for three systems, for various sets of discrete poles and zeros; in each case we evaluate the model error and was chosen as a representative model of the system that produces the smallest value of the error. The selected model is tested using a validation, for which other input and output (different from those used in the identification by Adaline neuron) is acquired, to test the model obtained, the validation error is evaluated to confirm adequate representation of the system.

**Palabras Clave**— algoritmo, adaline, entrenamiento, identificación, validación, función de transferencia discreta.<sup>1</sup>

**Keys words** - algorithm, adaline, training, identification, validation, discrete transfer function

## I. INTRODUCCIÓN

La neurona artificial Adaline (Adaptive Linear Neuron or Adaptive Linear Element), creada por Bernard Widrow en 1959 [1], permite representar sistemas lineales mediante la adaptación de sus parámetros, a través de un algoritmo de aprendizaje supervisado. Para fines de control discreto de procesos, se requieren obtener un modelo de la planta a ser controlada de acuerdo al período de muestreo a utilizarse. Normalmente se conoce las condiciones de operación de la planta y se requiere un modelo que permita predecir las variaciones de la respuesta alrededor del punto de operación; ese modelo se considera lineal y se debe conocer para plantear estrategias de control.

Según Eykhoff (1974), se entiende por identificación la determinación, en base a las entradas-salidas, de un sistema dentro de una clase específica de sistemas a la cual el sistema estudiado es equivalente [2]. La manera práctica de obtener el modelo discreto de la planta es a través de métodos de identificación de sistemas lineales. La neurona adaline puede adaptar sus pesos para representar el modelo discreto de la planta, de manera que los coeficientes de los polinomios numerador y denominador de la función de transferencia discreta de la planta se puedan obtener a través de la adaptación de los pesos de esa neurona.

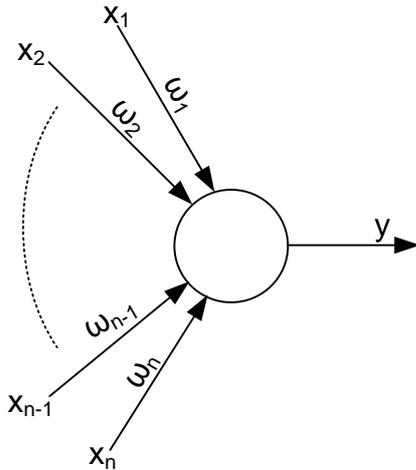
## II. REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DISCRETA MEDIANTE UNA NEURONA ADALINE

### A. Análisis del aprendizaje de una neurona Adaline

La Fig. 1, muestra una neurona Adaline de  $n$  entradas. Sean las entradas de la neurona  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ; donde a cada entrada se le asocia su

<sup>1</sup> Bruno Vargas Tamani, E-mail: [bvargast@unmsm.edu.pe](mailto:bvargast@unmsm.edu.pe)  
Recibido: Agosto 2014 / Aceptado: Octubre 2014

respectivo peso  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ . La salida de la neurona la representa la señal  $y$ .



**Fig.1.** Representación de una neurona Adaline.

Para el aprendizaje supervisado, se debe contar con patrones de entrada y salida. Sean  $L$  patrones de cada una de las entradas y  $L$  patrones de salida deseados para esas entradas. Consideremos a los patrones de salida como las salidas deseadas  $d$ .

Agrupamos los patrones de entrada en vectores, sea uno de los  $L$  patrones de entrada, el patrón  $k$  representado por el vector  $X_k$  definido por:

$$X_k = [x_{1k} \quad x_{2k} \quad \dots \quad x_{nk}]^T \quad (1)$$

sea el vector de pesos  $W$  por:

$$W = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \dots \quad \omega_n] \quad (2)$$

Se trata de plantear un criterio para modificar los pesos de la neurona, de tal manera que se adapten al comportamiento deseado, para ello se utiliza el criterio de variar esos pesos tratando que se minimice el error cuadrático medio obtenido en todos los patrones de entrada del aprendizaje supervisado.

Se inician los pesos con valores aleatorios, a partir de esos pesos iniciales estos se variarán utilizando el criterio mencionado de minimización del error cuadrático medio [3].

Para el patrón  $X_k$  de entrada, se tiene una salida deseada  $d_k$  conocida y una salida real de la neurona adaline  $y_k$ , calculada utilizando los pesos actuales  $W(h)$ , donde  $h$  representa la iteración actual; el error de salida para el patrón  $k$  será:

$$e_k = d_k - y_k \quad (3)$$

donde por tratarse de una neurona adaline:

$$y_k = WX_k \quad (4)$$

El error cuadrático medio, obtenido al probar la neurona adaline con los pesos actuales  $W(h)$ , con todos los  $L$  patrones de entrada será:

$$\langle e^2 \rangle = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L e_k^2 \quad (5)$$

Analicemos la variación del error cuadrático medio, por efecto de los pesos actuales agrupados en  $W$ . La gradiente del error cuadrático medio será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle e^2 \rangle}{\partial W^T} &= \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L 2e_k \frac{\partial e_k}{\partial W^T} = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^L e_k \frac{\partial (d_k - y_k)}{\partial W^T} \\ \frac{\partial \langle e^2 \rangle}{\partial W^T} &= -\frac{2}{L} \sum_{k=1}^L e_k \frac{\partial y_k}{\partial W^T} = -\frac{2}{L} \sum_{k=1}^L e_k \frac{\partial WX_k}{\partial W^T} \\ \frac{\partial \langle e^2 \rangle}{\partial W^T} &= -\frac{2}{L} \sum_{k=1}^L e_k \frac{\partial (X_k^T W^T)}{\partial W^T} = -\frac{2}{L} \sum_{k=1}^L e_k X_k \end{aligned} \quad (6)$$

La variación de los pesos se puede realizar, de tal manera que sigan la dirección contraria al gradiente del error. La cantidad que graduará el cambio efectivo en esa dirección de los pesos, será una constante  $\alpha$  denominada coeficiente de velocidad. Si en la iteración actual, los pesos están agrupados en el vector  $W(h)$  y la actualización de pesos originará el nuevo vector de pesos  $W(h+1)$ , afectados por el cambio  $\Delta W$ , entonces:

$$W^T(h+1) = W^T(h) + \Delta W^T \quad (7)$$

donde  $\Delta W^T$  será proporcional a la dirección contraria del gradiente del error cuadrático medio, así de acuerdo a (6) en (7):

$$\Delta W^T = \alpha \frac{\partial \langle e^2 \rangle}{\partial W^T} = \alpha \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L e_k X_k \quad (8)$$

### B. Modelo de neurona Adaline para la representación de una función de transferencia discreta.

Sea un sistema discreto lineal con entrada  $u(t)$  y salida  $c(t)$ , cuya función de transferencia discreta  $G(z)$  tiene un número  $p$  de polos y un número  $m$  de ceros, donde  $m \leq p$ .

$$G(z) = \frac{C(z)}{U(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{z^p + a_1 z^{p-1} + \dots + a_p} \quad (9)$$

La salida discreta  $c(t)$  en función de la entrada discreta  $u(t)$  a partir de (9), le corresponde una ecuación en diferencias para cada instante de muestreo  $t$ , dada por:

$$\begin{aligned} c(t) = & -a_1 c(t-1) - a_2 c(t-2) - \dots \\ & - a_{p-1} y(t-(p-1)) - a_p y(t-p) \\ & + b_0 u(t-(p-m)) + b_1 u(t-(p-m+1)) + \dots \\ & + b_{m-1} u(t-(p-1)) + b_m u(t-p) \end{aligned} \quad (10)$$

Los parámetros que determinan el modelo son los coeficientes  $a_i, i = 1, 2, \dots, p$  y  $b_j, j = 1, 2, \dots, m$ . Se puede considerar los coeficientes del modelo de la función de transferencia discreta que nos interesa conocer, como los pesos de una neurona adaline, como se muestra en la Fig. 2.

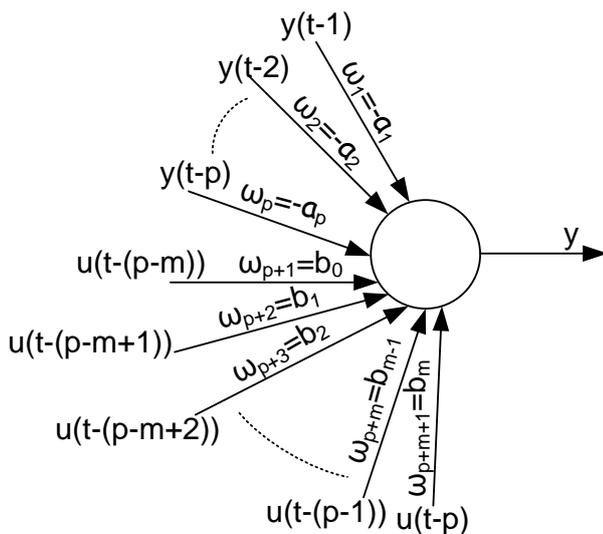


Fig. 2. Neurona Adaline que representa la ecuación en diferencias del sistema discreto a identificar.

### III. IDENTIFICACIÓN DE MODELOS DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DISCRETA DE LOS SISTEMAS DE MUESTRA

#### A. Identificación del primer sistema

Se aplica una señal discretizada con un período de muestreo de 8 milisegundos a un sistema. Se registran tanto la señal discreta de entrada como la señal discreta de salida. La Fig.3, muestra las señales de entrada y salida discretas para ese sistema.

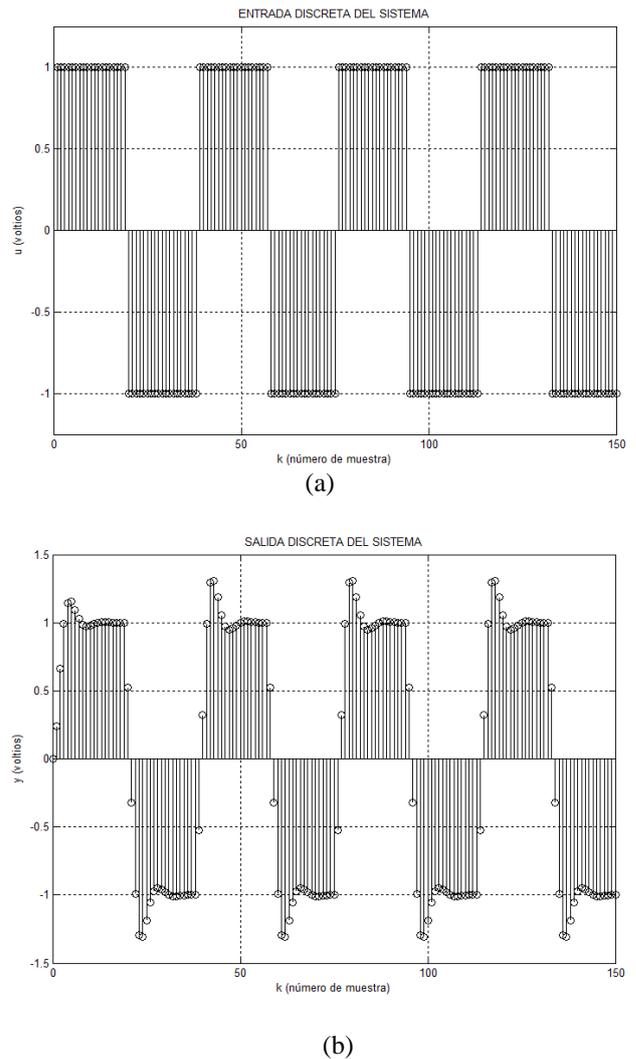


Fig. 3. Señales adquiridas del primer sistema a identificar. (a) Señal discreta de entrada. (b) Señal discreta de salida.

Se utiliza el programa diseñado para el entrenamiento de una neurona adaline, el cual inicia solicitando el número de polos y el número de ceros de la función de transferencia discreta que se desea obtener, de acuerdo a la estructura dada por (9). Luego se realizan los retardos respectivos tanto a la señal de entrada como a la de salida, para establecer los patrones de entrada y salida para la neurona Adalines, de acuerdo a la figura (2). El programa también accede a una función que factoriza el numerador y denominador de la función de transferencia discreta identificada, para tratar de cancelar ceros y polos comunes.

En la Tabla I, se muestran los resultados para varios juegos de polos y de ceros elegidos para el modelo, en la identificación por neurona Adaline del primer sistema de prueba.

De acuerdo a lo mostrado en la Tabla I. El modelo que mejor representa a la planta de prueba sería la que corresponde a la siguiente función de transferencia

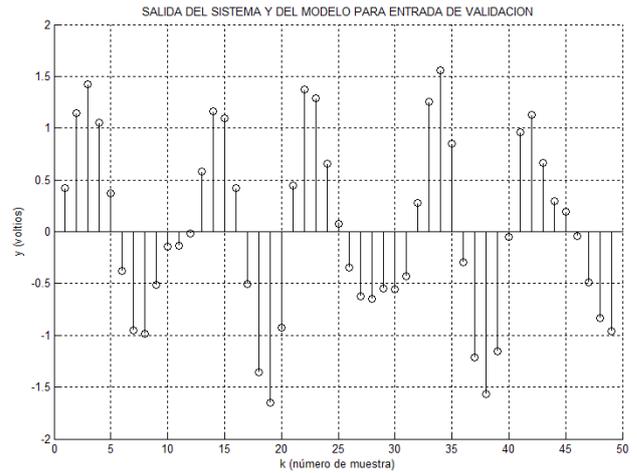
discreta, para el período de muestreo de 8 milisegundos:

$$G(z) = \frac{0.237z + 0.1807}{z^2 - 1.032z + 0.4493} \quad (11)$$

TABLA I  
PARÁMETROS DE IDENTIFICACIÓN MEDIANTE NEURONA ADALINE DEL SISTEMA N° 01  
P: NÚMERO DE POLOS, C: NÚMERO DE CEROS

| p | c | Modelo minimizado                               | Error de aprendizaje | Error de validación |
|---|---|---|----------------------|---------------------|
| 1 | 1 | $\frac{0.01832z + 0.3932}{z - 0.6247}$          | 0.019800             | 0.111600            |
| 2 | 1 | $\frac{0.237z + 0.1807}{z^2 - 1.032z + 0.4493}$ | 0.9976e-25           | 5.0930e-25          |
| 3 | 1 | $\frac{0.237z + 0.1807}{z^2 - 1.032z + 0.4493}$ | 0.9954e-25           | 4.6915e-25          |
| 4 | 1 | $\frac{0.237z + 0.1807}{z^2 - 1.032z + 0.4493}$ | 0.9957e-25           | 4.7728e-25          |
| 5 | 1 | $\frac{0.237z + 0.1807}{z^2 - 1.032z + 0.4493}$ | 9.9742e-26           | 4.6744e-25          |

Para la validación del modelo, se adquirieron datos adicionales a los de entrada y salida de identificación. La Fig. 4, muestra las señales de entrada y salida discretas que se utilizaron para probar el modelo identificado. El programa aplica la señal de entrada de validación al modelo identificado y registra la salida que entrega el modelo para esa entrada, luego calcula el error obtenido respecto a la salida de validación adquirida, ese valor se registra en la Tabla I. en la Fig. 4(b), se muestran superpuestas la salida adquirida para validación y la salida que entrega el modelo para la entrada de validación, el pequeño error que se produce se refleja en que ambas figuras no se diferencian una de la otra.



(b)

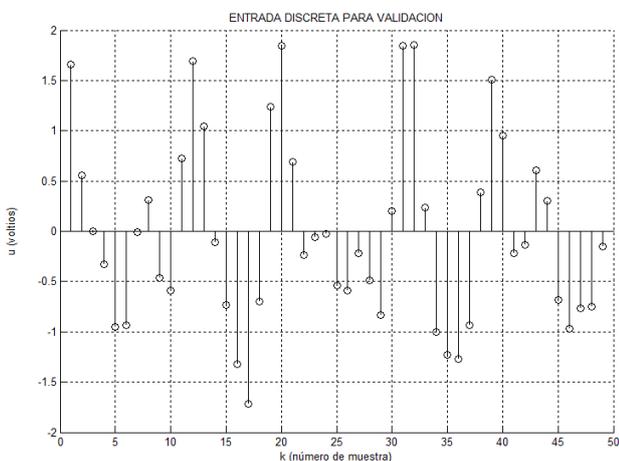
Fig. 4. Señales de validación adquiridas del primer sistema a identificar. (a) Señal discreta de entrada de validación. (b) Señal discreta de validación de la salida superpuesta con la respuesta del modelo.

**B. Identificación del segundo sistema**

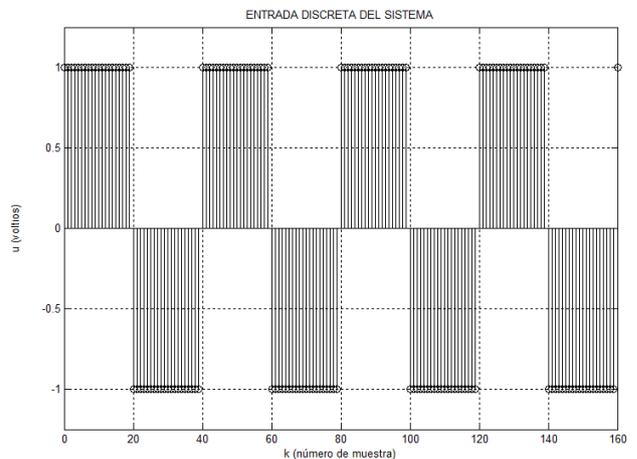
Para el siguiente sistema a identificar, se utilizó un período de muestreo de 10 milisegundos. Se aplicó una señal discreta a la entrada de ese sistema. Se registran tanto la señal discreta de entrada, como la señal discreta de salida de ese sistema, la Fig. 5 muestra esas señales.

Para diversos juegos de número de polos y de número de ceros para función de transferencia discreta que se desea obtener, el programa de entrenamiento nos entrega los respectivos modelos de función de transferencia discreta.

En la Tabla II, se muestran los resultados para varios juegos de polos y de ceros elegidos para el modelo, en la identificación por neurona Adaline del segundo sistema de prueba.



(a)



(a)

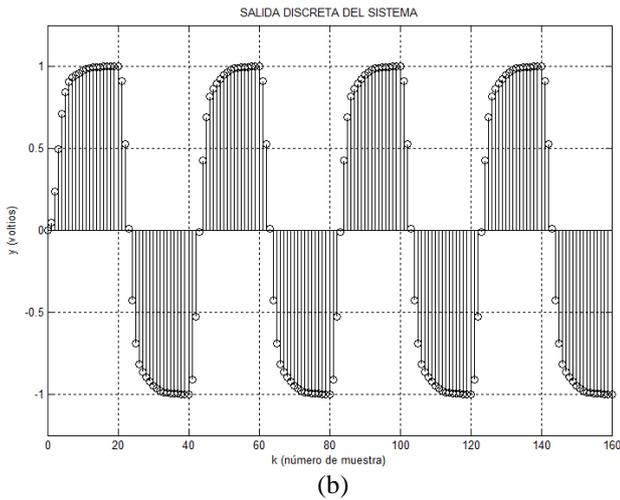


Fig. 5. Señales adquiridas del segundo sistema a identificar. (a) Señal discreta de entrada. (b) Señal discreta de salida.

Las señales adquiridas de entrada y de salida, para la validación del modelo del segundo sistema identificación, se muestran en la figura 6. En la figura 6b, se muestran superpuestas la salida adquirida para validación y la salida que entrega el modelo para la entrada de validación. La Fig. 6(b), no diferencia grandemente la salida medida para validar el modelo y la que entrega el modelo identificado para este sistema. El error obtenido en la validación adquirida, se registra en la Tabla II.

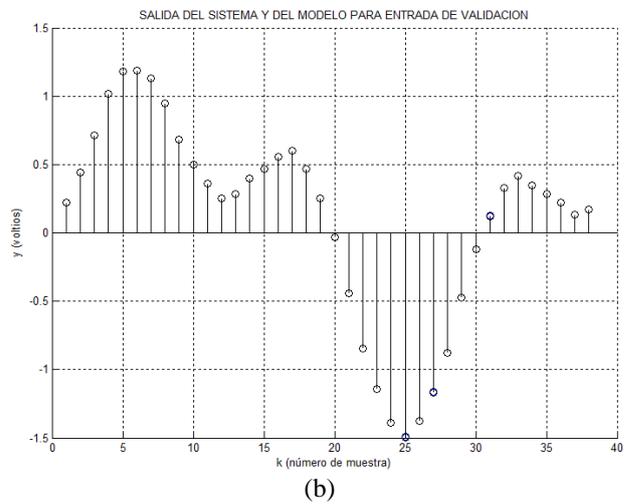
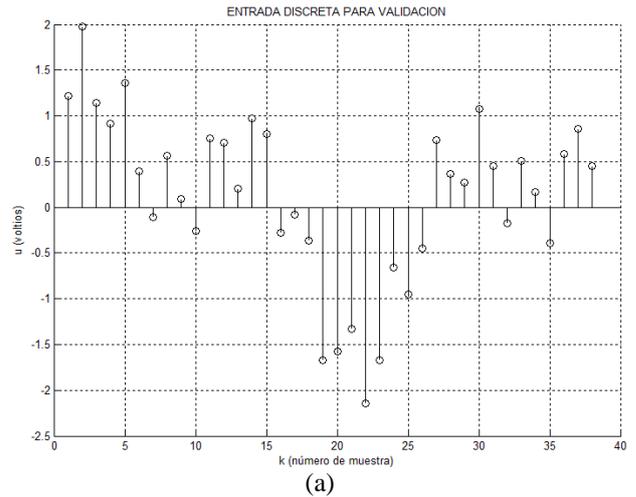


Fig. 6. Señales de validación adquiridas del primer sistema a identificar. (a) Señal discreta de entrada de validación. (b) Señal discreta de salida de validación superpuesta con la respuesta del modelo.

TABLA II

PARÁMETROS DE IDENTIFICACION MEDIANTE NEURONA ADALINE DEL SISTEMA N° 02

P: NÚMERO DE POLOS, C: NÚMERO DE CEROS

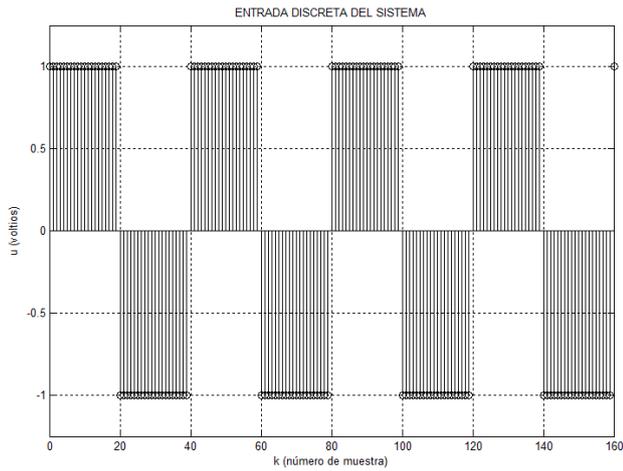
| p | c | Modelo minimizado   | Error de aprendizaje      | Error de validación       |
|---|---|---|---------------------------|---------------------------|
| 6 | 3 | $\frac{-0.509z^3 - 0.6491z^2 - 0.3255 - 0.04319}{z^6 - 4.486z^5 + 1.315z^4 + 0.9523z^3 - 0.05112z^2 - 0.735z + 0.4903}$ | 4.6698e-04<br>(Inestable) | 8.1723e-04<br>(Inestable) |
| 5 | 3 | $\frac{0.2014z^3 + 0.1349z^2 + 0.06064z + 0.01957}{z^5 - 0.6634z^4 + 0.05333z^3 + 0.09547z^2 - 0.03646z - 0.02423}$     | 3.3951e-04                | 7.3322e-04                |
| 4 | 2 | $\frac{0.2053z^2 + 0.136z + 0.03643}{z^4 - 0.583z^3 - 0.2593z^2 + 0.3799z - 0.1502}$                                    | 3.4092e-04                | 7.0268e-04                |
| 3 | 3 | $\frac{-0.001539z^3 + 0.04552z^2 + 0.1387z + 0.07087}{z^3 - 1.129z^2 + 0.4851z - 0.09985}$                              | 4.4767e-05                | 7.1328e-05                |
| 3 | 2 | $\frac{0.0455z^2 + 0.1242z + 0.02377}{z^3 - 1.448z^2 + 0.8841z - 0.2428}$   | 3.0274e-08                | 5.2793e-08                |
| 2 | 1 | $\frac{0.1488z + 0.1524}{z^2 - 1.223z + 0.4248}$  | 4.1489e-04                | 6.7456e-04                |
| 1 | 1 | $\frac{0.01249z + 0.1988}{z - 0.8139}$  | 0.0096                    | 0.0136                    |

De acuerdo a lo mostrado en la Tabla II. El modelo que mejor representa a la planta de prueba, para el período de muestreo de 10 milisegundos sería la que corresponde a la siguiente función de transferencia discreta, :

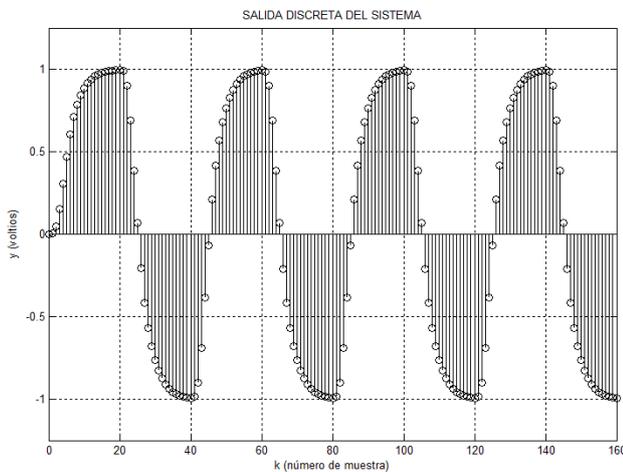
$$G(z) = \frac{0.0455z^2 + 0.1242z + 0.02377}{z^3 - 1.448z^2 + 0.8841z - 0.2428} \quad (12)$$

### C. Identificación del tercer sistema

Para el último sistema identificado a través del entrenamiento de una neurona tipo Adaline, se utilizó un período de muestreo de 10 milisegundos. Las señales discretas de entrada y de salida, adquiridas para esa identificación, se muestran en la Fig. 7.



(a)



(b)

Fig. 7. Señales adquiridas del tercer sistema a identificar. (a) Señal discreta de entrada. (b) Señal discreta de salida.

En la Tabla III, se muestran los resultados para varios juegos de polos y de ceros elegidos para el modelo, en la identificación por neurona Adaline de este sistema de prueba.

De acuerdo a lo mostrado en la tabla III. El modelo que mejor representa a esta planta de prueba, para el período de muestreo de 10 milisegundos sería la que corresponde a la siguiente función de transferencia discreta:

$$G(z) = \frac{0.0005379z^3 + 0.03787z^2 + 0.05488z + 0.03078}{z^4 - 1.223z^3 + 0.1591z^2 + 0.3386z - 0.1476} \quad (13)$$

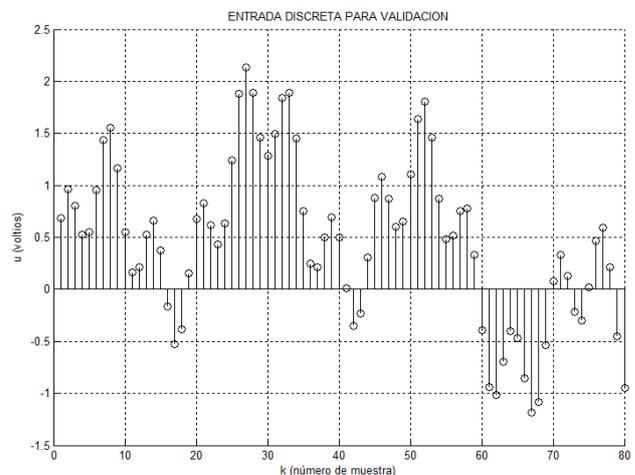
Para la validación del modelo identificado, se utilizaron las señales discretas de entrada y de salida, que se muestran en la Fig. 8.

TABLA III  
PARÁMETROS DE IDENTIFICACION MEDIANTE NEURONA ADALINE DEL SISTEMA N° 03

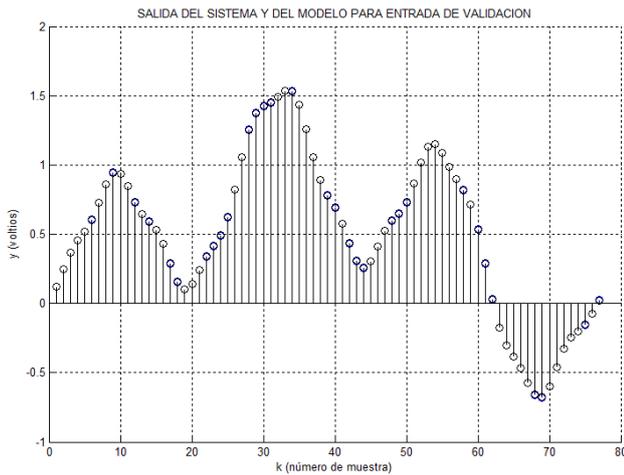
P: NÚMERO DE POLOS, C= NÚMERO DE CEROS

| p | c | Modelo minimizado  | Error de aprendizaje      | Error de validación       |
|---|---|--|---------------------------|---------------------------|
| 4 | 3 | $\frac{0.0005379z^3 + 0.03787z^2 + 0.05488z + 0.03078}{z^4 - 1.223z^3 + 0.1591z^2 + 0.3386z - 0.1476}$             | 5.0649e-06                | 9.2335e-06                |
| 6 | 2 | $\frac{-0.07208z^2 - 0.1179z - 0.07429}{z^6 - 2.708z^5 + 0.9485z^4 + 0.7697z^3 + 0.04526z^2 - 0.5328z + 0.2301}$   | 3.0337e-04<br>(Inestable) | 7.1739e-04<br>(Inestable) |
| 5 | 3 | $\frac{0.04471z^3 + 0.07342z^2 + 0.06907z + 0.03635}{z^5 - 0.7849z^4 + 0.05234z^3 - 0.2801z^2 + 0.3565z - 0.1212}$ | 1.1269e-05                | 1.7156e-05                |
| 4 | 2 | $\frac{0.04333z^2 + 0.06195z + 0.04143}{z^4 - 1.03z^3 - 0.1283z^2 + 0.4579z - 0.1534}$                             | 1.3462e-05                | 1.1298e-05                |
| 3 | 2 | $\frac{0.002782z^2 + 0.03737z + 0.06667}{z^3 - 1.316z^2 + 0.3596z + 0.06651}$                                      | 1.2534e-04                | 2.2412e-04                |
| 2 | 1 | $\frac{0.001101z + 0.06272}{z^2 - 1.609z + 0.6798}$  | 3.6512e-04                | 5.8174e-04                |
| 1 | 1 | $\frac{0.02021z + 0.1088}{z - 0.9137}$   | 0.0063                    | 0.0102                    |

En la Fig. 8(b), se muestran la salida adquirida para validación superpuesta a la salida que entrega el modelo para la entrada de validación. El error obtenido en la validación adquirida, se registra en la tabla III. Como en los casos anteriores; en la Fig. 8(b), el error pequeño de validación se traduce en diferencias no perceptibles entre la salida medida de validación y la que entrega el modelo identificado.



(a)



(b)

Fig. 8. Señales de validación adquiridas del tercer sistema a identificar. (a) Señal discreta de entrada de validación. (b) Señal discreta de salida de validación superpuesta con la respuesta del modelo.

#### IV. CONCLUSIONES

Como se ha podido comprobar con los resultados de identificación de varios sistemas mediante un modelo discreto lineal, a partir de su representación de neurona Adaline; el uso de un programa de entrenamiento supervisado de esa neurona, es una buena opción para obtener un modelo lineal de un sistema discreto, independiente del número de polos y ceros que se considere.

Es importante incluir en el programa de entrenamiento una función de minimización de las funciones de transferencia obtenidas, de esa manera de ser posible se cancelarán polos y ceros repetidos evitándose aumentar innecesariamente el orden del sistema a identificar.

#### REFERENCIAS

- [1] Besogain O. X. "Redes Neuronales Artificiales y sus Aplicaciones", [Online], disponible en: [http://cvb.ehu.es/open\\_course\\_ware/castellano/tecnicas/redes\\_neuro/contenidos/pdf/libro-del-curso.pdf](http://cvb.ehu.es/open_course_ware/castellano/tecnicas/redes_neuro/contenidos/pdf/libro-del-curso.pdf).
- [2] Griño C.R., Astrom K. J. & Wang Q. G. "Contribución a la Identificación de Sistemas Dinámicos mediante métodos conexionistas", Tesis Doctoral, 1993. [Online], disponible en: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/5955/TRGC1de1.pdf;jsessionid=3CF05C76C27C6C63FA5B3F1D9B8D1CD7.tdx2?sequence=1>.

- [3] Chakraborty R.C., Astrom K. J. & Wang Q. G. "Fundamentals\_of\_Neural\_Network.pdf", August, 10, 2010. [Online], disponible en: [http://www.myreaders.info/02-Fundamentals\\_of\\_Neural\\_Network.pdf](http://www.myreaders.info/02-Fundamentals_of_Neural_Network.pdf),