

# Análisis de la Sintonía Fina de los Parámetros del Controlador PID

Analysis of the fine tuning of the parameters of the PID controller

Bruno Vargas Tamani<sup>1</sup>

Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

**Resumen**— Realizamos un análisis de la respuesta temporal de lazo cerrado, obtenida a la salida de un sistema cuando es controlado por un controlador Proporcional Integral Derivativo (PID), obtenido mediante la sintonía basada en los resultados de un control inicial con dispositivos no lineales de característica tipo relé. Analizamos como la variación de los parámetros del PID, a partir de los valores de sintonía iniciales, afectan la respuesta temporal de lazo cerrado; utilizamos el gráfico del lugar geométrico de las raíces para estudiar como al variar cada parámetro del PID se afecta la estabilidad relativa del sistema de lazo cerrado. Se sugiere una manera de realizar la sintonía fina del controlador PID inicial, que permite disminuir el sobreimpulso inicial y el tiempo de establecimiento, en comparación con la respuesta de lazo cerrado que se obtuvo con el PID original.

**Abstract**— We analyzed the temporal response of closed loop obtained at the output of a system when it is controlled by a proportional integral derivative (PID) controller, obtained by tuning based on the results of an initial control with nonlinear type devices feature relay. Analyzed as the change in the PID parameters, from initial tuning values affect the closed loop response time; use the graph of the locus of the roots to study how varying each parameter of PID relative stability of the closed loop system is affected. A way to fine tune the initial PID controller, which reduces the initial overshoot and settling time compared with the closed-loop response was obtained with the original PID is suggested.

**Palabras clave**— sintonía, controlador PID, sobreimpulso, tiempo de establecimiento, lugar geométrico.

**Keys words** - tuning, PID controller, overshoot, settling time, the locus of the roots.

## I. INTRODUCCIÓN

El controlador proporcional integral derivativo o controlador PID, es el más popular de los

controladores industriales, se asegura que el 90% de los controladores utilizados en la industria son de ese tipo [1]. Además que el 75% de todos los PID que trabajan en la industria están mal sintonizados [2]. También es común que estos controladores se sintonicen a partir de los resultados de la prueba de control de la planta en lazo cerrado, mediante el control no lineal tipo relé. En base a esa prueba se recomiendan tablas para sintonizar los parámetros PID, como son su ganancia proporcional  $K_p$ , su tiempo integral  $T_i$  y su tiempo derivativo  $T_d$ . Esas tablas están basadas en análisis de respuesta en frecuencia. También suele utilizarse el modo de auto sintonía del controlador PID, que consiste en obtener los parámetros del PID mediante una prueba automática de control de lazo cerrado en la que se usa como controlador a esos dispositivos no lineales.

Sin embargo el usuario está expuesto a una respuesta de lazo cerrado que no puede predecir de antemano y que en la mayoría de veces resulta en grandes sobreimpulsos, muchas oscilaciones y tiempos de establecimientos largos. La experiencia del operador es necesaria para poder afinar los parámetros del PID para obtener una respuesta con características transitorias satisfactorias [3].

## II. SINTONÍA DEL CONTROLADOR PID A PARTIR DE PRUEBAS DE CONTROL CON DISPOSITIVOS TIPO RELÉ

### A. Estructura de un controlador proporcional integral derivativo (PID)

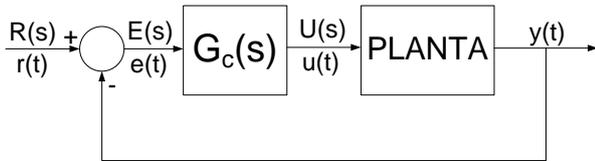
Sea una planta a ser controlada con entrada  $u(t)$  y señal de salida  $y(t)$ . Para un sistema de lazo cerrado de control de esa planta con realimentación unitaria, la Fig. 1 muestra el diagrama de bloques de ese sistema. El controlador está representado por su función de transferencia  $G_C(s)$ .

El controlador PID ideal que se utilizará para esa planta, se representa por la siguiente función de transferencia:

<sup>1</sup> Bruno Vargas Tamani, E-mail: [bvargast@unmsm.edu.pe](mailto:bvargast@unmsm.edu.pe)  
Recibido: Noviembre 2014 / Aceptado: Diciembre 2014

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (1)$$

donde  $E(s)$  es la transformada de la señal de error  $e(t)=r(t)-y(t)$  para una señal de referencia de lazo cerrado  $r(t)$ . La salida de este controlador es la señal de control  $u(t)$  cuya transformada es  $U(s)$ .



**Fig. 1.** Diagrama de bloques del sistema de lazo cerrado a implementarse.

Con la finalidad de hacer realizable la parte derivativa de este controlador, se considera un polo adicional en esa componente del PID, que corresponde a una constante de tiempo  $\tau_d$  igual al 10% del tiempo derivativo  $T_d$ .

De esa manera el controlador PID realizable tiene la siguiente función de transferencia:

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\tau_d s + 1} \right) \quad (2)$$

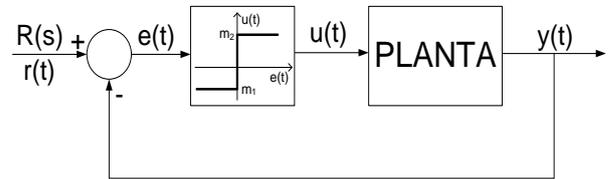
**B. Sintonía de controladores PID mediante prueba de relé realimentado**

Un grupo de investigadores liderados por Hagglund y Astrom [4], propusieron un método de sintonía práctico que puede automatizarse, para obtener un controlador PID con estructura paralela dada por (2). Este método mejora el propuesto por Ziegler y Nichols [5], que permite sintonizar un PID a partir de la búsqueda de una oscilación permanente a la frecuencia crítica  $\omega_u$  o período de oscilación crítico  $T_u$  en la salida de la planta mediante el ajuste de la ganancia hasta llegar a la ganancia crítica  $K_u$  de un controlador proporcional en el control de lazo cerrado de la planta.

La modificación de esa prueba [4], requiere reemplazar al controlador  $G_C(s)$  de la figura 1, por un elemento no lineal de característica tipo relé, como muestra la Fig. 2.

Este procedimiento permite obtener ciclos límites en el sistema, a la frecuencia cercana a la crítica; mediante una sola prueba que se puede automatizar (o

auto sintonizar). La característica no lineal del relé está determinada por el valor de  $m_1$  o de saturación menor y el valor de  $m_2$  o de saturación mayor.



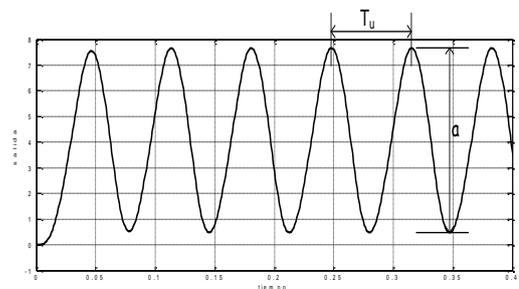
**Fig. 2.** Diagrama de bloques de la implementación de la prueba relé realimentado.

Si el resultado de esa prueba resulta en una oscilación permanente de salida del sistema y una oscilación a la salida del controlador, como las mostradas en la Fig. 3, se procede a medir los siguientes parámetros indicados en esa figura:

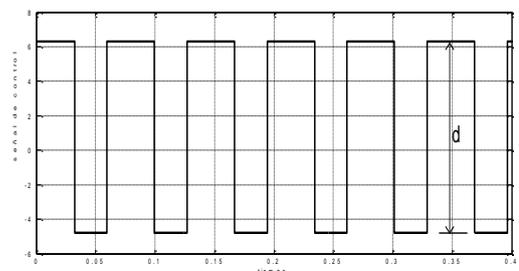
- $T_u$  : período de oscilación crítica
- $d$  : amplitud pico a pico de salida
- $\alpha$  : amplitud pico a pico de la señal de control

La ganancia crítica del sistema  $K_u$  se obtiene de acuerdo a [4]:

$$K_v = \frac{4d}{\pi\alpha} \quad (3)$$



(a)



(b)

**Fig.3** Respuestas típicas de la prueba de relé realimentado. (a) Respuesta de salida de la planta. (b) Respuesta de la señal de control.

A partir de los parámetros anteriores medidos y obtenidos a través de la prueba de relé realimentado, podemos sintonizar (manualmente) o auto sintonizar (automáticamente) un controlador proporcional integral y derivativo (PID), obteniendo los parámetros  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$ , utilizando la Tabla I, que propusieron Ziegler y Nichols originalmente para sintonizar un controlador PID mediante la búsqueda de la oscilación crítica en lazo cerrado variando la ganancia de un controlador proporcional [5].

**TABLA I**

PARÁMETROS PROPUESTOS POR ZIEGLER Y NICHOLS PARA SINTONIZAR UN CONTROLADOR PID A PARTIR DE LA OBTENCIÓN DE LA OSCILACIÓN CRÍTICA VARIANDO LA GANANCIA DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL

Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>P</b>	$0.5K_u$	-----	-----
<b>PI</b>	$0.4K_u$	$0.8T_u$	-----
<b>PID</b>	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.12T_u$

### C. Resultados de la prueba de control relé a la planta de muestra

A la planta de muestra utilizada se le realiza la prueba de control de lazo cerrado, mediante un dispositivo tipo relé con valor de saturación mayor de 5 voltios y valor de saturación menor de 1 voltio. Como resultado de esa prueba se obtuvo el ciclo límite de salida, con período  $T_u=0.045\text{sg.}$ , con valor pico a pico de 0.813 voltios, lo cual de acuerdo a (3) corresponde a una ganancia marginal del sistema de lazo cerrado de valor  $K_u=6.2644$ . Con los valores de  $T_u$  y de  $K_u$  hallados se sintonizó un controlador PID utilizando la Tabla I. La Tabla II muestra los valores de los parámetros de ese controlador.

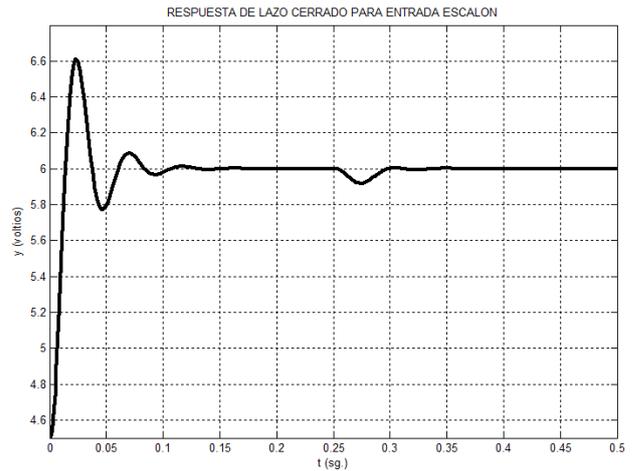
**TABLA II**

PARÁMETROS DEL CONTROLADOR PID SINTONIZADO

$K_p$	$T_i$	$T_d$
3.7586	0.0225sg.	0.0056sg.

### D. Respuesta temporal de lazo cerrado de la planta controlada por el PID sintonizado inicial

Se implementa el controlador PID sintonizado, utilizando la aproximación derivativa dada en (2); se prueba el sistema de lazo cerrado para el control de la planta con este controlador inicial; la figura 4, muestra la respuesta de lazo cerrado para una entrada tipo escalón de amplitud 6 voltios (la salida se inició en un punto de operación con salida de 4.5 voltios). En la misma figura, también se muestra como varía la respuesta cuando a partir de los 0.25sg. se aplica una perturbación tipo escalón al sistema.



**Fig. 4.** Respuestas al escalón del sistema de lazo cerrado con el controlador PID inicial sintonizado.

Como se aprecia en la Fig. 4, se ha producido un sobreimpulso de alrededor del 40% y un tiempo de establecimiento 130 msg. El valor del sobreimpulso se considera excesivo, así como desearíamos una respuesta más rápida en llegar a su estado estacionario. Como se espera, se compensan las perturbaciones en un tiempo de establecimiento indicado.

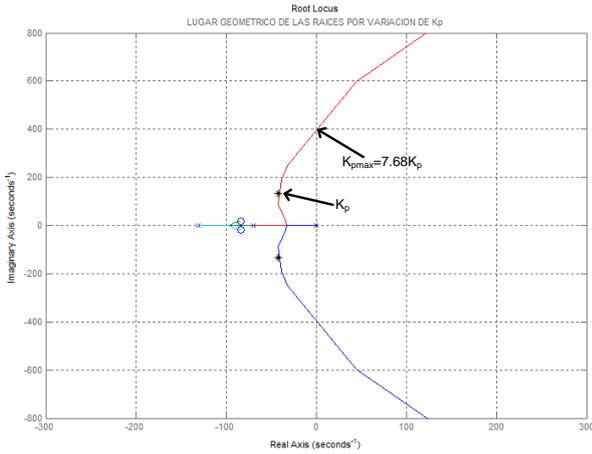
## III. ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR PID

### A. Efecto en los polos y en la respuesta temporal de lazo cerrado de la variación de la ganancia proporcional $K_p$

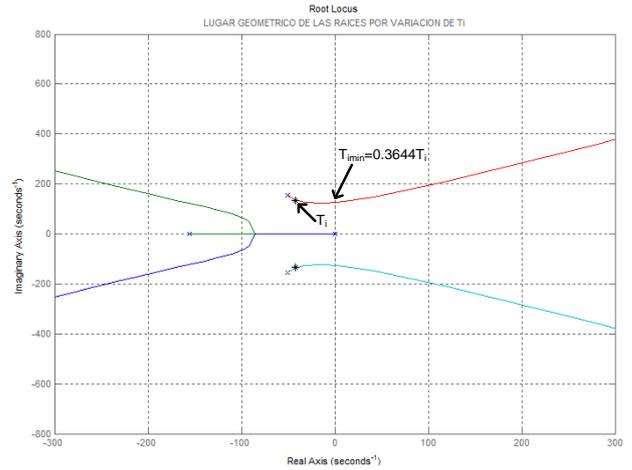
Consideremos que en el sistema de lazo cerrado implementado, en el cual se utiliza el controlador PID realizable, previamente sintonizado utilizando los resultados de la prueba de control mediante dispositivo tipo relé; se varía la ganancia proporcional  $K_p$  del controlador a partir del obtenido en la sintonía previa. El efecto del cambio de esta ganancia en los polos de lazo cerrado, se muestra en la figura 5, mediante el gráfico del lugar geométrico de las raíces de los polos de lazo cerrado cuando ese parámetro es variable.

En la Fig. 5, se observa que al aumentar la ganancia proporcional  $K_p$  del controlador; rápidamente la respuesta temporal de la salida producirá mayores oscilaciones y sobreimpulsos, así como respuestas más lentas. Por el contrario, al disminuir  $K_p$ , podemos disminuir el sobreimpulso, pero a costa de respuestas más lentas.

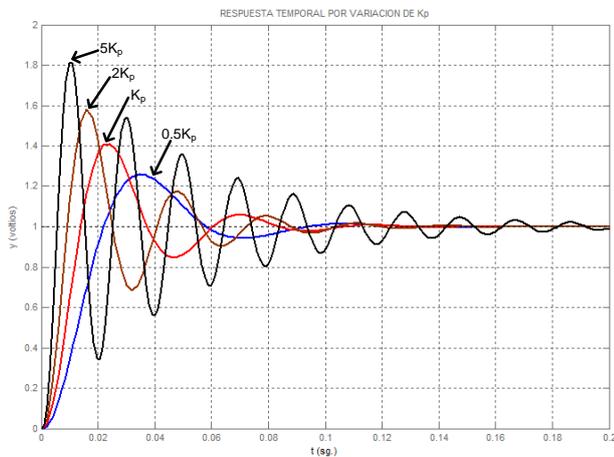
La Fig. 6, muestra diferentes respuestas de lazo cerrado, para diferentes valores de  $K_p$  menores y mayores que el  $K_p$  inicial. Se comprueba que la disminución de  $K_p$ , reduce el sobreimpulso con respuestas más lentas; así como el aumento de  $K_p$ , aumenta el sobreimpulso y las oscilaciones con respuestas más lentas.



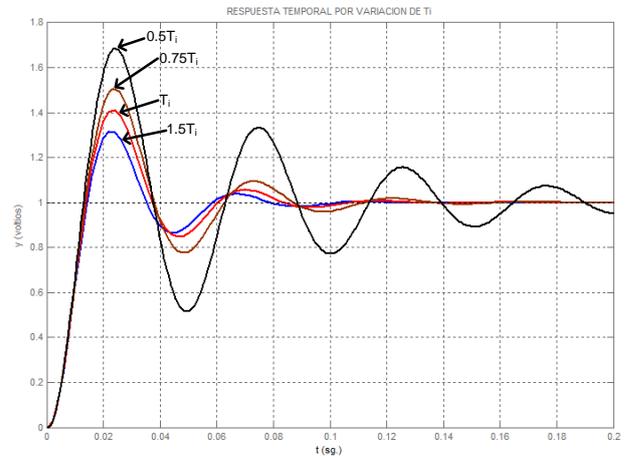
**Fig. 5.** Lugar geométrico de las raíces de los polos de lazo cerrado, por la variación de  $K_p$ .



**Fig. 7.** Lugar geométrico de las raíces de los polos de lazo cerrado, por la variación de  $T_i$ .



**Fig. 6.** Respuestas de lazo cerrado por variaciones de  $K_p$ .



**Fig. 8.** Respuestas de lazo cerrado por variaciones de  $T_i$ .

**B. Efecto en los polos y en la respuesta temporal de lazo cerrado de la variación del tiempo integral  $T_i$**

En este caso se varía el tiempo integral  $T_i$  del controlador a partir del obtenido en la sintonía previa. El efecto del cambio de este tiempo integral, se muestra en la Fig. 7, mediante el gráfico del lugar geométrico de las raíces de los polos de lazo cerrado cuando ese parámetro es variable.

En la Fig. 7, se observa que al disminuir el tiempo integral  $T_i$  del controlador; rápidamente la respuesta temporal de la salida producirá mayores oscilaciones y sobreimpulsos, así como respuestas más lentas. El aumento de  $T_i$  no es muy significativo salvo en disminuir en algo el sobreimpulso.

En la Fig. 8, muestra diferentes respuestas de lazo cerrado, para diferentes valores de  $T_i$ , decrementados e incrementados a partir del  $T_i$  inicial. Se comprueba que la disminución de  $T_i$ , produce mayores tiempos de establecimiento, así como mayores sobreimpulsos y oscilaciones; el aumento de  $T_i$ , resulta en disminución del sobreimpulso y no produce cambios significativos en el tiempo de establecimiento.

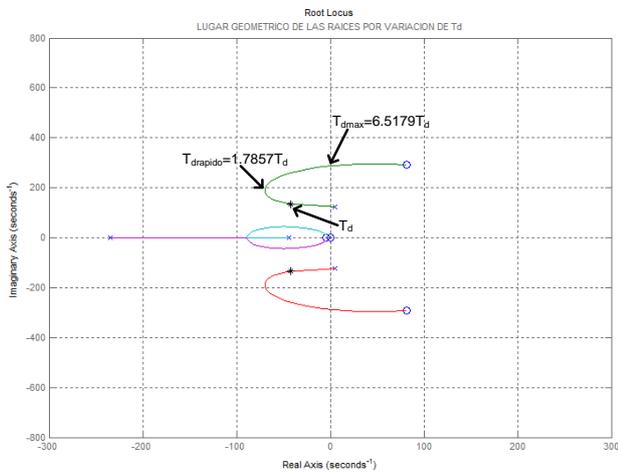
**C. Efecto en los polos y en la respuesta temporal de lazo cerrado de la variación del tiempo derivativo  $T_d$**

Analizaremos el efecto de variar el tiempo derivativo  $T_d$  del controlador, a partir del obtenido en la sintonía previa. El efecto del cambio de este tiempo derivativo, se muestra en la Fig. 9, mediante el gráfico del lugar geométrico de las raíces de los polos de lazo cerrado cuando se varía ese parámetro.

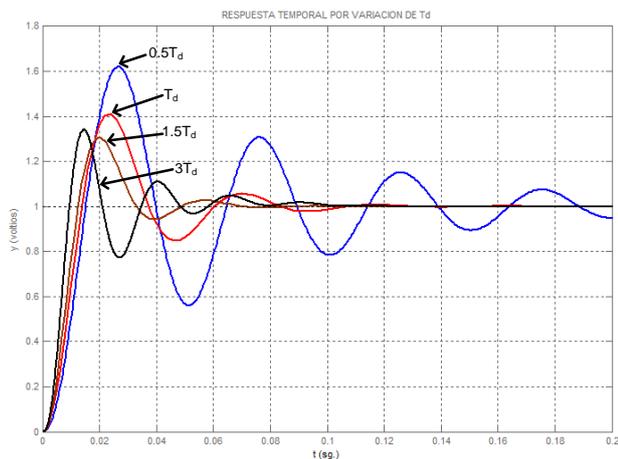
La Fig. 9, muestra que el aumento de  $T_d$ , puede mejorar la respuesta de lazo cerrado disminuyendo el tiempo de establecimiento, así como el sobreimpulso. Un aumento excesivo de  $T_d$ , se reflejará en aumentos de sobreimpulsos, mayores oscilaciones y respuestas más lentas. Al disminuir  $T_d$ , se obtendrán aumentos de sobreimpulsos y respuestas más lentas con más oscilaciones.

En la Fig. 10, muestra diferentes respuestas de lazo cerrado, para diferentes valores de  $T_d$ , menores y mayores que el  $T_d$  inicial. Se comprueba que el disminuir  $T_d$ , produce aumento del sobreimpulso, respuestas más lentas y mayores oscilaciones. Al aumentar  $T_d$  en un factor de 1.5, se observa

disminución del sobreimpulso y menor tiempo de establecimiento. Sin embargo un aumento excesivo, produce lo contrario en el sobreimpulso y tiempo de establecimiento.



**Fig. 9.** Lugar geométrico de las raíces de los polos de lazo cerrado, por la variación de  $T_d$ .



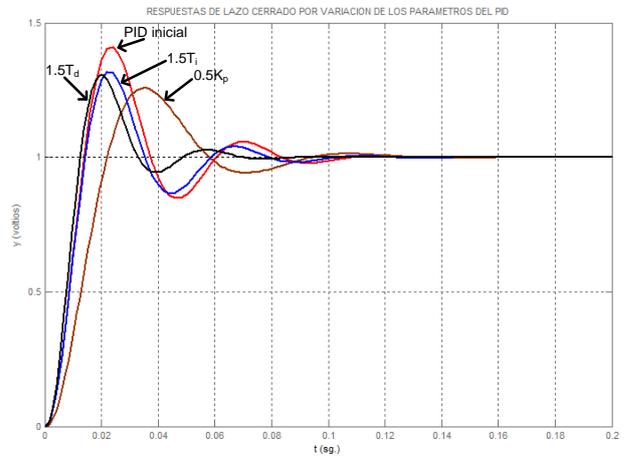
**Fig. 10.** Respuestas de lazo cerrado por variaciones de  $T_d$ .

*D. Sintonía fina de los valores de los parámetros del PID de manera independiente*

Podemos utilizar una disminución de la ganancia proporcional  $K_p$ , en caso se desee disminuir el sobreimpulso con menores oscilaciones, manteniendo el tiempo de establecimiento, por ejemplo se podría disminuir esa ganancia a  $0.5K_p$ . Ese mismo efecto se puede lograr, aumentando el tiempo integral  $T_i$  por ejemplo a  $1.5T_i$ , aunque las oscilaciones no variarán notablemente ni el tiempo de establecimiento. Para el caso del tiempo derivativo  $T_d$ , aumentándolo adecuadamente, puede disminuir el sobreimpulso con menores oscilaciones y menores tiempos de establecimiento, por ejemplo se podría aumentar a  $1.5T_d$ .

En la Fig. 11 se muestran las respuestas temporales obtenidas, para variaciones independientes de los parámetros iniciales del PID. Se realizaron estas

variaciones independientes: ganancia proporcional  $K_p$  a  $0.5K_p$ , tiempo integral  $T_i$  a  $1.5T_i$  y tiempo derivativo  $T_d$  a  $1.5T_d$ . Se muestra también la respuesta temporal original obtenida con el PID inicial.



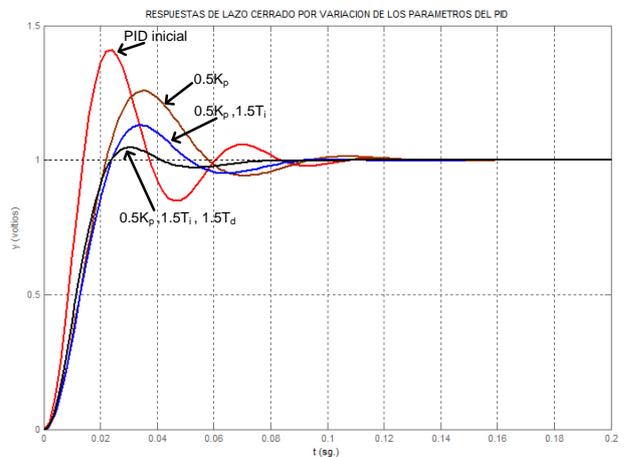
**Fig.11** Respuestas de lazo cerrado por variaciones independientes de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$ .

*E. Sintonía fina de los valores de los parámetros del PID de manera combinada*

Trataremos de aprovechar las ventajas de cada ajuste independiente de los parámetros del PID inicial. En la primera combinación, primero variamos la ganancia proporcional a  $0.5K_p$ , luego aumentamos el tiempo integral a  $1.5T_i$ , finalmente variamos el tiempo derivativo a  $1.5T_d$ .

La Fig. 12, nos muestran las respuestas temporales obtenidas, para la secuencia de variación de los parámetros del PID mencionado. Se incluye la respuesta temporal original obtenida con el PID inicial.

La siguiente variación combinada en la variación de los parámetros del PID inicial, comenzó variando el tiempo integral a  $1.5T_i$ , luego la ganancia proporcional a  $0.5K_p$ , finalmente variamos el tiempo derivativo a  $1.5T_d$ .

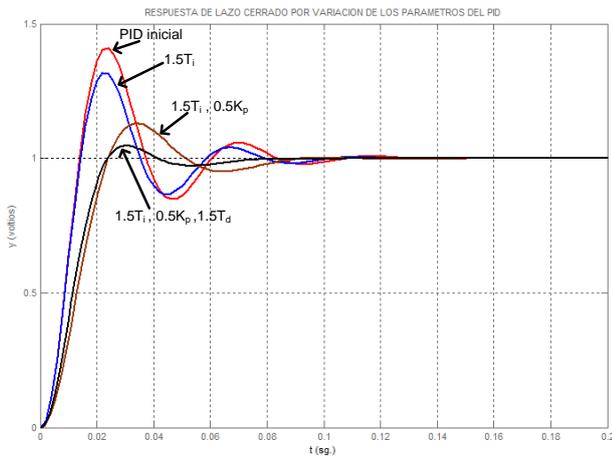


**Fig.12** Respuestas de lazo cerrado por variaciones combinadas de los parámetros del PID, secuencia:  $0.5K_p$ ,  $1.5T_i$ ,  $1.5T_d$ .

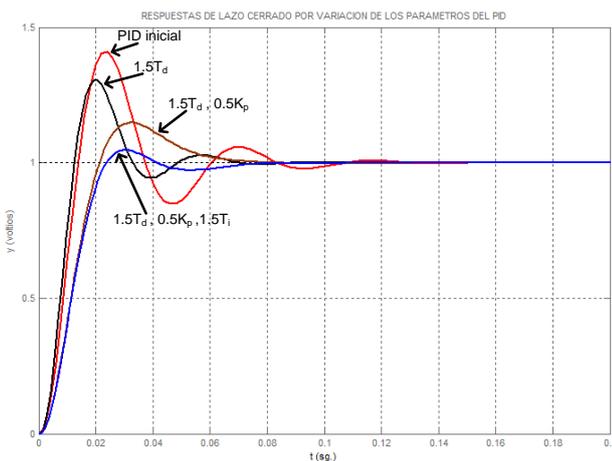
Seguidamente, en la Fig. 13 se muestran las respuestas temporales obtenidas para la secuencia indicada de variación de los parámetros del PID. También se muestra la respuesta temporal original obtenida con el PID inicial.

En la siguiente sintonía fina de los parámetros del PID inicial, se inició variando el tiempo derivativo a  $1.5T_d$ , luego la ganancia proporcional a  $0.5K_p$  y finalmente se varió el tiempo integral a  $1.5T_i$ .

La Fig. 14, muestra las respuestas temporales obtenidas, para la secuencia descrita de sintonía fina realizada de los parámetros del PID. También se muestra la respuesta temporal original obtenida con el PID inicial.



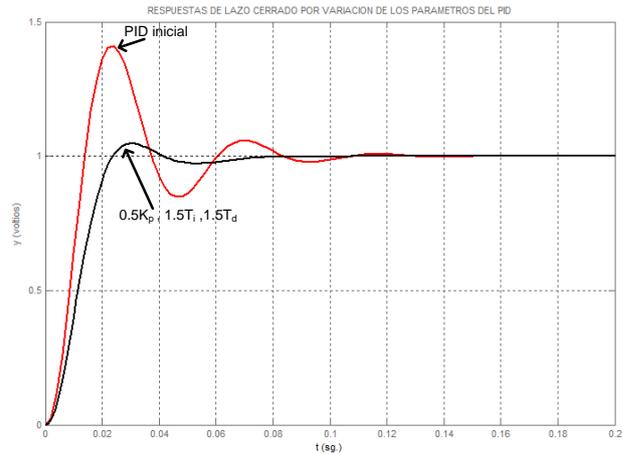
**Fig.13** Respuestas de lazo cerrado por variaciones combinadas de los parámetros del PID, secuencia:  $1.5T_i$ ,  $0.5K_p$ ,  $1.5T_d$ .



**Fig. 14** Respuestas de lazo cerrado por variaciones combinadas de los parámetros del PID, secuencia:  $1.5T_d$ ,  $0.5K_p$ ,  $1.5T_i$ .

En la Fig. 15, se muestra el resultado de la sintonía fina realizada para los parámetros del PID inicial, allí figuran las respuestas temporales de lazo cerrado obtenidas con el controlador PID inicial y la obtenida

con el controlador PID resultado de la sintonía fina desarrollado.



**Fig. 15.** Respuestas de lazo cerrado utilizando el PID inicial y el PID ajustado por sintonía fina.

#### IV ANÁLISIS DE RESULTADOS

De acuerdo a la sintonía fina, y observando la Fig. 11, variando la ganancia proporcional  $K_p$ , una leve disminución de esa ganancia permitirá disminuir los sobreimpulsos. Luego, un cambio en el tiempo integral  $T_i$ , en aumento también produce un efecto parecido al anterior, aunque con más oscilaciones; respecto a un aumento de tiempo derivativo  $T_d$ , trae un efecto importante en la disminución del tiempo de establecimiento y el sobreimpulso.

En las operaciones de sintonía fina combinadas, se aprecia un cambio significativo en el sobreimpulso disminuyendo primero la ganancia proporcional  $K_p$  y luego se aprecia otra disminución el mismo sobreimpulso al aumentar el tiempo integral  $T_i$  (Fig.12). El tiempo de establecimiento, prácticamente no varía en esa secuencia, si se aprecia una disminución de oscilaciones. Si se invierte el orden de variación de esos parámetros, el efecto en la disminución del sobreimpulso es menor si se varía primero el tiempo integral  $T_i$ .

Si se permite la variación del tiempo derivativo  $T_d$ , se puede lograr buenos resultados al aumentar ese parámetro disminuyendo aún más el sobreimpulso y el tiempo de establecimiento (Fig. 14).

#### V. CONCLUSIONES

Se sugiere realizar la sintonía fina de un controlador PID, obtenido inicialmente mediante los resultados de la prueba de control en lazo cerrado con dispositivos de característica tipo relé, disminuyendo levemente la ganancia proporcional  $K_p$ . Se debe apreciar una disminución en el sobreimpulso. Luego se debería

intentar una variación de aumento leve en el tiempo integral  $T_i$ , se debería notar su efecto en una disminución adicional del sobreimpulso y en el tiempo de establecimiento. En caso la señal de control pueda aumentar sin saturar la salida del controlador, podría aumentarse levemente el tiempo derivativo  $T_d$ , lo cual se reflejará en una disminución adicional del sobreimpulso y sobretodo en la disminución del tiempo de establecimiento.

La disminución y aumento de los parámetros del PID inicial, se pueden considerar aceptables, hasta en un 50% y 150% respectivamente.

### REFERENCIAS

- [1] Hang C.C., Astrom K. J. & Wang Q. G. "Relay feedback auto-tuning of process controllers - a tutorial review", *Journal of Process Control*, 12, 143-162, 2002. [Online], Disponible en: <http://www.disa.bi.ehu.es/spanish/asignaturas/17212/PRACTICA%20IV.pdf>
- [2] O'Dwyer, A. "PI and PID controller tuning rules: an overview and personal perspective", *Proceedings of the IET Irish Signals and Systems Conference*, Dublin Institute of Technology, 161-166, 2006.
- [3] Ogata Katsuhiko, "Ingeniería de Control Moderna". *Prentice-Hall Hispanoamericana*, México. S.A. 1993.
- [4] Hagglund T. and Astrom K., "Automating Tuning of PID Controllers", *Instruments Society of America*, 1988.
- [5] Wittenmark B. and Astrom K., "Adaptive Control", *Addison-Wesley Publishing Company*, 1989.