

Sistema de Control de la Posición Cartesiana y Dirección de un Robot Móvil con Tracción Diferencial

Control strategy of a mobile robot with differential drive based on kinematic analysis

Bruno Vargas Tamani¹

Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

Resumen— Se desarrolla el análisis del modelo dinámico de un robot de tracción diferencial y en base a ese modelo, combinado con su modelo cinemático, se plantea una estrategia de control, para que el robot desarrolle trayectorias desde una posición de equilibrio inicial hacia otra posición de equilibrio final deseada. Se plantea lograr el objetivo en el desplazamiento del robot, dividiendo esa labor en tres tramos secuenciales, durante los cuales sólo se active un solo controlador a la vez. Estamos refiriéndonos a dos controladores en el sistema supervisor, uno de control de la dirección del robot y otro controlador de la distancia recorrida por el robot. En un primer tramo, el controlador de dirección cambiará la dirección del robot desde la inicial a una dirección intermedia; esa dirección debe ser la que debe tomar el robot para que se desplace en línea recta a la posición cartesiana deseada. Luego el controlador de distancia del robot, desplazará a este una distancia adecuada para posicionarlo en el punto cartesiano deseado y finalmente el controlador de dirección, orientará al robot a la dirección deseada.

Abstract—Analysis of the dynamic model of a differential drive robot is developed and based on that model, combined with its kinematic model, a control strategy is proposed to develop the robot trajectories starting from a position of equilibrium to another equilibrium position desired end. It arises achieve the objective in moving the robot, dividing the work into three sequential sections, during which only one controller is active at a time. We are referring to two controllers in the supervisory system, a steering control of the robot and another driver distance traveled by the robot. In a first stage, the direction controller changes the direction of the robot from the initial to middle management; That address has to be the one to take the robot to move in a straight line Cartesian position desired. Then the distance from the robot controller, this move an appropriate distance to position it at the desired point and finally Cartesian direction controller, guide

the robot to the desired direction.

Palabras Claves - tracción diferencial, modelo cinemático, modelo dinámico, punto de equilibrio, orientación, posición.

Key Words – differential traction, kinematic model, dynamic model, equilibrium point, orientation.

I. INTRODUCCIÓN

Consideremos a un robot móvil de dos ruedas con tracción diferencial tracción diferencial, que se representa en la Fig. 1. Las variables del sistema se definen como :

θ_1 : posición angular de la rueda izquierda
 θ_2 : posición angular de la rueda derecha
 φ : posición angular del cuerpo del robot
 v_1 : velocidad lineal de la rueda izquierda
 v_2 : velocidad lineal de la rueda derecha
 $\dot{\theta}_1$: velocidad angular de la rueda izquierda
 $\dot{\theta}_2$: velocidad angular de la rueda derecha
 v : velocidad lineal del cuerpo del robot
 L : distancia recorrida por el robot
 $\dot{\varphi}$: velocidad angular del cuerpo del robot
 b : radio del robot
 r : radio de las ruedas

Como en todo cuerpo se cumplen [3]:

$$v_1 = r\dot{\theta}_1 \quad (1)$$

$$v_2 = r\dot{\theta}_2 \quad (2)$$

Al considerar al robot como un cuerpo rígido, la velocidad v del centro de masa, se obtiene como el promedio de las velocidades lineales de sus extremos, que es donde se encuentran las ruedas. De acuerdo a (1) y (2):

$$v = \frac{(v_1 + v_2)}{2} = \frac{r}{2}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (3)$$

¹ Bruno Vargas Tamani, e-mail: bvargast@unmsm.edu.pe
 Recibido: Noviembre 2015 / Aceptado: Diciembre 2015

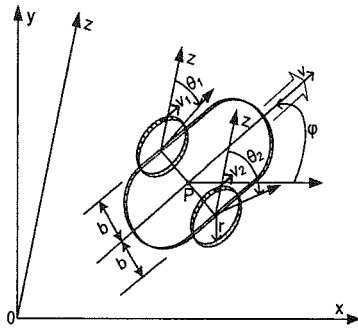


Fig. 1. Diagrama del robot móvil de tracción diferencial.

Del análisis de las ecuaciones cinemáticas, que relacionan la velocidad de giro de cada una de las ruedas con las variables de posición del robot (x, y, z); según [2], se tiene que:

$$\dot{\phi} = \frac{r}{2b} (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \quad (4)$$

Respecto a las coordenadas cartesianas del robot en el plano xy ; dado que de acuerdo a (3), se conoce la velocidad lineal v , descomponemos dicha velocidad en cada uno de los ejes:

$$\dot{x} = v_x = v \cos \phi \quad (5)$$

$$\dot{y} = v_y = v \sin \phi \quad (6)$$

La distancia L recorrida por el robot, debe estar descrita de acuerdo a (3) por:

$$\dot{L} = v = \frac{r}{2} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (7)$$

La Fig. 2, representa el modelo cinemático del robot de tracción diferencial.

II. ANÁLISIS DEL MODELO DINÁMICO DEL ROBOT DE TRACCIÓN DIFERENCIAL

Considerar el cuerpo del robot y de sus dos ruedas como discos rígidos de masa M y m respectivamente. Las ecuaciones dinámicas se determinan en base al cálculo Lagrangiano [4]. El sistema se simplifica, ya que la altura del robot siempre es la misma, así la energía potencial del mismo permanece constante, reduciéndose a la suma de la energía cinética del cuerpo K_c y de las ruedas K_{c1} y K_{c2} .

La energía cinética del cuerpo del robot, está dado por la suma de la energía cinética debida a la traslación del cuerpo (asociado a su velocidad lineal v) y la energía cinética de rotación (asociado a su velocidad angular $\dot{\phi}$), de esta manera se tiene que:

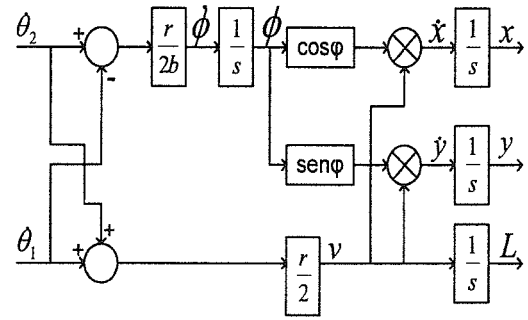


Fig. 2. Representación del modelo cinemático del robot móvil de tracción diferencial.

$$K_c = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I_c \dot{\phi}^2 \quad (8)$$

El momento de inercia I_c del cuerpo del robot (respecto al centro de giro), está dado por:

$$I_c = \frac{1}{2} M b^2 \quad (9)$$

por tanto, con (9) en (8):

$$K_c = \frac{1}{2} M \left(v^2 + \frac{b^2}{2} \dot{\phi}^2 \right) \quad (10)$$

Para determinar la energía cinética de la rueda izquierda, consideramos su movimiento lineal y la rotacional:

$$K_{c1} = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} I_{c1} \dot{\theta}_1^2 \quad (11)$$

donde:

$$I_{c1} = \frac{1}{2} m r^2 \quad (12)$$

por tanto, con (12) en (11):

$$K_{c1} = \frac{1}{2} m \left(v_1^2 + \frac{r^2}{2} \dot{\theta}_1^2 \right) \quad (13)$$

Análogamente a (13), para la rueda derecha, se cumplirá:

$$K_{c2} = \frac{1}{2} m \left(v_2^2 + \frac{r^2}{2} \dot{\theta}_2^2 \right) \quad (14)$$

La ecuación del Lagrangiano, está dada por:

$$\mathcal{L} = K_c + K_{c1} + K_{c2} \quad (15)$$

con (10), (13) y (14), en (15):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} M \left(v^2 + \frac{b^2}{2} \dot{\phi}^2 \right) + \frac{1}{2} m \left(v_1^2 + \frac{r^2}{2} \dot{\theta}_1^2 \right) + \frac{1}{2} m \left(v_2^2 + \frac{r^2}{2} \dot{\theta}_2^2 \right) \quad (16)$$

reemplazando (10), (14), (8) y (9) en (16), obtenemos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}M\left(\frac{r^2}{4}(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{b^2}{2} \frac{r^2}{4b^2}(\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2)^2\right) + \frac{1}{2}m(r^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{r^2}{2}\dot{\theta}_1^2) + \frac{1}{2}m(r^2\dot{\theta}_2^2 + \frac{r^2}{2}\dot{\theta}_2^2)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}M\frac{r^2}{4}((\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)^2 + \frac{1}{2}(\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2)^2) + \frac{1}{2}m\frac{3}{2}r^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8}Mr^2\left(\dot{\theta}_1^2 + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2 + \frac{\dot{\theta}_2^2}{2} - \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \frac{\dot{\theta}_1^2}{2}\right) + \frac{3}{4}mr^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8}Mr^2\left(\frac{3}{2}\dot{\theta}_1^2 + \frac{3}{2}\dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right) + \frac{3}{4}mr^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8}Mr^2\frac{3}{2}(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{1}{8}Mr^2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \frac{3}{4}mr^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)$$

$$\mathcal{L} = \frac{3}{16}r^2(M+4m)(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{1}{8}Mr^2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \quad (17)$$

En base a la teoría de Lagrange de la mecánica clásica, las ecuaciones de movimiento del sistema físico están dadas por:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_1} = T_1 \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_2}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_2} = T_2 \quad (19)$$

donde T_1 y T_2 son los torques que producen el movimiento e cada rueda. Aplicando (17), obtenemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1} = \frac{3}{16}r^2(M+4m)2\dot{\theta}_1 + \frac{1}{8}Mr^2\dot{\theta}_2 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_2} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1}\right) = \frac{3}{8}r^2(M+4m)\ddot{\theta}_1 + \frac{1}{8}Mr^2\ddot{\theta}_2 \quad (22)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{3}{16}r^2(M+4m)2\dot{\theta}_2 + \frac{1}{8}Mr^2\dot{\theta}_1 \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_2} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_2}\right) = \frac{3}{8}r^2(M+4m)\ddot{\theta}_2 + \frac{1}{8}Mr^2\ddot{\theta}_1 \quad (24)$$

Aplicando (22), (21), (24) y (23) en (18) y (19), obtenemos:

$$T_1 = \frac{3}{8}r^2(M+4m)\ddot{\theta}_1 + \frac{1}{8}Mr^2\ddot{\theta}_2 \quad (25)$$

$$T_2 = \frac{1}{8}Mr^2\ddot{\theta}_1 + \frac{3}{8}r^2(M+4m)\ddot{\theta}_2 \quad (26)$$

De (26) se obtiene:

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{8}{3r^2(M+4m)}T_2 - \frac{M}{3(M+4m)}\ddot{\theta}_1 \quad (27)$$

Reemplazando (27) en (25):

$$T_1 = \frac{3}{8}r^2(M+4m)\ddot{\theta}_1 - \frac{M^2r^2}{24(M+4m)}\ddot{\theta}_1 + \frac{M}{3(M+4m)}T_2$$

$$T_1 = \frac{1}{24}r^2\left(\frac{9(M+4m)^2 - M^2}{M+4m}\right)\ddot{\theta}_1 + \frac{M}{3(M+4m)}T_2$$

$$T_1 = \frac{1}{24}r^2\frac{8(M^2+9Mm+18m^2)}{M+4m}\ddot{\theta}_1 + \frac{M}{3(M+4m)}T_2 \quad (28)$$

Despejando la aceleración angular de la rueda izquierda, obtenemos:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{3(M+4m)}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 - \frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_2 \quad (29)$$

Con (27) en (29), se obtiene:

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{8}{3r^2(M+4m)}T_2 - \frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 + \frac{M^2}{3r^2(M+4m)(M^2+9Mm+18m^2)}T_2$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 + \frac{1}{3r^2(M+4m)}\left(\frac{8(M^2+9Mm+18m^2)+M^2}{M^2+9Mm+18m^2}\right)T_2$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 + \frac{1}{3r^2(M+4m)}\frac{9(M^2+8Mm+16m^2)}{M^2+9Mm+18m^2}T_2$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 + \frac{1}{r^2(M+4m)}\frac{3(M+4m)^2}{M^2+9Mm+18m^2}T_2$$

Finalmente la aceleración angular de la rueda derecha, está dada por:

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 + \frac{3(M+4m)}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_2 \quad (30)$$

Las ecuaciones (29) y (30), representan el modelo dinámico del robot diferencial, las cuales se agrupan a continuación:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{3(M+4m)}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 - \frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_2$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{M}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_1 + \frac{3(M+4m)}{r^2(M^2+9Mm+18m^2)}T_2 \quad (31)$$

Analizando el sistema de ecuaciones (31), se observa que si se aplican torques iguales a ambas ruedas del robot, la dinámica de ambas ruedas será idéntica. Además si hacemos $T_1 = -T_2$, la velocidad angular, así como la posición angular de la rueda izquierda, será de sentido contrario a la de la rueda derecha, pero de iguales magnitudes.

La Fig. 3, representa el modelo dinámico del robot de tracción diferencial.

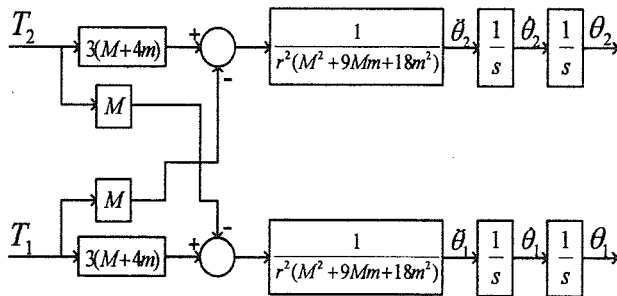


Fig. 3. Representación del modelo dinámico del robot móvil de tracción diferencial.

III. ESTRATEGIA DE CONTROL DE LA POSICIÓN CARTESIANA Y DIRECCIÓN DEL ROBOT DE TRACCIÓN DIFERENCIAL

A. Análisis de la división de la estrategia de control

Las diferentes tareas que debe desarrollar el robot, debe permitirle desplazarse desde una situación de equilibrio a otra, por efecto de la variación de los torques aplicados a las ruedas del robot.

Sea un punto de equilibrio deseado del robot (x_d, y_d, z_d) al cual se trata de llegar desde un punto de equilibrio inicial (x_i, y_i, z_i) , por efecto de las variaciones de los torques T_2 y T_1 .

Para lograr el objetivo de trasladar el robot a la condición deseada, de acuerdo a [2]; vamos a dividir esa tarea en tres partes. La primera consiste en direccionar al robot, desde su dirección inicial z_i a una dirección intermedia z_p (manteniendo la posición cartesiana del robot (x_i, y_i)), de tal manera que obtenida esa dirección, el robot se puede desplazar en línea recta desde su posición cartesiana inicial (x_i, y_i) hacia la posición cartesiana deseada de coordenadas finales (x_d, y_d) .

La una dirección intermedia z_p , se puede obtener de [2]:

$$\phi_p = \text{tg}^{-1}\left(\frac{y_d - y_i}{x_d - x_i}\right) \quad (32)$$

Se debe utilizar un controlador de la dirección del robot para cambiar la dirección del robot, desde z_i a z_p .

El segundo tramo de la tarea (a partir de que la dirección del robot es z_p), consiste en desarrollar un movimiento lineal del robot una distancia ΔL , la cual se puede calcular como [2]:

$$\Delta L = \sqrt{(y_d - y_i)^2 + (x_d - x_i)^2} \quad (33)$$

Para ese objetivo se debe mantener la dirección del robot en z_p y utilizar un controlador de la posición lineal o de distancia L para el robot. Con ello, el robot se trasladará desde su posición cartesiana inicial (x_i, y_i) a la posición cartesiana deseada (x_d, y_d) .

Finalmente la tercera parte de la tarea (luego de posicionado el robot en el punto deseado (x_d, y_d)), consistirá en direccionar el robot desde su dirección intermedia z_p a la dirección final deseada z_d . Nuevamente de debe hacer uso del controlador de la dirección del robot para cambiar la dirección del robot, desde z_p a z_d .

B. Análisis del controlador de dirección del robot

Para controlar la dirección z del robot (manteniendo la posición cartesiana del robot (x_i, y_i)), de acuerdo al análisis cinemático del robot [2], se debe asegurar que

$\dot{\theta}_1 = -\dot{\theta}_2$ y variando $\dot{\theta}_2$ podemos variar la dirección z a la dirección deseada (que en un primer tramo es z_p y en otro es z_d).

De acuerdo al análisis anterior del modelo dinámico del robot, la variación de la velocidad angular $\dot{\theta}_2$ (y de $\dot{\theta}_1$ en sentido contrario pero con igual magnitud), se debe hacer $T_1 = -T_2$. Ahora variando el torque T_2 aplicado a la rueda derecha (con un torque T_1 de igual valor, pero de sentido contrario para la rueda izquierda), variaremos la dirección z del robot. Por tanto, el controlador de dirección se puede diseñar, considerando al torque T_2 como señal de control y a la dirección z como salida.

Analizando tanto el modelo cinemático y el modelo dinámico del robot (resumidas en las Figs 2 y 3, el sistema a considerar para diseñar el controlador de dirección z , se muestra en la Fig. 4.

C. Análisis del controlador de posición lineal o distancia del robot

Manteniendo la dirección intermedia del robot en ϕ_p , debemos cambiar la distancia recorrida por el robot en la misma dirección. Para controlar la posición lineal o distancia del robot L (considerando que la distancia deseada a recorrer es la última más la distancia ΔL , calculada según (33)), de acuerdo al análisis cinemático del robot [2], se debe asegurar que $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2$ y variando $\dot{\theta}_2$ podemos variar la distancia L recorrida por el robot (que al mantener la dirección en dirección en z_p desarrollará una trayectoria lineal), a la distancia deseada.

De acuerdo al análisis anterior del modelo dinámico del robot, la variación de la velocidad angular $\dot{\theta}_2$ (y de $\dot{\theta}_1$ en el mismo sentido y con igual magnitud), se debe hacer $T_1 = T_2$. Variando el torque T_2 aplicado a la rueda derecha (con un torque T_1 de igual valor y en el mismo sentido para la rueda izquierda), variaremos la distancia L recorrida por el robot. Por tanto, el controlador de distancia se puede diseñar, considerando al torque T_2 como señal de control y a la distancia L como salida.

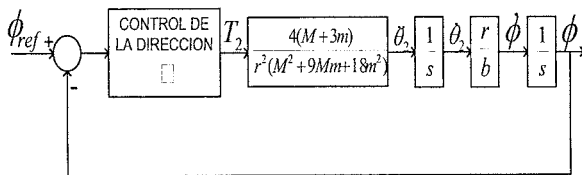


Fig. 4. Representación del modelo simplificado a utilizarse para diseñar el controlador de dirección z .

Analizando tanto el modelo cinemático y el modelo dinámico del robot (resumidas en las Fig. 2 y 3, el

sistema a considerar para diseñar el controlador de distancia L , se muestra en la Fig. 5.

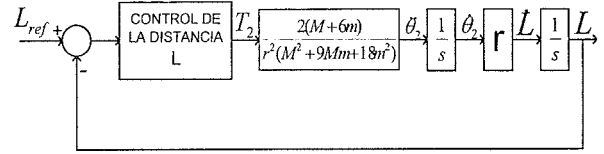


Fig. 5. Representación del modelo simplificado a utilizarse para diseñar el controlador de distancia L .

D. Diseño de los controladores de dirección y de distancia para el robot de tracción diferencial

Considerando para el robot los siguientes parámetros: $M=12\text{Kg}$; $m=2\text{Kg}$; $r=0.05\text{m}$ y $b=0.15\text{m}$, se diseñaron los controladores discretos lineales tanto de dirección como de distancia, para un tiempo de muestreo de 0.1ms .

Las funciones de transferencia de ambos controladores, son respectivamente:

$$G_{\phi}(z) = \frac{16.46(z^2 - 2z + 0.9995)}{(z-1)(z-0.9995)} \quad (34)$$

$$G_L(z) = \frac{164.6(z^2 - 2z + 0.9995)}{(z-1)(z-0.9995)} \quad (35)$$

III. ESTRATEGIA DE CONTROL DE LA POSICIÓN CARTESIANA Y DIRECCIÓN DEL ROBOT DE TRACCIÓN DIFERENCIAL

Se ha diseñado un programa de simulación de trayectorias animados, para comprobar la estrategia de control planteada y el desempeño de los controladores diseñados; se indica la posición cartesiana inicial del robot, así como su dirección inicial; asimismo se indica la posición cartesiana final deseada y la dirección final deseadas; luego se pone a prueba el sistema de control planteado, registrando las trayectorias desarrolladas y las respuestas temporales de las variables de interés.

La primera prueba consiste en desarrollar la trayectoria del robot, para que el robot se desplace desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ a las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

La Fig. 6, muestra la animación de la primera parte de la estrategia planteada, que consiste en orientar el robot a la dirección adecuada, de tal manera que luego pueda trasladarse en línea recta a la posición final deseada. En esta parte, el supervisor del sistema pone en acción al controlador de dirección.

La Fig. 7, muestra la animación de la segunda parte de la estrategia planteada; luego de llegar a la

dirección intermedia adecuada en la primera parte, ahora el robot siguiendo esa misma dirección, debería trasladarse en línea recta a la posición final cartesiana deseada. En esta parte, el supervisor del sistema, activa el controlador de distancia.

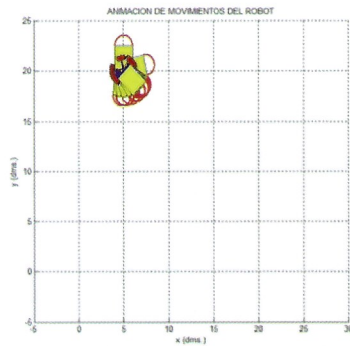


Fig. 6 Animación de la primera parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

La Fig. 8, muestra la animación de la tercera y última parte de la estrategia planteada; luego de llegar a la dirección a la posición final cartesiana deseada; ahora se debe orientar el robot a la dirección final deseada. En esta parte, el supervisor del sistema, nuevamente activa el controlador de dirección.

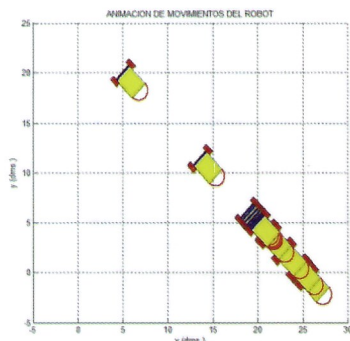


Fig. 7 Animación de la segunda parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

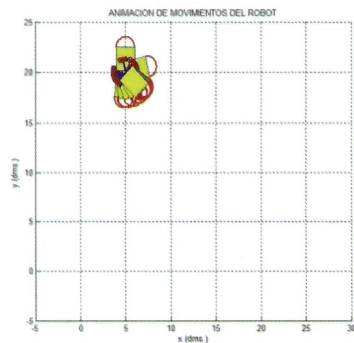


Fig. 8. Animación de la tercera parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

Las respuestas temporales de las variables del sistema, producidas por el sistema de control planteado, para el traslado del robot desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$, se muestran en las siguientes fi.

La Fig. 9, muestra la respuesta temporal del ángulo de orientación del robot.

La Fig. 10, muestra la respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada x de posición del robot.

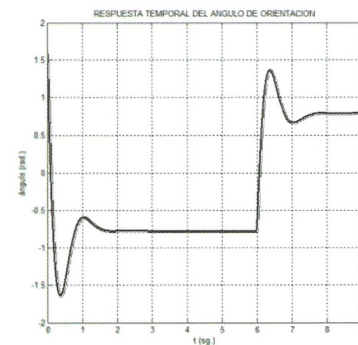


Fig. 9 Respuesta temporal del ángulo de orientación del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

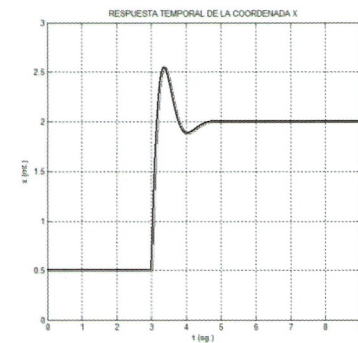


Fig. 10. Respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada x de posición del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

La Fig. 11, muestra la respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada y de posición del robot.

La Fig. 12, muestra la respuesta temporal de la distancia recorrida por el robot.

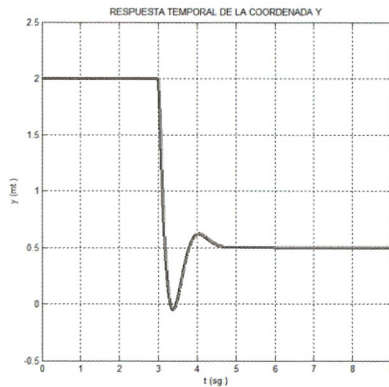


Fig. 11. Respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada y y de posición del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

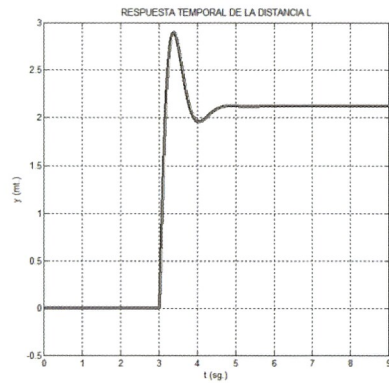


Fig. 12. Respuesta temporal de la distancia L recorrida por el robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ hacia las coordenadas finales $(2, 0.5, 45^\circ)$.

La segunda prueba realizada, consiste en desarrollar la trayectoria del robot, desde las coordenadas iniciales $(2, 2, 0^\circ)$ a las coordenadas finales $(0.5, 1, -90^\circ)$.

Las Figs 13, 14 y 15; muestran las animaciones de las trayectorias desarrolladas por el robot, en cada una de las partes de la estrategia de control planteada.

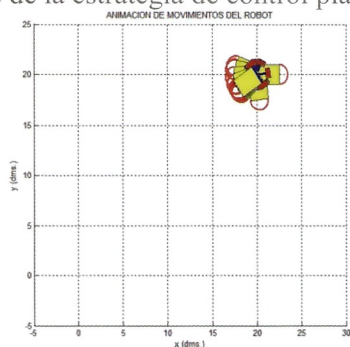


Fig. 13. Animación de la primera parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales $(2, 2, 0^\circ)$ a las coordenadas finales deseadas $(0.5, 1, -90^\circ)$.

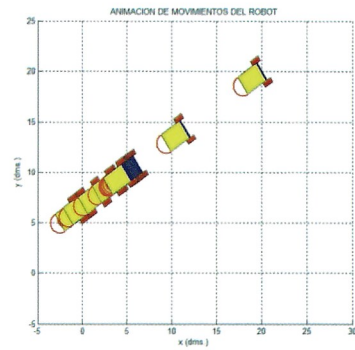


Fig. 14. Animación de la segunda parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales $(2, 2, 0^\circ)$ a las coordenadas finales deseadas $(0.5, 1, -90^\circ)$.

Las Figs 16, 17, 18 y 19; muestran las respuestas temporales de las variables del sistema, producidas por el sistema de control planteado, traslado del robot desde las coordenadas iniciales $(2, 2, 0^\circ)$ a las coordenadas finales deseadas $(0.5, 1, -90^\circ)$.

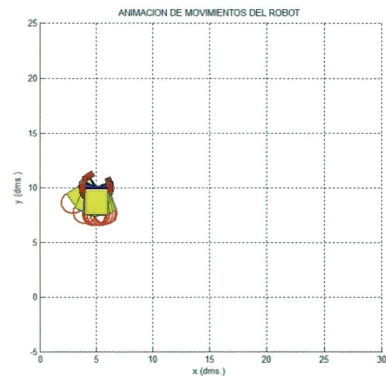


Fig. 15. Animación de la tercera parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales $(2, 2, 0^\circ)$ a las coordenadas finales deseadas $(0.5, 1, -90^\circ)$.

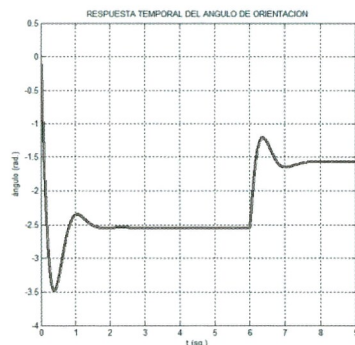


Fig. 16. Respuesta temporal del ángulo de orientación del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(2, 2, 0^\circ)$ a las coordenadas finales deseadas $(0.5, 1, -90^\circ)$.

La tercera prueba realizada, consiste en desarrollar la trayectoria del robot, desde las coordenadas iniciales $(2, 0, -90^\circ)$ a las coordenadas finales $(1, 1.5, 90^\circ)$.

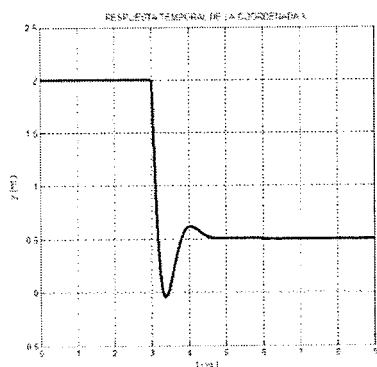


Fig. 17. Respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada x de posición del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales (2,2,0°) a las coordenadas finales deseadas (0.5,1,-90°).

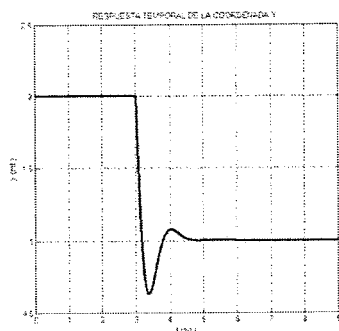


Fig. 18. Respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada y de posición del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales (2,2,0°) a las coordenadas finales deseadas (0.5,1,-90°).

Las Figs 20, 21 y 22; muestran las animaciones de las trayectorias desarrolladas por el robot, en cada una de las partes de la estrategia de control planteada. Las Figs 23, 24, 25 y 26; muestran las respuestas temporales de las variables del sistema, producidas por el sistema de control planteado, traslado del robot desde las coordenadas iniciales (2,0,-90°) a las coordenadas finales (1,1.5,90°).

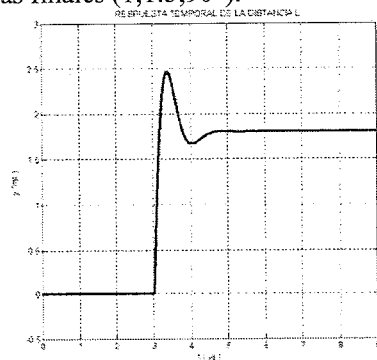


Fig. 19. Respuesta temporal de la distancia L recorrida por el robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales (2,2,0°) a las coordenadas finales deseadas (0.5,1,-90°).

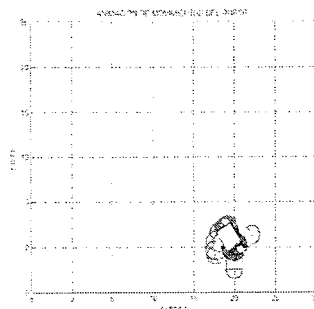


Fig. 20. Animación de la primera parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales (2,0,-90°) a las coordenadas finales (1,1.5,90°).

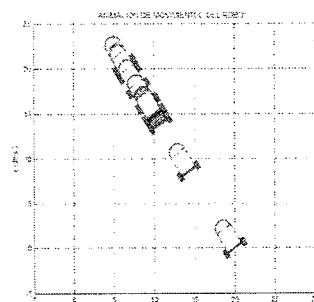


Fig. 21. Animación de la segunda parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales (2,0,-90°) a las coordenadas finales (1,1.5,90°).

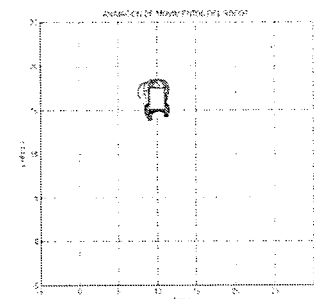


Fig. 22. Animación de la tercera parte de la trayectoria desarrollada, para el traslado desde las coordenadas iniciales (2,0,-90°) a las coordenadas finales (1,1.5,90°).

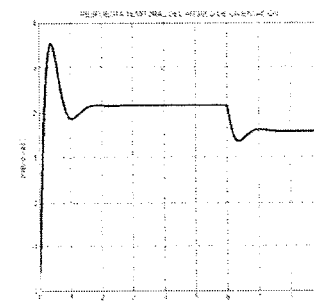


Fig. 23. Respuesta temporal del ángulo de orientación del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales (2,0,-90°) a las coordenadas finales (1,1.5,90°).

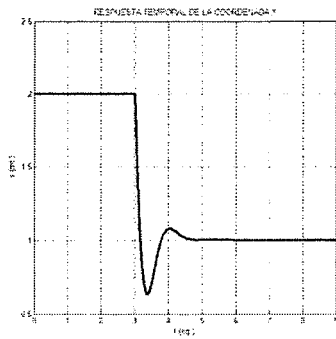


Fig. 24. Respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada x de posición del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(2,0,-90^\circ)$ a las coordenadas finales $(1,1.5,90^\circ)$.

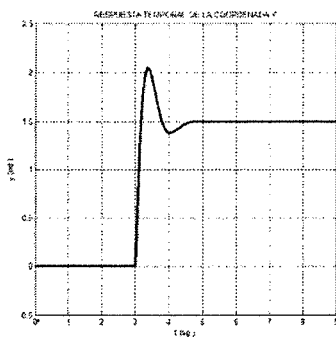


Fig. 25. Respuesta temporal de la posición cartesiana de la coordenada y de posición del robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(2,0,-90^\circ)$ a las coordenadas finales $(1,1.5,90^\circ)$.

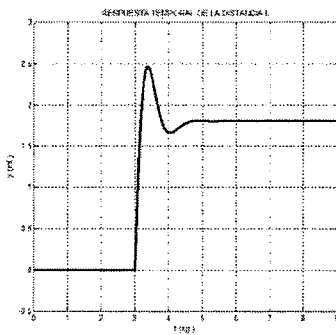


Fig. 26. Respuesta temporal de la distancia L recorrida por el robot, durante el traslado desde las coordenadas iniciales $(2,0,-90^\circ)$ a las coordenadas finales $(1,1.5,90^\circ)$.

IV. ESTRATEGIA DE CONTROL DE LA POSICIÓN CARTESIANA Y DIRECCIÓN DEL ROBOT DE TRACCIÓN DIFERENCIAL

Como resultados de las tres pruebas, mostradas en el apartado anterior; se observa que el sistema de supervisión del control, utiliza adecuadamente los controladores tanto de dirección y de distancia. Para trasladarse desde unas coordenadas cartesianas y dirección iniciales, hacia otras coordenadas cartesianas

y dirección finales, el sistema supervisor divide esa tarea en tres partes.

En el primer tramo de la tarea, el ángulo de orientación adecuado que le permitirá ir en línea recta al robot, así como la distancia en línea recta que luego debe avanzar para llegar a la posición cartesiana deseada desde la inicial. Luego se encarga al controlador de dirección de la orientación del robot, permita orientar el robot desde su dirección inicial z_i a la dirección intermedia z_p . Esa orientación intermedia se consigue adecuadamente, en aproximadamente 2.5 sg., como se puede observar en las Figs de animación 6, 13 y 20; así como en las Figs de respuesta temporal 9, 10, 11, 12, 16, 17, 18, 19, 23, 24, 25 y 26; en las cuales se comprueba que las coordenadas cartesianas (y la distancia recorrida por el robot), permanecen constantes.

Cuando se llega a la a la dirección intermedia z_p , el sistema supervisión pone en acción al controlador de distancia, para permitir que el robot se desplace en línea recta una distancia L (calculada con (33)) a partir de su posición actual. Ese recorrido asegurará que el robot se posicionará en las coordenadas cartesianas deseadas. En este segundo tramo de la tarea de control, el sistema supervisor pone en acción al controlador de distancia recorrida por el robot. Como se puede observar en las Figs de animación 7, 14 y 21; así como en las Figs de respuesta temporal 9, 10, 11, 12, 16, 17, 18, 19, 23, 24, 25 y 26; 7, 14 y 21; en este tramo el robot desarrolla una trayectoria lineal, manteniendo la dirección intermedia desarrollando una distancia adecuada L y logra posicionar al robot en las coordenadas cartesianas finales deseadas, manteniendo su dirección intermedia z. Esa tarea la realiza en aproximadamente 2.5 seg.

Como última función del sistema de control del robot, estando posicionado en las coordenadas cartesianas finales deseadas, manteniendo su dirección intermedia z_p , se debe cambiar la dirección del robot al ángulo de dirección deseado z_d . Para ese fin, el sistema supervisor de control activa nuevamente el sistema de control de dirección. Como se puede observar en las figuras de animación 8, 15 y 22; así como en las figuras de respuesta temporal 9, 10, 11, 12, 16, 17, 18, 19, 23, 24, 25 y 26; 7, 14 y 21; la orientación deseada desde la intermedia se logra correctamente, en aproximadamente 2.5 seg., en las cuales se comprueba que las coordenadas cartesianas (y la distancia recorrida por el robot), permanecen constantes.

La primera prueba del desempeño conjunto del sistema supervisor, de control del movimiento del robot, consistió en desarrollar la trayectoria del robot, para que el robot se desplace desde las coordenadas iniciales $(0.5, 2, 90^\circ)$ a las coordenadas finales $(2,0.5,45^\circ)$. La Fig. 27, muestra la animación de las

trayectorias desarrolladas por el robot, para esa prueba; se observa que el robot desarrolla la trayectoria planificada y se orienta finalmente como se espera.

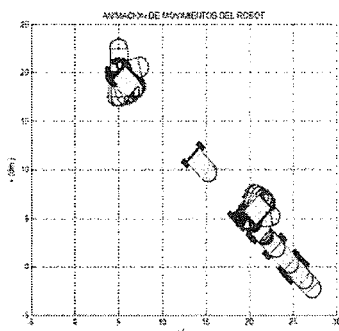


Fig. 27. Animación de la trayectoria desarrollada por el robot, para el traslado desde las coordenadas iniciales (0.5, 2, 90°) a las coordenadas finales (2, 0.5, 45°).

La segunda prueba realizada, consistió en desarrollar la trayectoria del robot, desde las coordenadas iniciales (2, 2, 0°) a las coordenadas finales (0.5, 1, -90°). La Fig. 28, muestra la animación de las trayectorias desarrolladas por el robot; allí se muestra el robot se direcciona y se posiciona de la manera planificada.

La tercera prueba realizada, consistió en desarrollar la trayectoria del robot, desde las coordenadas iniciales (2, 0, -90°) a las coordenadas finales (1, 1.5, 90°). La Fig. 29, muestra la animación de las trayectorias desarrolladas por el robot, en este caso; se observa que el robot llega a la posición cartesiana deseada, con la dirección deseada.

V. CONCLUSIONES

La estrategia planteada de un sistema de control para las posiciones cartesianas y de dirección del robot de tracción diferencial, mediante la división de esa labor en una secuencia de tres tramos de control, ha resultado ser conveniente para trasladar el robot desde una condición de equilibrio inicial a otro final deseado.

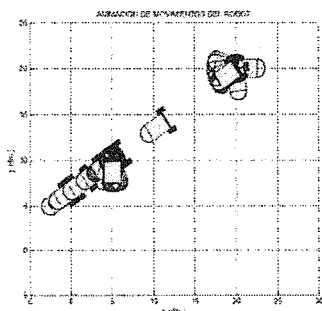


Fig. 28. Animación de la trayectoria desarrollada por el robot, para el traslado desde las coordenadas iniciales (2,2,0°) a las coordenadas finales (0.5,1,-90°).

Esta estrategia de utilizar un controlador de dirección del robot y un controlador de la distancia recorrida por el robot, en momentos diferentes, de tal manera que sólo uno actúa a la vez; permite facilitar el diseño de esos controladores, en razón que elimina el acoplamiento que existe entre las variables dinámicas del robot, cuando ambos controladores actúan simultáneamente.

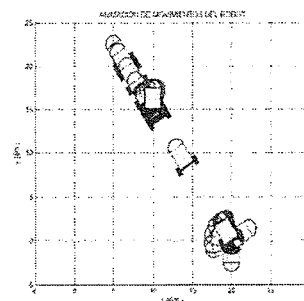


Fig. 29. Animación de la trayectoria desarrollada por el robot, para el traslado desde las coordenadas iniciales (2, 0, -90°) a las coordenadas finales (1, 1.5, 90°).

De esta manera, también ambos controladores se pueden plantear de manera lineal, como son los controladores digitales utilizados en este trabajo, lo cual facilita su diseño e implementación

REFERENCIAS

- [1] Ríos L. H. & Bueno M. "Modelo matemático para un robot móvil", Scientia et Technica Año XIV, No 38, Junio de 2008.
<http://www.redalyc.org/pdf/849/84903803.pdf>.
- [2] Ramos-Silvestre E. R., Morales-Guerrero R., Silva-Ortigoza R. "Modelado, simulación y construcción de un robot móvil de ruedas tipo diferencial", Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 4, No. 3, Sept. 2010.
http://www.lajpe.org/sep10/420_Ramon_Silva.pdf
- [3] Vargas Tamani Bruno. "Estrategia de control de un robot móvil con tracción diferencial en base al análisis cinemático", Revista Electrónica UNMSM, 17, 2015.
- [4] Valencia J. & Montoya A. "Modelo cinemático de un robot móvil tipo diferencial y navegación a partir de la estimación odométrica", Scientia et Technica Año XV, No 41, Mayo de 2009.
http://www.google.com.pe/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CB0QFjAAahUKEwj-sr3Yp5DIAhWHXR4KHQ1UARY&url=http%3A%2F%2Fdia.net.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F4729008.pdf&usq=AFQjCNFBUZ4iFm18tmvTII7_Lc_olaNO5g