

# Análisis de la Respuesta Temporal de lazo cerrado de plantas controladas por controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé

Timing Analysis of closed loop PID-controlled plant obtained by test type relay

Bruno Vargas Tamani<sup>1</sup>

*Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú*

**Resumen—** La finalidad del presente trabajo, es comprobar experimentalmente el desempeño de los controladores Proporcional Integral Derivativos (PID), obtenidos mediante el procedimiento de sintonía que utiliza los resultados de la prueba de control con relés del proceso para obtener los parámetros del controlador PID. Se ha experimentado con 48 plantas, para las cuales se ha desarrollado el método de sintonía indicado y obtenido los correspondientes parámetros PID. Luego se realizaron las pruebas de lazo cerrado de esas mismas plantas para entradas de referencia tipo escalón. Se ha medido los parámetros de respuesta temporal de lazo cerrado y realizado un análisis estadístico de los resultados medidos. También se realizó la identificación analógica de las plantas de prueba, para poder parametrizar los tiempos de respuesta de lazo cerrado medidos en relación a los parámetros temporales de las plantas de prueba en lazo abierto.

**Abstract—** The purpose of this paper is to experimentally verify the performance of the controllers Proportional Integral Derivative (PID), obtained by tuning procedure that uses the results of the test process control relays for PID controller parameters. It has been experienced with 48 plants for which the method has been developed and obtained indicated tuning PID parameters relevant. Then they were tested closed loop of the same plants for step-type reference entries. Parameters are measured temporal response of closed loop and a statistical analysis of the measured results. We also performed the analog identification of the test plants, to parameterize the response times measured in closed-loop relationship to the temporal parameters of the test plants in open loop.

**Palabras Claves—** sintonía, controlador PID, sobreimpulso, tiempo de establecimiento.

**Key Words—**tuning, PID controller, overshoot, settling time.

## I. INTRODUCCIÓN

En el control de procesos industriales intervienen muchas variables continuas las cuales deben cumplir ciertas especificaciones de respuesta temporal, siendo el principal propósito mantener en determinado valor de operación las variables del proceso (tales como temperaturas, presiones, flujos, niveles y compuestos).

Una amplia gama de controladores de procesos que se utilizan en la industria, ofrecen como principal estrategia de control, la Proporcional Integral Derivativa ó comúnmente llamado controlador PID, la cual en muchos casos presenta la dificultad del ajuste eficiente de estos controladores. El procedimiento de sintonía del controlador PID es tediosa y requiere mucho tiempo, el desempeño del sistema de lazo cerrado principalmente depende de la experiencia y del conocimiento que el ingeniero encargado del proceso tiene. Se reconoce en la práctica que muchos lazos cerrados de control industrial están pobremente sintonizados. Por lo tanto, las técnicas de sintonización automática llaman la atención, cada vez más de los investigadores y de los ingenieros en ejercicio [1].

La literatura afirma, que el 75% de todos los PID que trabajan en la industria están mal sintonizados [2]. Sin embargo, una adecuada sintonía del controlador, puede permitir la recuperación de hasta el 6% de los costos de la energía, en una variedad de industrias [3]. Esto ha motivado el surgimiento de numerosas técnicas de sintonía de controladores PID. Dentro de las cuales se destacan las que utilizan los resultados de la prueba con relés del proceso para calcular los

<sup>1</sup> Bruno Vargas Tamani. Email: bvargast@unmsm.edu.pe

parámetros del controlador PID. La prueba con relés para la sintonía automática del proceso aplica las reglas de Ziegler y Nichols para sintonizar el controlador PID, obteniéndose un sobreimpulso del 10% al 60% en la respuesta al escalón (experimentado en muchas plantas diferentes) teniéndose un promedio de 25% aproximadamente, por esa razón se tiene mediante esa prueba una "primera estimación de los parámetros del controlador" debiéndose afinar la sintonización hasta obtener características transitorias satisfactorias [4].

Es nuestro interés comprobar el desempeño en lazo cerrado, de los controladores PID obtenidos mediante la prueba con relés del proceso, en cuanto a sus características de respuesta temporal.

## II. METODOLOGÍA DE LA IMPLEMENTACIÓN

### A. Sintonía de Controladores PID a partir de la Prueba De Relé Realimentado

#### 1. Estructura de un controlador proporcional integral derivativo (PID)

Sea una planta a ser controlada representada por su función de transferencia  $G(s)$ , para la cual la señal de entrada es  $u(t)$  y la señal de salida  $y(t)$ . Para un sistema de lazo cerrado de control de esa planta con realimentación unitaria, la figura 1 muestra el diagrama de bloques de ese sistema. El controlador está representado por su función de transferencia  $G_C(s)$ .

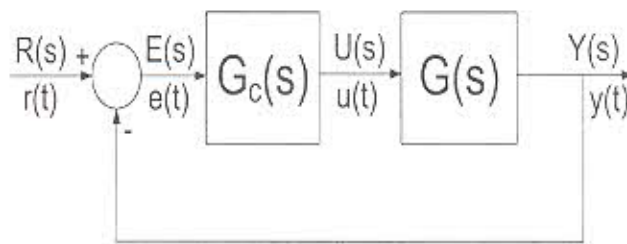


Fig. 1. Diagrama de bloques del sistema de lazo cerrado a implementarse.

Para ese sistema la ecuación temporal de la salida de la señal de control  $u(t)$  del controlador en función de la señal de error  $e(t)$  que corresponde a un controlador proporcional integral derivativo (PID) es la siguiente :

$$u(t) = K_p \left\{ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t') dt' + T_D \frac{de(t)}{dt} \right\} \quad (1)$$

De (1) se aprecia con facilidad las componentes proporcional, integral y derivativa de la ley de control PID. Los parámetros de este controlador son la

ganancia proporcional  $K_p$ , el tiempo integral  $T_i$  y el tiempo derivativo  $T_D$ .

La estructura paralela del PID obtenida de (1) corresponde a la función de transferencia :

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) \quad (2)$$

Se observa de (2) que la implementación del controlador PID independiza los términos proporcional, integral y derivativo.

#### 2. Prueba de relé realimentado

Un grupo de investigadores liderados por Hagglund y Astrom [5], propusieron un método de sintonía práctico que puede automatizarse, para obtener un controlador PID con estructura paralela dada por (2). Este método mejora el propuesto por Ziegler y Nichols [6], que permite sintonizar un PID a partir de la búsqueda de una oscilación permanente a la frecuencia crítica  $\omega_u$  o período de oscilación crítico  $T_u$  en la salida de la planta mediante el ajuste de la ganancia hasta llegar a la ganancia crítica  $K_u$  de un controlador proporcional en el control de lazo cerrado de la planta.

La modificación de esa prueba [5], requiere reemplazar al controlador  $G_C(s)$  de la figura 1, por un elemento no lineal de característica tipo relé, como muestra la figura 2.

Este procedimiento permite obtener oscilaciones permanentes a la frecuencia cercana a la crítica, mediante una sola prueba que se puede automatizar (o autosintonizar). La característica no lineal del relé está determinada por el valor de  $m_1$  o de saturación menor y el valor de  $m_2$  o de saturación mayor.

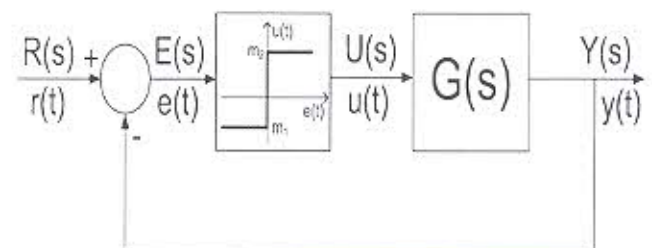


Fig. 2. Diagrama de bloques de la implementación de la prueba relé realimentado.

Si el resultado de esa prueba resulta en una oscilación permanente de salida del sistema y una oscilación a la salida del controlador, como las mostradas en la figura 3, se procede a medir los siguientes parámetros indicados en esa figura:

- $T_u$ : período de oscilación crítica
- $d$ : amplitud pico a pico de salida



$\alpha$  : amplitud pico a pico de la señal de control

La ganancia crítica del sistema  $K_u$  se obtiene de acuerdo a [5]:

$$K_u = \frac{4d}{\pi\alpha} \quad (3)$$

### 3. Sintonía de controladores PID mediante la prueba de relé realimentado

A partir de los parámetros anteriores medidos y obtenidos a través de la prueba de relé realimentado, podemos sintonizar (manualmente) o autosintonizar (automáticamente) un controlador proporcional integral y derivativo (PID), obteniendo los parámetros  $K_P$ ,  $T_I$  y  $T_D$ , utilizándose la tabla I, que propusieron Ziegler y Nichols originalmente para sintonizar un controlador PID mediante la búsqueda de la oscilación crítica en lazo cerrado variando la ganancia de un controlador proporcional [6].

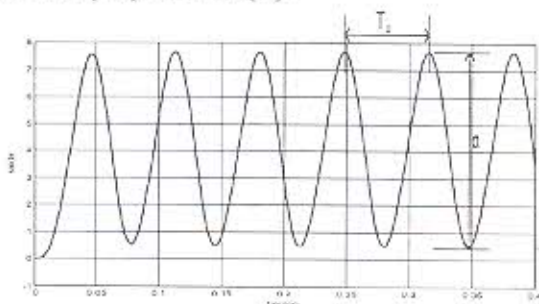


Fig. 3a.

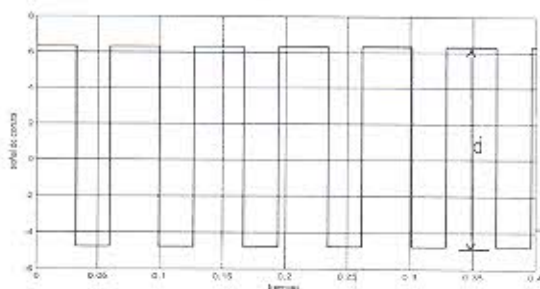


Fig. 3b.

Fig. 3. Respuestas típicas de la prueba de relé realimentado. a) Respuesta de salida de la planta. b) Respuesta de la señal de control.

TABLA I  
PARÁMETROS PROPUESTOS POR ZIEGLER Y NICHOLS PARA SINTONIZAR UN CONTROLADOR PID A PARTIR DE LA OBTENCIÓN DE LA OSCILACIÓN CRÍTICA VARIANDO LA GANANCIA DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL

Controlador	$K_P$	$T_I$	$T_D$
P	$0.5K_u$	-----	-----
PI	$0.4K_u$	$0.8T_u$	-----
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.12T_u$

### B. Sintonía de Controladores Pid para el Control de Las Plantas De Pruebas Utilizadas

Se utilizaron 48 plantas de prueba, las cuales fueron controladas inicialmente mediante un controlador no lineal con característica tipo relé. Se obtuvieron los ciclos límite en cada caso y se midieron el período del ciclo límite  $T_u$  (período de oscilación crítica), la amplitud pico a pico de salida  $d$  y la amplitud pico a pico de la señal de control  $\alpha$ . Luego se aplicó (3), para obtener la ganancia crítica del sistema  $K_u$ . Conocidos  $T_u$  y  $K_u$ , se calcularon los parámetros del controlador PID propuestos por Ziegler y Nichols de acuerdo a la tabla I.

También se realizaron para cada planta, una prueba de identificación analógica para obtener un modelo de segundo orden sobreamortiguado con retardo, con el objetivo de poder relacionar la respuesta de lazo abierto con la de lazo cerrado luego de ser controlada la planta. El método de identificación utilizado es el llamado método de los tres puntos [7]. Nos interesa principalmente del resultado de la identificación, el valor de la constante de tiempo mayor de la planta denominado  $\tau_1$ .

Finalmente se implementa el sistema de lazo cerrado, controlando la planta según el diagrama de bloques de la figura 1, considerando como controlador al PID sintonizado. Se aplica una entrada de lazo cerrado tipo escalón y se miden en la respuesta de lazo cerrado el porcentaje del sobreimpulso y su tiempo de establecimiento.

En la tabla II que se muestra en los Anexos, se registran los valores de la constante de tiempo mayor de la planta denominado  $\tau_1$ , obtenido luego del proceso de identificación; la ganancia proporcional  $K_P$ , el tiempo integral  $T_I$  y el tiempo derivativo  $T_D$ , obtenido luego de realizada la prueba tipo relé; el tiempo de establecimiento relacionado respecto a la constante de tiempo mayor de la planta denominado  $\tau_1$  y el porcentaje de sobreimpulso, obtenido como respuesta de lazo cerrado.

En la tabla II, se registran la información de 41 plantas, debido a que 7 de ellas no respondieron adecuadamente al procedimiento; en unos casos porque en la prueba tipo relé no se produjeron oscilaciones sostenidas y en otro caso por obtenerse respuestas inestables de lazo cerrado.

## III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En base a los resultados registrados en la tabla II, se plantean las siguientes hipótesis que se pondrán a prueba, con la finalidad de evaluar el desempeño en lazo cerrado de los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé.



*A. Prueba de la hipótesis que las plantas controladas por los controladores PID mediante la prueba tipo relé producen una relación del tiempo de establecimiento a la constante de tiempo mayor  $\tau_1$  con una media mayor a 30*

Un parámetro importante para comparar las velocidades de respuesta de los sistemas de lazo cerrado es la evaluación del tiempo de establecimiento. Deseamos contestar si es posible concluir, que la relación del tiempo de establecimiento  $t_s$  a la constante de tiempo mayor  $\tau_1$ , de las respuestas de lazo cerrado para entrada escalón de las plantas controladas por los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé, tienen una media mayor a 30.

Se desarrolla el procedimiento de prueba de hipótesis a continuación:

1) Datos. La tabla II (ver anexos), muestra la relación del tiempo de establecimiento  $t_s$  a la constante de tiempo mayor  $\tau_1$  de las respuestas de lazo cerrado obtenidas experimentalmente. Son 41 plantas controladas cuya relación  $\beta = t_s/\tau_1$  se muestran en la tabla II.

2) Hipótesis estadística. La hipótesis por probar o hipótesis nula  $H_0$ , es que la media de  $\beta$  es mayor a 30. Llamamos a esa media  $\mu_\beta$ . La hipótesis alternativa  $H_A$  indica que la media de  $\beta$  es menor a 30. Presentamos las hipótesis de manera abreviada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} H_0: \mu_\beta &\geq \mu_{\beta 0}=30 \\ H_A: \mu_\beta &< \mu_{\beta 0}=30 \end{aligned} \quad (4)$$

3) Regla de decisión. Deseamos que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula verdadera sea  $\alpha=0.05$ .

4) Se realiza la prueba de hipótesis mediante Minitab [8] (ver figura A.1 de los Anexos).

5) Decisión estadística. En base a la regla de decisión, no se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  porque  $P=0.115 > \alpha=0.05$ . Es decir el valor de P obtenido se encuentra en la zona de aceptación de la hipótesis nula.

6) Conclusión. Se concluye de acuerdo a la hipótesis (4), que la relación del tiempo de establecimiento  $t_s$  a la constante de tiempo mayor  $\tau_1$ , de las respuestas de lazo cerrado para entrada escalón de las plantas controladas por los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé tienen una media mayor a 30.

*B. Prueba de la hipótesis que las plantas controladas por los PID obtenidos mediante la prueba tipo relé propuestos producen un porcentaje de sobreimpulso de las respuestas de lazo cerrado con una media mayor al 24%*

En los sistemas de control no es deseable que exista una respuesta con exceso de sobreimpulso ni muy oscilatoria. Se suele buscar que el sistema controlado presente un sobreimpulso entre el 0% y el 20% con el menor tiempo de establecimiento posible [9]. Deseamos contestar, si es posible concluir que el porcentaje de sobreimpulso de las respuestas de lazo cerrado, para entrada escalón de las plantas controladas por los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé tienen una media mayor a 24.

Se desarrolla el procedimiento de prueba de hipótesis a continuación:

1) Datos. En la tabla II (ver anexos), se muestra los porcentajes de sobreimpulso de las respuestas de lazo cerrado obtenidas experimentalmente. Se controlaron en lazo cerrado 41 plantas cuyos sobreimpulsos medidos se muestran en la tabla II.

2) Hipótesis estadística. La hipótesis por probar o hipótesis nula  $H_0$ , es que la media de  $M_p$  es mayor a 24. Llamamos a esa media  $\mu_{MP}$ . La hipótesis alternativa  $H_A$  indica que la media de  $M_p$  es menor a 24. Presentamos las hipótesis de manera abreviada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} H_0: \mu_{MP} &\geq \mu_{MP 0}=24 \\ H_A: \mu_{MP} &< \mu_{MP 0}=24 \end{aligned} \quad (5)$$

3) Regla de decisión. Deseamos que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula verdadera sea  $\alpha=0.05$ .

4) Se realiza la prueba de hipótesis mediante Minitab (ver figura A.2 de los Anexos).

5) Decisión estadística. En base a la regla de decisión, no se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  porque  $P=0.138 > \alpha=0.05$ . Es decir el valor de P obtenido se encuentra en la zona de aceptación de la hipótesis nula.

6) Conclusión. Se concluye de acuerdo a la hipótesis (5), que el porcentaje de sobreimpulso de las respuestas de lazo cerrado para entrada escalón, de las plantas controladas por los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé, tienen una media mayor a 24%.

*C. Prueba de la hipótesis que el 85% de las plantas controladas por los controladores PID propuestos producen un porcentaje de sobreimpulso en lazo cerrado mayor al 16%*

Para la sintonía automática de un controlador proporcional integral derivativo mediante la prueba tipo relé, se espera un promedio óptimo del 16% de porcentaje de sobreimpulso, hasta ese valor se considera que el sobreimpulso no es excesivo [4].

Se puede contestar si es posible concluir que el 85% de los controladores PID obtenidos mediante la prueba



tipo relé, producen un porcentaje de sobreimpulso excesivo (mayor a 16%) en la respuesta a una entrada del tipo escalón en lazo cerrado.

Se desarrolla el procedimiento de prueba de hipótesis a continuación:

1) Datos. Los datos del porcentaje de sobreimpulso, obtenidas experimentalmente de la respuesta al escalón de lazo cerrado de las plantas controladas, se muestran en la tabla II (ver anexos). Para evaluar la hipótesis, creamos mediante una fórmula con Minitab una variable que es la diferencia del sobreimpulso respecto de 16. Además, creamos una variable cualitativa de dos estados, cuando esa diferencia es mayor a cero (en ese caso esa variable vale 1 ó SI), y en el caso contrario cuando la diferencia es menor que cero (en ese caso esa variable vale 0 ó NO) (ver figura A.3 de los Anexos).

2) Hipótesis estadística. La hipótesis por probar o hipótesis nula  $H_0$ , es que al menos el 85% de los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé, producen un porcentaje de sobreimpulso excesivo (mayor a 16%) en la respuesta a una entrada del tipo escalón en lazo cerrado. La hipótesis alternativa  $H_A$  indica que esa proporción  $p$  es mayor al 85%. Presentamos las hipótesis de manera abreviada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} H_0: p &\geq p_0=0.85 \\ H_A: p &< p_0=0.85 \end{aligned} \quad (6)$$

3) Regla de decisión. Deseamos que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula verdadera sea  $\alpha=0.05$ .

4) Se realiza la prueba de hipótesis mediante Minitab (ver figura A.4 de los Anexos).

5) Decisión estadística. En base a la regla de decisión, no se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  porque  $P=0.266 > \alpha=0.05$ . Es decir el valor de  $P$  obtenido se encuentra en la zona de aceptación de la hipótesis nula.

6.- Conclusión. Se concluye de acuerdo a la hipótesis (6), que al menos el 85% de los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé, producen un porcentaje de sobreimpulso excesivo (mayor a 16%) en la respuesta a una entrada del tipo escalón en lazo cerrado.

#### IV. CONCLUSIONES

El presente trabajo ha comprobado que los controladores Proporcional Integral Derivativos (PID) obtenidos mediante la prueba tipo relé, presentan un desempeño en el control de lazo cerrado en cuanto a su respuesta temporal para entradas del tipo escalón, que en la mayoría de los casos no pueden ser aceptadas

inmediatamente para su aplicación industrial. Una relación del tiempo de establecimiento  $t_s$  a la constante de tiempo mayor  $\tau_1$ , con una media mayor a 30 determina respuestas de lazo cerrado muy lentas. Un porcentaje de sobreimpulso de con una media mayor a 24%, generan probables excesos de energía para llegar al estado estacionario y posibles oscilaciones en tiempos largos. Como se probó el 85% de los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé, producen un porcentaje de sobreimpulso excesivo (mayor a 16%) en la respuesta a una entrada del tipo escalón en lazo cerrado, lo cual no es conforme con una respuesta óptima.

Sin embargo es una buena propuesta para obtener un controlador inicial, sin muchas herramientas experimentales y de diseño; por lo cual se debe utilizar una posterior resintonía, para afinar sus parámetros hasta obtener una respuesta temporal adecuada, esto última requiere de cierta experiencia del operador en cuanto a las características del proceso a controlar.

#### REFERENCIAS

- [1] Hang C.C., Astrom K. J. & Wang Q. G. "Relay feedback auto-tuning of process controllers - a tutorial review", *Journal of Process Control*, 12 143-162, 2002. <http://www.disa.bi.ehu.es/spanish/asignaturas/17212/PRACTICA%20IV.pdf>.
- [2] O'Dwyer, A. "PI and PID controller tuning rules: an overview and personal perspective", *Proceedings of the IET Irish Signals and Systems Conference Dublin Institute of Technology*, 161-166, 2006.
- [3] Bialkowski, W.L. "The Control Handbook", Florida : Ed. Boca Raton. México, Thomsom, 1996.
- [4] Ogata Katsuhiko, "Ingeniería de Control" Moderna. México, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A. 1993.
- [5] Hagglund T. and Astrom K., "Automating Tuning of PID Controllers", *Instruments Society of America*, 1988.
- [6] Wittenmark B. and Astrom K., "Adaptive Control", Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [7] Alfaro, Víctor, "Identificación de Procesos Sobreamortiguados Utilizando Técnicas de Lazo Abierto", *Ingeniería*, 1, 11-25, 2001.
- [8] Marín, Josefa, "Manual de Minitab 15", Universidad de Murcia, <http://www.um.es/docencia/jmarinfe/manuales/2011-MINITAB-15.pdf>, 2011.
- [9] Gil, J., Rubio A., "Fundamentos de control automático de sistemas continuos y muestreados", España, Unicopia, C.B. 2010.

ANEXOS

**TABLA II**  
RESUMEN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL CONTROL DE LAZO CERRADO DE LAS PLANTAS DE PRUEBA (CONTROLADAS POR LOS CONTROLADORES PID OBTENIDOS MEDIANTE PRUEBA TIPO RELÉ). FUENTE. ELABORACIÓN PROPIA (2012).

Nro. PLANTA	$\tau_1$ (seg)	PID PRUEBA RELÉ				
		$K_P$	$T_I$ (seg)	$T_D$ (seg)	$t_p/\tau_1$	$M_p$ (%)
1	0.0204	1.4419	0.0345	0.0086	6.96	18.16
2	0.0195	1.2418	0.032	0.008	6.97	15.2
3	0.0345	2.3178	0.046	0.0115	4.35	21.1
4	0.0277	1.9082	0.04	0.01	8.27	6.44
5	0.0277	1.8515	0.037	0.0092	6.5	18.16
6	0.0197	1.3604	0.0335	0.0084	6.95	16.22
7	0.0342	0.4022	0.0855	0.0214	22.16	22.56
8	0.0256	0.6373	0.0595	0.0149	21.84	27.93
9	0.0437	0.9494	0.1281	0.032	13.25	23.53
10	0.0473	0.4851	0.1315	0.0329	18.41	16.7
11	0.011	0.8024	0.0325	0.0081	38.09	20.61
12	0.0313	2.1882	0.0225	0.0056	5.24	27.93
13	0.0144	1.4365	0.021	0.0053	21.53	28.43
14	0.0122	1.4031	0.0195	0.0049	37.38	41.6
15	0.0309	1.0396	0.0405	0.0101	11.72	7.42
16	0.0301	0.7034	0.063	0.0158	27.24	47.36
17	0.0197	0.83	0.045	0.0113	12.69	12.3
18	0.0205	0.6547	0.0535	0.0134	21.46	15.23
19	0.0198	1.852	0.02	0.005	9.8	29.4
20	0.0198	1.852	0.029	0.0073	12.63	22.56
21	0.0198	0.8573	0.0365	0.0091	17.37	19.14
22	0.0198	0.754	0.043	0.0107	24.8	21.09
23	0.024	2.4069	0.019	0.0047	10.42	40.9
24	0.024	1.2618	0.0305	0.0076	13.92	6.74
25	0.0256	0.9043	0.04	0.01	12.66	19.14
26	0.0248	0.7311	0.051	0.0127	19.6	18.65
27	0.024	0.6533	0.059	0.0147	23.87	16.7
28	0.0122	0.6519	0.0365	0.0091	51.89	20.61

29	0.0489	0.5241	0.1245	0.0311	14.44	15.23
30	0.0346	0.4395	0.144	0.036	19.41	18.16
31	0.0463	0.4555	0.119	0.0297	18.88	16.7
32	0.0351	0.4814	0.071	0.0177	17.89	18.16
33	0.0276	0.5689	0.0525	0.0131	13.99	17.68
34	0.0342	0.4211	0.065	0.0163	19.77	15.75
35	0.0723	0.8991	0.0915	0.0229	5.49	25
36	0.0518	0.4882	0.1315	0.0329	13.98	30.86
37	0.0098	1.6012	0.017	0.043	224.08	50.4
38	0.0098	1.1175	0.0215	0.0054	33.67	30.37
39	0.011	0.9341	0.0245	0.0061	26	25.98
40	0.0102	0.7726	0.029	0.0073	34.71	23.53
41	0.011	0.848	0.0256	0.0066	35.18	25.98

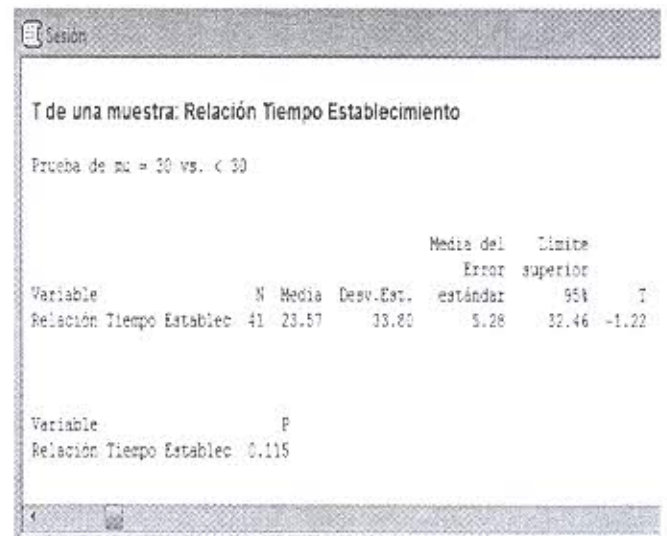


Fig. A.1. Resultado de Minitab de la prueba de hipótesis : que la relación del tiempo de establecimiento  $t_s$  a la constante de tiempo mayor  $\tau_1$ , de las respuestas de lazo cerrado para entrada escalón de las plantas controladas por los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé tienen una media mayor a 30.



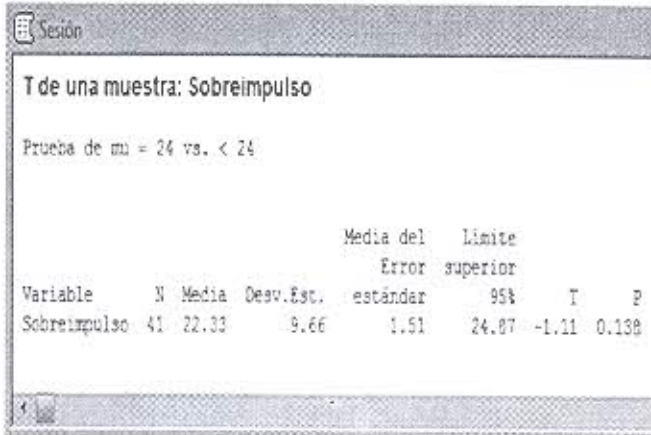


Fig. A.2. Resultado de Minitab de la prueba de hipótesis: que el porcentaje de sobreimpulso de las respuestas de lazo cerrado para entrada escalón, de las plantas controladas por los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé, tienen una media mayor a 24%.

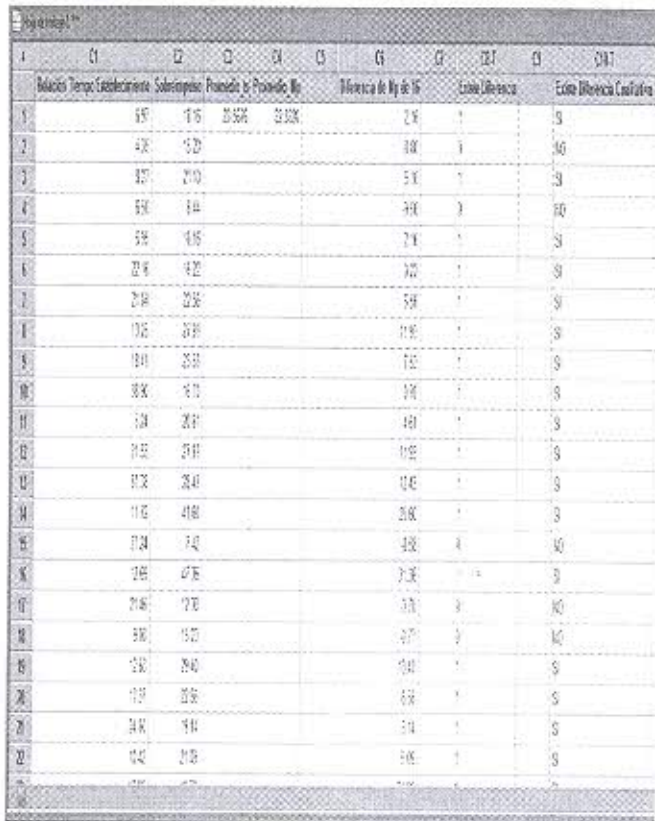


Fig. A.3. Creación con Minitab de variable diferencia del sobreimpulso respecto de 16 y variable cualitativa para esa diferencia.

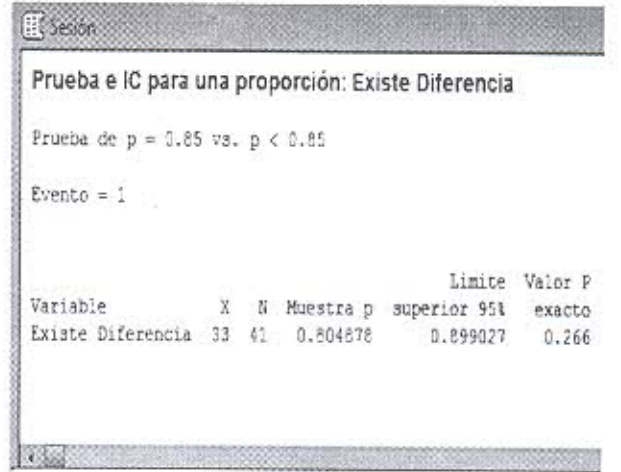
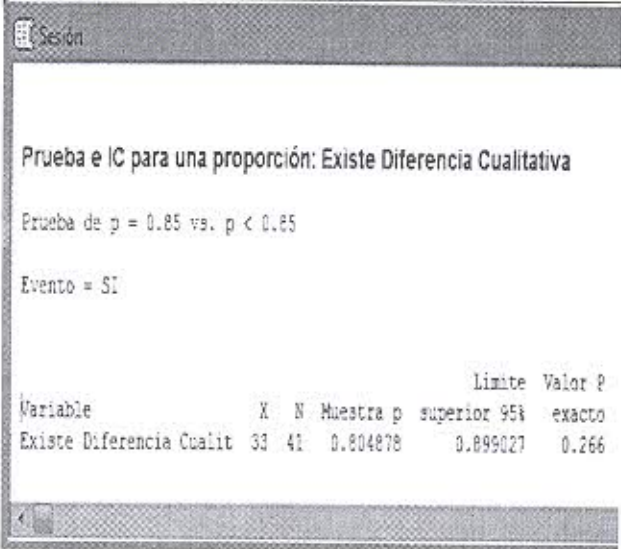


Fig. A.4. Resultado de Minitab de la prueba de hipótesis: que al menos el 85% de los controladores PID obtenidos mediante la prueba tipo relé, producen un porcentaje de sobreimpulso excesivo (mayor a 16%) en la respuesta a una entrada del tipo escalón en lazo cerrado.