

# Esquemas de Decisión en Control Predictivo Basado en Modelos de Convolución

Schemes Decision Model Predictive Control Based on Convolution

Juan Tisza-Contreras<sup>1</sup>, Huber Nieto-Chaupis<sup>2</sup>

*Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú  
FIEM - Universidad Tecnológica del Perú, Lima, Perú*

**Resumen—** En el presente trabajo se propone un esquema de control con similitud al clásico Modelo de Control Predictivo (MCP) enfatizando el modelo matemático que se basa en las integrales de convolución con kernels retrasados en el tiempo. El modelo se extrae a partir de un estudio de identificación de sistemas no lineales asumiendo que el sistema podría ser descrito por la interacción de variables. En este trabajo se ha estudiado la aplicación de decisión en el modelo de control con similitud al MCP. Se orienta a la optimización del tamaño de la partícula del mineral que tendría que ser eficientemente reducido a uno que optimice la relación costo – beneficio.

**Abstract—** In this paper, we propose a control scheme similar to the classical Predictive Control Model (MCP) emphasizing the mathematical model is based on convolution integrals with kernels delayed in time. The model is drawn from a study of identification of nonlinear systems assuming that the system could be described by the interaction of variables. In this work we have studied the application of decision in the control model with similarity to the MCP. It is oriented to the optimization of the particle size of the mineral would have to be effectively reduced to one that optimizes the cost-benefit ratio.

**Palabras claves -** Convolución, Control Predictivo, PID, Laplace.

**Key Words-** Convolution, Predictive Control, PID, Laplace.

## I. INTRODUCCIÓN

Es muy conocido que los tradicionales MCP se caracterizan por ser muy robustos y de rápida recuperación ante la presencia de disturbios random y fluctuaciones intrínsecas en el tiempo. Quizás una desventaja de estos modelos radica en su dependencia en la reconfiguración del modelo matemático y su ajuste a la variable de control con respecto a un setpoint deseado. En efecto, en muchos modelos de control avanzado, para mantener al sistema durante su evolución temporal a un setpoint fijo, es muy necesario implementar en el modelo del control un algoritmo que contenga la identificación del sistema basado en un modelo matemático continuo o discreto. En consecuencia, la identificación del sistema resulta ser de importancia. Por ejemplo, en el control de la partícula del grano del mineral como ocurre en los procesos de mineral en los complejos mineros, la molienda de bolas cumple el rol individual dentro del ciclo de procesamiento la de triturar la carga de mineral entrante conjuntamente con su volumen de agua asociado. Una vez que la molienda ha reducido el grano del mineral a un tamaño óptimo, éste pasa a través del sumidero que vuelve a ser humedecido para luego ir a otro nivel como es el paso por los hidrociclones. En esta estación de procesamiento, una fracción de la carga vuelve al circuito convirtiéndose así en la carga circulante. Esta masa regresa como carga entrante a la molienda y tiene efecto negativo cuando su peso es del mismo orden que la carga bruta de mineral. En el caso que la molienda se sobresature por la presencia de carga circulante, el aborto sobre la funcionalidad del circuito sería evidente. Para entender las posibles ventajas y desventajas de las principales

<sup>1</sup> Juan Tisza Contreras, e-mail: jtisza@gmail.com

<sup>2</sup> Huber Nieto Chaupis, e-mail: hubernieto@aol.de

Recibido: Mayo 2011 / Aceptado: Diciembre 2011.

propiedades del sistema de circuitos de moliendas, en este estudio se va a enfatizar el uso de la técnica del fitting en datos adquiridos de una planta para luego aplicarlo al modelo de control propuesto más un criterio de decisión continuo que permitirá ajustar las salidas para optimizar las variables de control. Luego implementado en un hardware de procesamiento digital de señales DSPTI2812 para probar la eficiencia del algoritmo y así extraer algunas conclusiones basados en el testeo del modelo.

## II. OPERATIVIDAD Y MODELO DEL CIRCUITO DE MOLIENDA DE BOLAS

En un circuito de moliendas de bolas existe un orden muy bien definido y se puede describir como sigue: en un tiempo inicial  $T_1$  entra a la molienda dos tipos de masas, la de agua y la de mineral bruto (o sea mineral más componentes irrelevantes para procesado). Después de un tiempo  $T_2$  la masa es mezclada y su composición ha cambiado notablemente por acción de la trituración de las bolas metálicas dentro de la molienda y se expulsa a los contenedores o también llamados sumideros. En este punto es importante recalcar que existen límites ya que la cantidad de masa que se vierte a los sumideros no debe sobrepasar una altura geométrica determinada. Luego, la masa es nuevamente humedecida para luego pasar la decisión si va a un posterior procesado o regresa al circuito en un tiempo  $T_3$ . Finalmente, en un tiempo  $T_4$  la carga o masa circulante entra a la molienda en adición a la carga bruta y el agua. Así, los tiempos  $T_1$  al  $T_4$  van a determinar los intervalos temporales por las cuales el sistema evoluciona en función de sus variables u observables físicas.

Un paso importante es la de establecer las entradas y salidas del sistema. Como se describe en [1], X. S. Chen, advierte que solamente un análisis multivariable puede ser relevante para entender situaciones complejas como la dinámica de la molienda. En este estudio definimos como entradas a las siguientes variables: el agua, la carga bruta de mineral y el agua diluyente que sirve para humedecer la pulpa de mineral después de su expulsión de la molienda; y para las salidas, el tamaño de partícula, la carga circulante y la altura geométrica del sumidero. Por ejemplo la evolución temporal del radio de la partícula va a depender estrictamente de las tres en la forma de integral de convolución:

$$R_p(t_1) = \int_0^{t_1} h_{11}(\zeta - t) R_m(\zeta) d\zeta + \int_0^{t_2} h_{12}(\zeta - t) R_a(\zeta) d\zeta - \int_0^{t_3} h_{13}(\zeta - t) R_d(\zeta) d\zeta \quad (1)$$

donde se asume que las entradas actúan en forma linealmente independientes uno del otro [2]. En (1) las funciones  $h_{ij}$  con  $j=1, 2, 3$  denotan las respectivas funciones de transferencia, mientras que  $R_m$ ,  $R_a$  y  $R_d$  a las entradas: el mineral, el agua y el agua diluyente. Al aplicar la transformada de Laplace para la contribución del agua como se refleja en el segundo término de la parte derecha de la ecuación (1) se tiene que  $L\left\{\int_0^t h_{12}(\zeta - t) R_a(\zeta) d\zeta\right\} = H_{12}(s) R_a(s)$  que es la parte relevante de la ecuación (1). El razonamiento de nuestra hipótesis es la siguiente:

- I.- El incremento del caudal del agua dentro de la molienda debe ser regulado hasta alcanzar un valor de caudal crítico.
- II.- El volumen de agua entrante a la molienda interacciona con la carga circulante, constituyendo una interacción.
- III.- El caudal de agua constituye un actuador y su impacto en el control del tamaño del grano del mineral debe ser reflejado a través de la historia de la variable de salida.

El programa en lo que resta se va a centrar en la identificación del sistema, la implementación en el modelo de control y su posterior testeo electrónico.

## II. IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA POR MEDIO DE INTEGRALES DE CONVOLUCIÓN

Para atacar el problema de identificación de la evolución temporal del tamaño de la partícula del grano minero, iniciamos la discusión para el caso más simple y que envuelve únicamente la entrada dada por el flujo de agua a la molienda. Consecuentemente, se lleva a la generalización como se manifiesta en (1). Por simplicidad y para la identificación del sistema se va a requerir de la expresión:

$$R_p(t) = \int_0^{t_2} h_{12}(\zeta - t) R_a(\zeta) d\zeta \quad (2)$$

que es el segundo término del lado derecho de (1) y que se interpreta como la evolución temporal del tamaño de la partícula  $R_p(t)$  que depende de la convolución de la función de transferencia  $h_{12}$  con la función de entrada  $R_a$  que denota el agua entrando a la molienda. Se observa que la integral está definida hasta un tiempo  $t_2$  que es el tiempo en donde el agua será una entrada independiente. En la Fig. 1 se muestran los datos obtenidos de la referencia [1] versus el resultante después de haber usado MAPLESOFT [3]. Notar que estos datos muestran la

evolución temporal y que solamente toma en cuenta un impulso escalón por acción del agua después de 5 segundos que entra con un volumen normalizado, es decir no consideramos a escala la cantidad real de peso que entra a la molienda. En la Fig. 1 se observa en forma cualitativa un comportamiento aleatorio después de 10 segundos. Este comportamiento estocástico podría tener cierto perjuicio en la identificación del sistema.

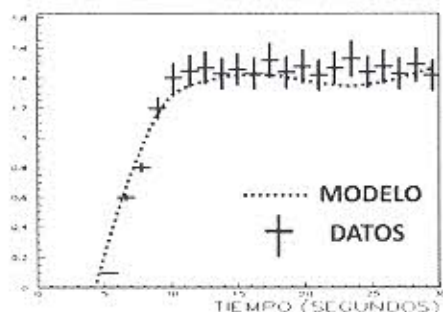


Fig.1. Datos adquiridos de la referencia versus el modelo propuesto

La identificación del sistema fue dada a partir del uso de MAPLESOFT [3], que lleva a cabo la integral de convolución resultando en la curva punteada tal como se muestra en la Fig.1. La discrepancia entre los datos y la integración por MAPLESOFT es del 2.5% siendo aún aceptable. El resultado de la integral se escribe como:

$$R_p(t) = \int_0^{t_2} u(\zeta - t) \text{Exp}^{-\left(\frac{t-\zeta}{\sigma}\right)} R_a(\zeta - T) d\zeta \quad (3)$$

donde  $u(\zeta - t) \text{Exp}^{-\left(\frac{t-\zeta}{\sigma}\right)}$  denota la función de transferencia mientras que  $R_a(\zeta - T)$  la función escalón que toma lugar en los primeros  $T$  segundos.

### III. LA ESTRATEGIA DE CONTROL BASADO EN MODELOS DE DECISIÓN

Como es conocido, normalmente los tradicionales MCP dependen de un modelo que va a ser responsable de guiar la señal de control desde una fase inicial hasta el horizonte. Normalmente, un MCP podría ser robusto frente a inestabilidades estocásticas así como fluctuaciones dinámicas que podrían surgir por la acumulativa interacción entre las variables del sistema. En la Fig. 2 se esquematiza el control que usa el modelo matemático propuesto con la adición de un modelo con interacción como el mostrado en (4).

$$R_p(t) = \int_0^{t_2} h_{12}(\zeta - t) R_a(\zeta) g(\zeta - t) R_{cc}(\zeta) d\zeta \quad (4)$$

donde  $g$  y  $R_{cc}$  denotan la función de transferencia y la salida convertida en entrada, la carga circulante. En efecto, los bloques describen la funcionalidad del sistema en donde en un primer momento las salidas correspondientes a los modelos con interacción y sin interacción son comparados como se refleja en las cantidades temporales  $e_1(t)$  y  $e_2(t)$ . Consecuentemente, el predictor concebido dentro de un rango válido de restricción se procede a calcular la función de costo definiendo el  $U(t)$ , alimentando a la planta constantemente. Notar que se ha definido una referencia o también llamado setpoint que es el valor de consigna que uno debe mantener. En el presente caso, se ha establecido que este valor puede contemplar fluctuaciones de hasta 1% que podría ser real en una planta de procesamiento donde definitivamente existen más de 3 variables entrada-salida. Por otro lado los modelos con y sin interacción son alimentados con las entradas actuales y pasadas. El modelo matemático propuesto de acuerdo a las pre simulaciones genera una discrepancia numérica de hasta 3% como se refleja en el error calculado y la función de costo. Estos valores en realidad varían de acuerdo al rango de integración de la ecuación (3) y la intensidad de la interacción del agua y la carga circulante como dictado por la ecuación (4). El algoritmo de decisión opera de la siguiente manera:

- Si  $e_2(t)$  es menor que  $e_1(t)$  entonces  $e_2(t)$  va al predictor; si no entonces  $e_1(t)$  es elegido.
- Si  $e_2(t)$  es mayor que  $e_1(t)$  entonces los parámetros de  $g$  y  $R_{cc}$  son reconfigurados.

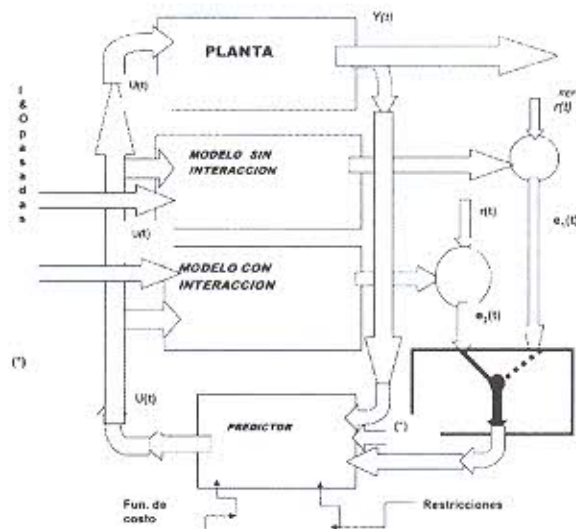


Fig. 2. Propuesta del esquema de control usando el concepto de decisión y previo a la predicción.

Los valores reconfigurados servirán para ajustar la variable de control que en el presente caso vendría a ser el volumen de agua entrante a la molienda.

La función de costo que se asume se puede escribir en forma digitalizada como:

$$J(k) \sim \sum_{j=1}^P [Rp^*(k+j) - Rp(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^M [u(k+j-1)][u^*(k+j-1)] \quad (5)$$

donde  $Rp$  denota el radio de la partícula y  $u$  el actuador, el caudal de agua. Al algoritmo escrito en la forma digitalizada en la ecuación (5) se le puede adicionar una función **random** que se desvanece en el horizonte de control si los parámetros se eligen de forma apropiada. Esto no significa que la evolución temporal del radio de la partícula se va a proteger de las futuras inestabilidades, sino que se interpreta como una reacción inherente del sistema a fluctuaciones que distan sustancialmente del setpoint. Esto es corregido en la retroalimentación como se grafica en la Fig. 2.

## V. IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA PROPUESTA DE CONTROL Y CONCLUSIONES

Para probar la eficiencia de los algoritmos, se ha implementado el análisis en un Procesador Digital de Señales (PDS) con su producto de software asociado: Code Composer, en donde se verificó la performance de los algoritmos a través del uso de un Modelo de Control basado en modelos matemáticos (MPC). Con el hardware usado, PDS de Texas Instruments 2812, tal como se muestra en la Fig. 3, donde se ha probado que el seguimiento de la trayectoria ha sido muy aceptable arrojando una discrepancia del orden del 2%. Sin embargo la discrepancia ha sido del orden del 5%. Esto significa que la implementación conjuntamente con los modelos de interacción ayudarán a tener un control mucho más eficiente en el sentido que se tendrá un conocimiento mucho más preciso acerca del volumen de la carga circulante que ingresa a la molienda sobre pasa los valores límites. Este hecho es de mucha importancia para aquellos centros mineros que trituran cargas de mineral con más de 50 toneladas por hora, lo que implica que defectos por evacuación espontánea podrían ser perjudiciales para la razón costo-beneficio.



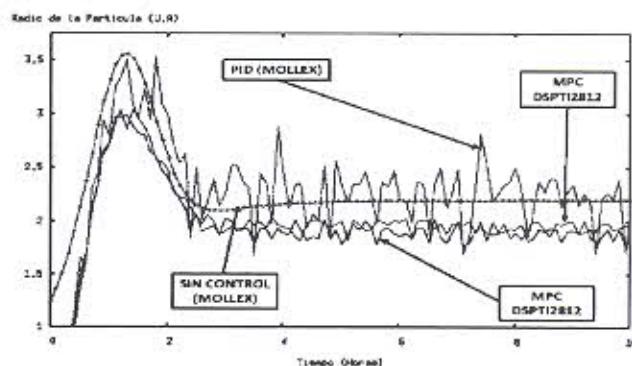
(a)



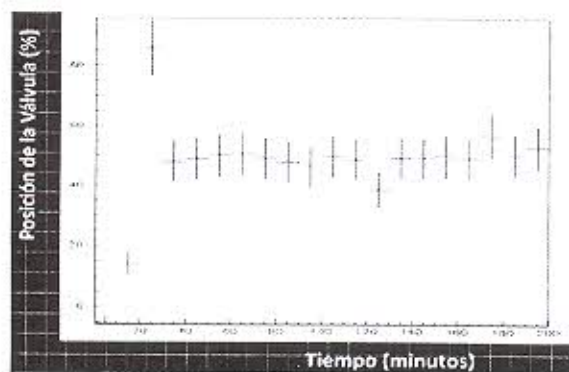
(b)

Fig. 3. (a) Módulo DSPTI2812. (b) Interface DSP-PC y precompilación y reconocimiento del DSPTI2812.

En la Fig. 4 se han graficado las curvas de control del grano del mineral por unidad de tiempo así como la evolución temporal del actuador. También se ha graficado la evolución del actuador o válvula para el flujo del agua (caudal de agua entrante a la molienda), describiendo las morfologías mostradas en ambos paneles. Notar que se observa hasta cuatro curvas, una de ellas denota el control usando un simple PID que es deducido a partir de MOLLEX (software que ha sido desarrollado en C— y FORTRAN por los autores). Se nota que las fluctuaciones ocurren de manera abrumadora. Luego dos curvas denotan las ventajas de usar el modelo de control a través del DSPTI2812 y que se reflejan en la reducción de la amplitud y sobre todo permanecen a lo largo de las primeras 10 horas de operación siguiendo una trayectoria de referencia. Se ha requerido un tamaño de la partícula entre 68 y 72% de la malla menos 200. Notar que la curva correspondiente al PID está constantemente siendo atacado por caídas random por sobre saturación de mineral en la molienda, agua y carga circulante, más la interacción de mineral y la carga circulante, evidenciando que el PID es aún débil y no es protegido frente a estas inestabilidades. En un posterior trabajo, los autores van a atacar el problema del modelo asumiendo un escenario completamente random.



(a)



(b)

**Fig. 4.** Resultados finales de la implementación. **(a)** Curvas de evolución del grano del mineral. **(b)** Evolución de la válvula que se traduce en el caudal de agua entrando a la molienda medida en minutos.

## VI. CONCLUSIONES

Finalmente, concluimos que esta nueva filosofía de control basado en modelos es una alternativa interesante para el control robusto de variables de interés y que en realidad tienen una fuerte influencia en la recuperación del mineral y de esta forma estar orientado a fines de optimizar la razón costo-beneficio que es de vital importancia en la industria minera de extracción.

## REFERENCIAS

- [1] Xi-song Chen, et.al. "Application of model predictive control in ball mil grinding circuit", *Miner. Eng.* 20 (2007) 1099-1108.
- [2] Juan Tisza: Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Ingeniería, submitida 2011.
- [3] MapleSoft. Disponible en: <http://www.maplesoft.com>
- [4] Wei, D., Craig, I. "Grinding mill circuits - A survey of control and economic concerns". *International Journal of Mineral Processing*, Vol: 90 P 56-66, South Africa, 2008.