

Aproximación Digital de Controladores Sintonizados y Comparación con Controladores Continuos y Digitales Diseñados

Tuned Drivers Digital Approach and its Comparison with Continuous and Digital Designed Controllers

Bruno Vargas-Tamani¹

Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

Resumen— El presente trabajo presenta una comparación del desempeño de controladores sintonizados y los obtenidos mediante el diseño de diferentes controladores lineales tanto continuos como discretos utilizándose como planta de prueba una tarjeta electrónica de simulación de procesos. Se sintonizan controladores proporcional integrales (PI) y proporcional integrales derivativos (PID) utilizando los diferentes métodos propuestos por Ziegler-Nichols, asimismo se diseñan controladores proporcional integrales (PI) y proporcional integrales derivativos (PID) usando técnicas lineales continuas. En ambos casos, la implementación es digital utilizándose aproximaciones discretas de los controladores res continuos obtenidos. Finalmente se diseñan controladores proporcional integrales (PI) y proporcional integrales derivativos (PID) discretos lineales. Todos los controladores se implementaron en lazo cerrado para evaluar la performance del sistema de control y en los casos que correspondan para comparar con los resultados deseados.

Abstract— This paper presents a comparison of the performance-tuned drivers and those obtained by designing different linear controllers both continuous and discrete plant used as evidence an e-card process simulation. Controllers are tuned proportional integral (PI) and proportional integral derivative (PID) using the different methods proposed by Ziegler-Nichols controllers are designed also proportional integral (PI) and proportional integral derivative (PID) using continuous linear techniques. In both cases the digital implementation is used discrete approximations of continuous controllers obtained. Finally, controllers are designed proportional integral (PI) and proportional integral derivative (PID) discrete linear. All controllers were implemented in closed loop to evaluate the performance of the control system and in appropriate cases to compare with the desired results.

Palabras Clave— Sistemas, sintonía, identificación, aproximación, modelos, diseño, control.

Key Words— Systems, tuning, identification, approach, models, design, control.

I. INTRODUCCIÓN

En el diseño de sistemas de control automático se utilizan estructuras lineales como primera opción debido a que las técnicas de diseño de estos controladores tienen un soporte lo suficientemente fuerte y la cantidad de aplicaciones por un largo tiempo permiten asegurar que deben ser la primera opción como estrategia de control. También es conocido que una manera práctica de obtener un controlador de estructuras clásicas definidas como los controladores PI y PID, es recurrir a los métodos de sintonía propuestos por Ziegler-Nichols en sus diferentes versiones según sea el caso de pruebas de lazo abierto o de lazo cerrado [1]. Otra manera de obtener resultados con mejores prestaciones en la respuesta de lazo cerrado es diseñando los controladores mencionados basados en técnicas lineales de control continuos, teniendo como objetivo el seguimiento de ciertas señales de referencia como las señales tipo escalón, con una respuesta transitoria especificada. Para ello se requiere iniciar contando con un modelo del sistema a controlar que represente el comportamiento dinámico de ese proceso. Ese modelo del proceso de partida se puede también obtener mediante una técnica llamada de identificación de ese sistema, que para aplicarse debe partir de datos experimentales obtenidos en pruebas de laboratorio. La implementación de los controladores diseñados en forma analógica necesita una aproximación adecuada para obtener su equivalente discreto. Finalmente, podemos optar por un diseño del controlador

¹ Bruno Vargas Tamani. E-mail: bvargast@unmsm.edu.pe
Recepción: Octubre 2009 / Aceptado: Diciembre 2009

utilizando las técnicas lineales discretas para eliminar los inconvenientes de la aproximación discreta en relación con la respuesta deseada.

Mostramos para una planta de ejemplo, la sintonía de controladores siguiendo las reglas de Ziegler-Nichols y su aproximación digital para su implementación, también el diseño de los controladores lineales continuos y su aproximación discreta, así como el diseño de los controladores discretos. Se muestran los resultados de las respuestas de lazo cerrado

II. SINTONIA DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL (PI) Y DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID) SIGUIENDO LAS REGLAS DE ZIEGLER-NICHOLS

A. Sintonía de controladores por Ziegler-Nichols a partir de la curva de reacción

La curva de reacción de una planta se obtiene mediante la respuesta de un cambio escalón de entrada. Si esa curva de reacción tiene un comportamiento monótonicamente creciente como muestra la Figura 1, Ziegler y Nichols [1] proponen unas reglas de sintonía para obtener los parámetros de ganancia K_p , tiempo integral T_I y tiempo derivativo T_D de los controladores clásicos PI y PID (ver Tabla I en anexos). Estas reglas están basadas en la medición del tiempo de retardo L , constante de tiempo T y la ganancia del sistema ($K = \text{deltay}/\text{deltau}$) desde la curva de reacción; estos parámetros se miden partiendo de una línea tangente a la curva de reacción, como muestra la Figura 2. Para utilizar la Tabla I se calcula el parámetro R como la relación K/T .

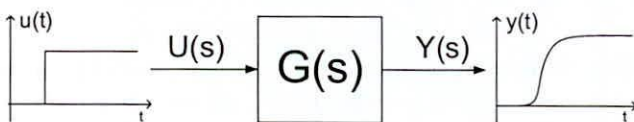


Fig. 1. Respuesta de un sistema para un cambio escalón de entrada.

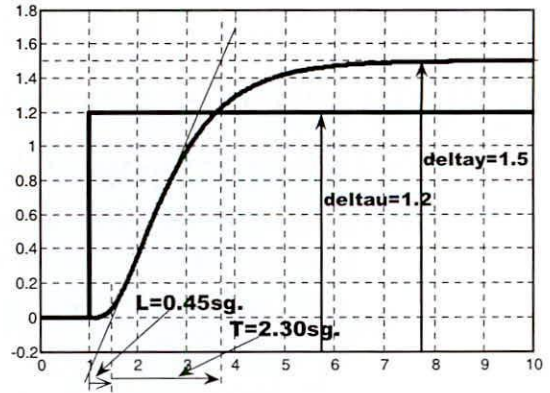


Fig. 2. Medidas en la curva de reacción para sintonía de controladores según Ziegler y Nichols.

Sintonizado el controlador elegido según estas reglas, la implementación del sistema de lazo cerrado consiste en conectar en cascada el controlador $G_c(s)$ con la planta; el diagrama de bloques del sistema de lazo cerrado se muestra en la Figura 3.

B. Sintonía de controladores por Ziegler-Nichols por el método de máxima sensibilidad

El método de máxima sensibilidad (ver Figura 4), consiste en realizar una prueba de lazo cerrado de control de la planta en forma proporcional, con una ganancia K de control variable [1]. Variando esa ganancia de control en incremento se puede conseguir una oscilación permanente en la salida, llegándose así al límite de estabilidad de lazo cerrado en esa prueba. La ganancia llamada de máxima sensibilidad K_u es la que produce la oscilación de salida de período T_u .

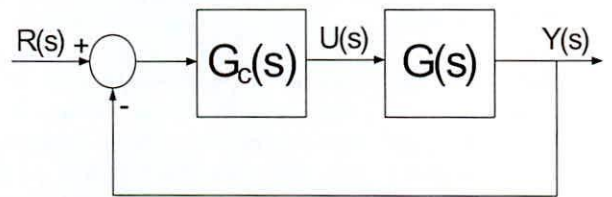


Fig. 3. Diagrama de bloques del sistema de lazo cerrado a implementarse.

Tanto la ganancia crítica de control (con la que se consigue la oscilación de salida), así como el período de oscilación son utilizados para sintonizar los controladores de acuerdo a la Tabla II de los anexos.

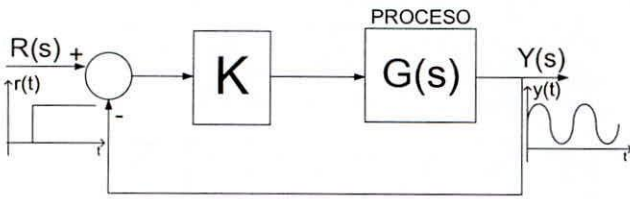


Fig. 4. Prueba de máxima sensibilidad.

C. Sintonía de controladores por Ziegler-Nichols mediante la prueba de control en modo relay

El método de sintonía, partiendo de los resultados de control en modo relay, consiste en implementar el sistema de lazo cerrado utilizándose un controlador no lineal de característica tipo relay (ver Figura 5) [1].

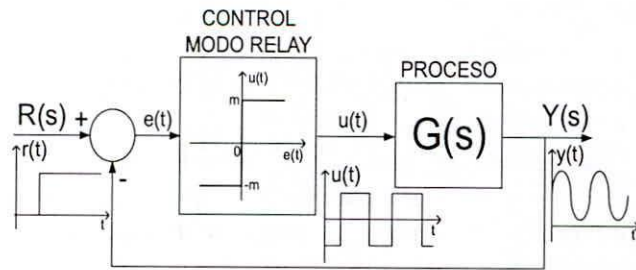


Fig. 5. Prueba de control en modo relay.

En este caso se obtiene un ciclo límite en la salida del sistema y una señal de control del tipo onda cuadrada no simétrica. La ganancia crítica de control K_u (con la que se consigue la oscilación de salida en la prueba de máxima sensibilidad), se puede obtener partiendo de las variaciones pico a pico a de salida y de la señal de control d , de acuerdo a $K_u=4d/\pi a$. El período del ciclo límite T_u es el mismo período de oscilación de la prueba anterior. Se utiliza nuevamente los resultados de la Tabla II de los anexos, para sintonizar los controladores.

III. RESULTADOS DE SINTONÍA DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL (PI) Y DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID) SIGUIENDO LAS REGLAS DE ZIEGLER-NICHOLS

A. Resultados obtenidos en la sintonía de controladores por Ziegler-Nichols a partir de la curva de reacción

Para experimentar con el método de sintonía a partir de la curva de reacción de Ziegler-Nichols, se utilizó una planta consistente en una red activa electrónica. Se hicieron pruebas con esa planta y se registraron los datos de entrada y salida que se muestran en las Figuras 6a y 6b. Basándose en la curva de reacción

mostrada en la Figura 6b, se aplica el método mencionado.

Se sintoniza un controlador PI siguiendo las reglas resumidas en la Tabla I de los anexos, este controlador se aproxima en forma discreta mediante la aproximación de Tustin [2] utilizando un período de muestreo de 5msg.; los resultados medidos de entrada y salida de lazo cerrado se muestran en la Figura 7. Los resultados medidos de entrada y salida de lazo cerrado para la aproximación discreta con un período de muestreo de 1msg. se muestran en la Figura 8.

Luego se sintoniza un controlador PID mediante este método (reglas de Tabla I en anexos). Se aproxima el controlador sintonizado a su equivalente discreto por Tustin utilizando un período de muestreo de 5msg. y de 1msg. Los resultados medidos de entrada y salida de lazo cerrado se muestran en la Figura 9 y 10 respectivamente.

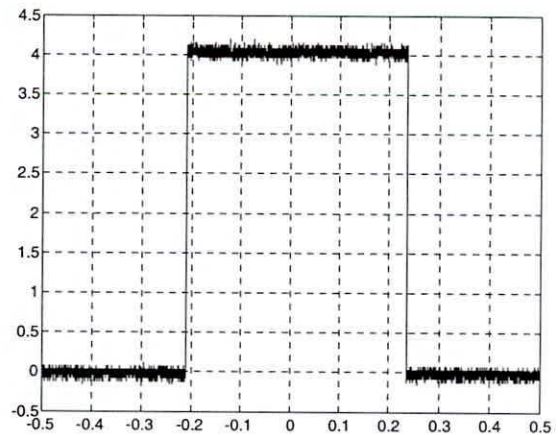


Fig. 6a. Entrada del tipo cambio escalón en la entrada de la planta de prueba.

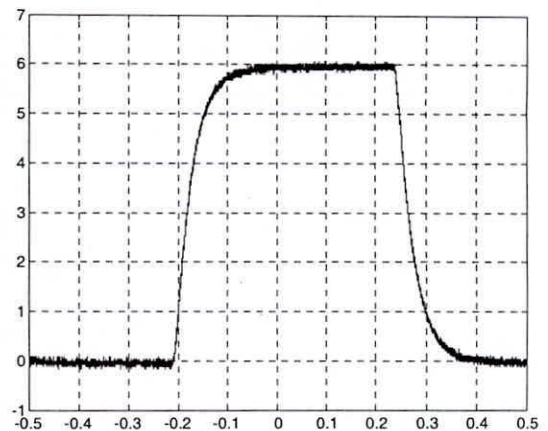


Fig. 6b. Respuesta a un cambio escalón en la entrada de la planta de prueba.

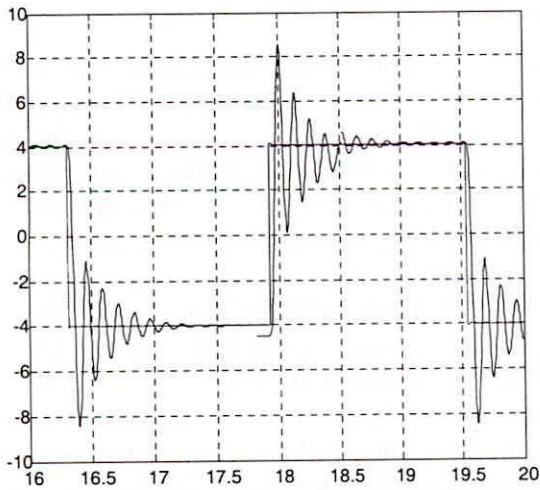


Fig. 7. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI sintonizado a partir de la curva de reacción y aproximado con $T=5\text{msg}$.

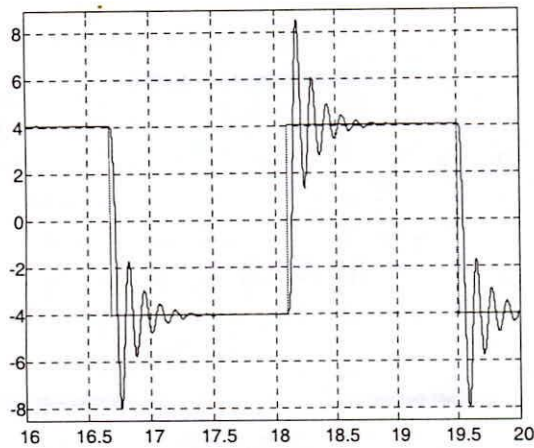


Fig. 8. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI sintonizado a partir de la curva de reacción y aproximado con $T=1\text{msg}$.

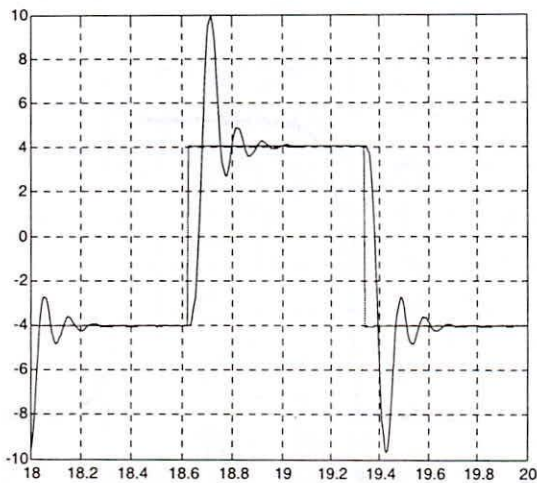


Fig. 9. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID sintonizado a partir de la curva de reacción y aproximado con $T=5\text{msg}$.

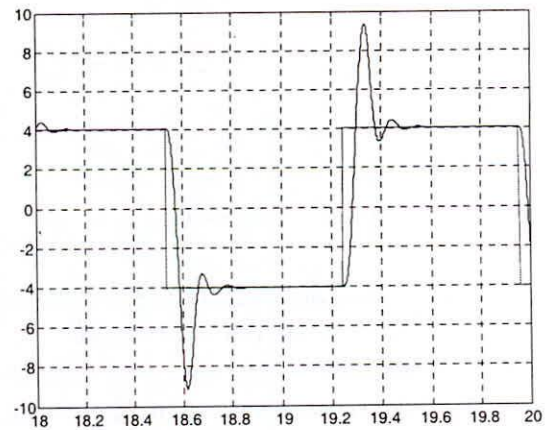


Fig. 10. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID sintonizado a partir de la curva de reacción y aproximado con $T=1\text{msg}$.

B. Resultados obtenidos en la sintonía de controladores por Ziegler-Nichols a partir de la prueba de máxima sensibilidad

Se realizó la prueba de máxima sensibilidad controlando en lazo cerrado a la planta en forma proporcional y variando la ganancia de control hasta conseguir una oscilación permanente en la salida. Los resultados de esa prueba se muestran en la Figura 11.

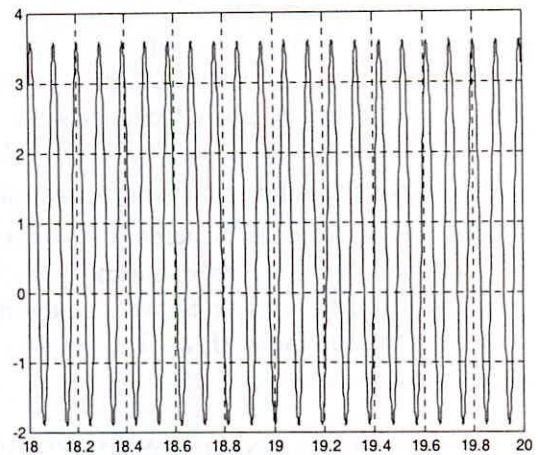


Fig. 11. Oscilación de salida obtenida en la prueba de máxima sensibilidad de la planta.

Utilizando las medidas de los resultados de la prueba anterior y las reglas resumidas en la Tabla II de los anexos, sintonizamos un controlador PI y un controlador PID. Estos controladores se aproximan en forma discreta mediante la aproximación de Tustin utilizando períodos de muestreo de 5msg y 1msg . Los resultados medidos de entrada y salida de lazo cerrado en la implementación por aproximación discreta de los controladores sintonizados se muestran en las Figuras 12, 13, 14 y 15.

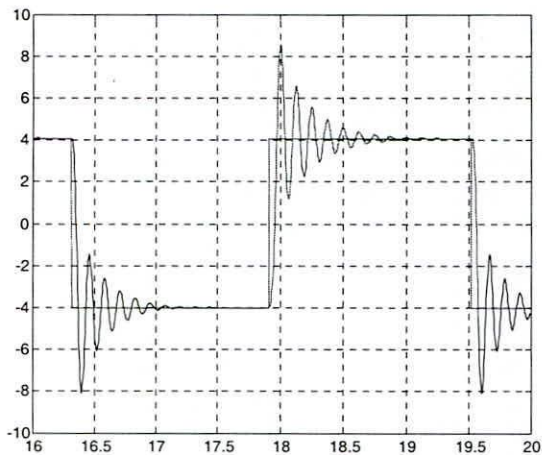


Fig. 12. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI sintonizado a partir de la prueba de máxima sensibilidad y aproximado con $T=5\text{msg}$.

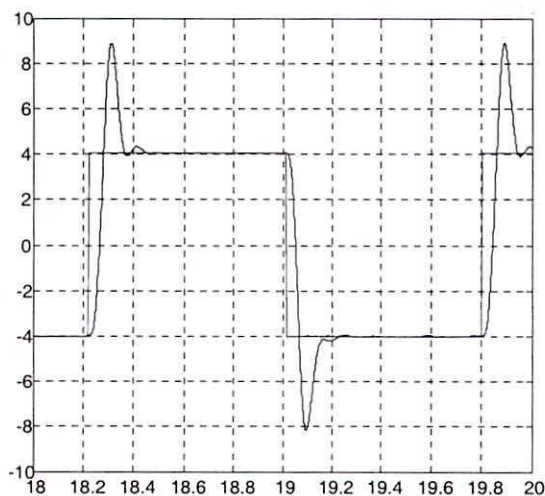


Fig. 15. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID sintonizado a partir de la prueba de máxima sensibilidad y aproximado con $T=1\text{msg}$.

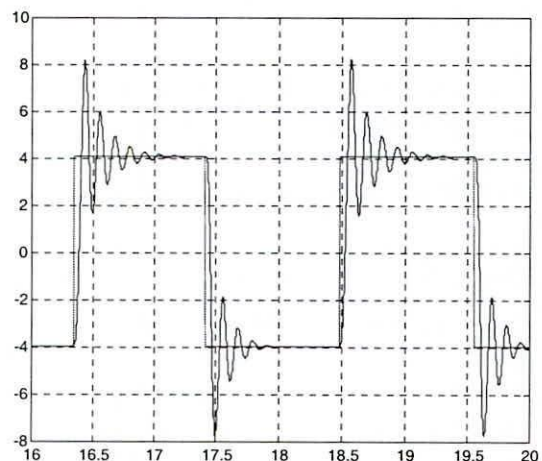


Fig. 13. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI sintonizado a partir de la prueba de máxima sensibilidad y aproximado con $T=1\text{msg}$.

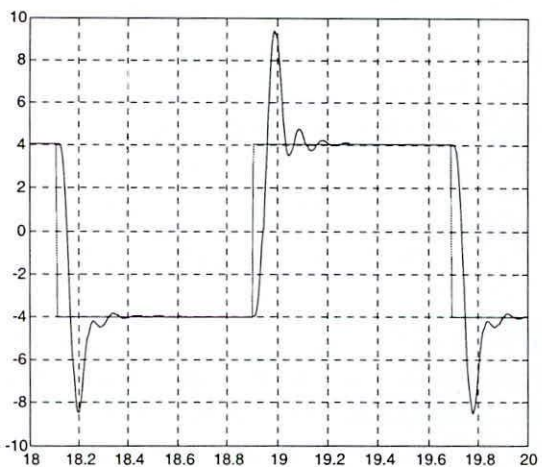


Fig. 14. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID sintonizado a partir de la prueba de máxima sensibilidad y aproximado con $T=5\text{msg}$.

C. Resultados obtenidos en la sintonía de controladores por Ziegler-Nichols a partir de la prueba en modo relay

La prueba de modo relay consiste en controlar en lazo cerrado a la planta utilizando un controlador no lineal de característica tipo relay, lo que produce un ciclo límite en la salida. Se realizó la mencionada prueba de control no lineal a la planta, y se obtuvo los resultados que se muestran en la Figura 16.

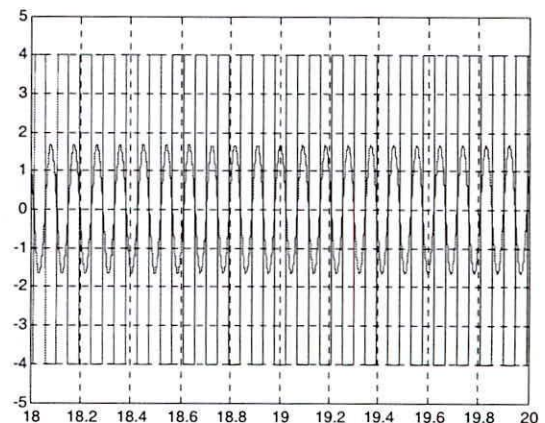


Fig. 16. Ciclo límite de salida y onda cuadrada asimétrica de control medidas en la prueba de modo relay.

Se utilizan las medidas de los resultados de la prueba anterior y las reglas resumidas en la Tabla II de los anexos para sintonizar un PI y un controlador PID. Estos controladores fueron aproximados en forma discreta mediante Tustin utilizando períodos de muestreo de 5msg. y 1msg. Los resultados medidos de entrada y salida de lazo cerrado en la implementación por aproximación discreta de los controladores sintonizados se muestran en las Figuras 17, 18, 19 y 20.

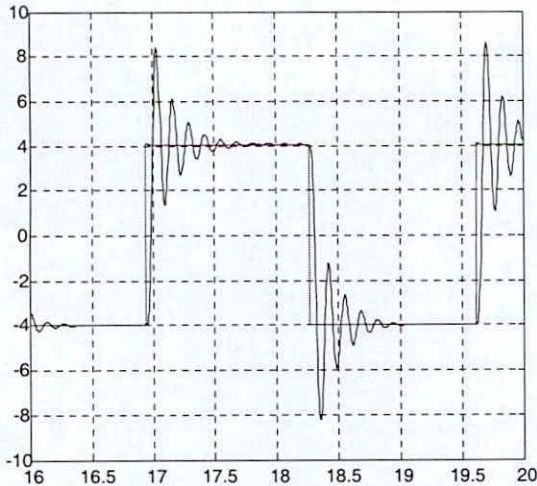


Fig. 17. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI sintonizado a partir de la prueba de modo relay y aproximado con $T=5\text{msg}$.

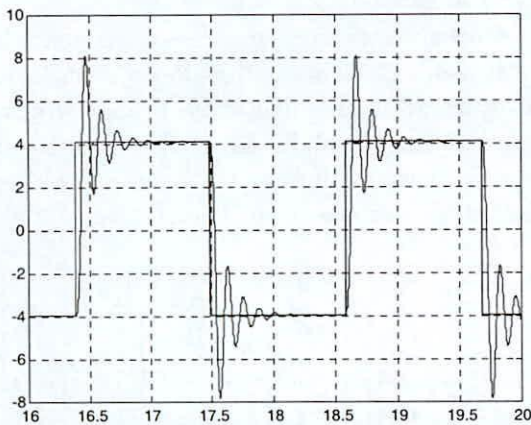


Fig. 18. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI sintonizado a partir de la prueba de modo relay y aproximado con $T=1\text{msg}$.

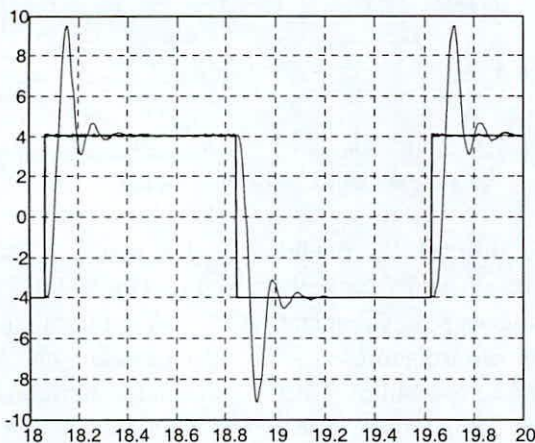


Fig. 19. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID sintonizado a partir de la prueba de modo relay y aproximado con $T=5\text{msg}$.



Fig. 20. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID sintonizado a partir de la prueba de modo relay y aproximado con $T=1\text{msg}$.

IV. DISEÑO DE CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL (PI) Y DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID) ANALÓGICOS Y APROXIMACIÓN DIGITAL EXPERIMENTAL

A. Diseño de controlador proporcional integral (PI) analógico, aproximación digital e implementación

Luego de probar la sintonización mediante las reglas de Ziegler-Nichols, diseñamos un controlador analógico PI basado en la técnica del lugar geométrico de las raíces [3]. La respuesta elegida como referencia era la que entrega error cero a una entrada escalón de lazo cerrado con una dinámica que se estabilice en un tiempo de 400msg , con un sobreimpulso del 16.30% .

Previamente partiendo de la curva de reacción mostrada en la 6b, desarrollamos la identificación analógica de la planta utilizando el método de los tres puntos [4] y obtenemos un modelo representativo de segundo orden sobreamortiguado; este modelo es utilizado para el diseño del controlador PI analógico. El modelo de la planta obtenido es el siguiente:

$$G_p(s) = \frac{2166.2864}{(s+37.82)(s+25.83)} e^{-0.012s} \quad (1)$$

El controlador analógico PI diseñado para su implementación discreta fue aproximado mediante Tustin utilizando períodos de muestreo de 20msg y 5msg ; el controlador PI analógico obtenido como resultado del diseño es el siguiente :

$$G_{cPI}(s) = \frac{0.26148(s+33.04)}{s} \quad (2)$$

La aproximación por Tustin del controlador anterior resulta para 20msg. y 5msg. en los siguientes controladores discretos respectivamente :

$$G_{PI1}(z) = \frac{0.34788(z - 0.5033)}{z - 1} \quad (3)$$

$$G_{PI2}(z) = \frac{0.28308(z - 0.8474)}{z - 1} \quad (4)$$

Los resultados medidos de entrada y salida en las pruebas de lazo cerrado de ambos controladores discretos se muestran en las Figuras 21 y 22 respectivamente.

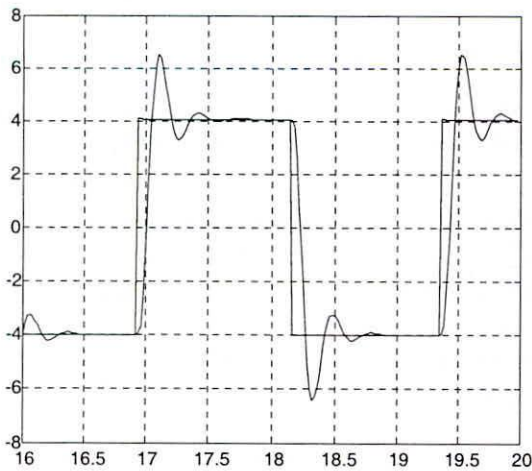


Fig. 21. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI analógico diseñado por el lugar geométrico de las raíces y aproximado con T=20msg.

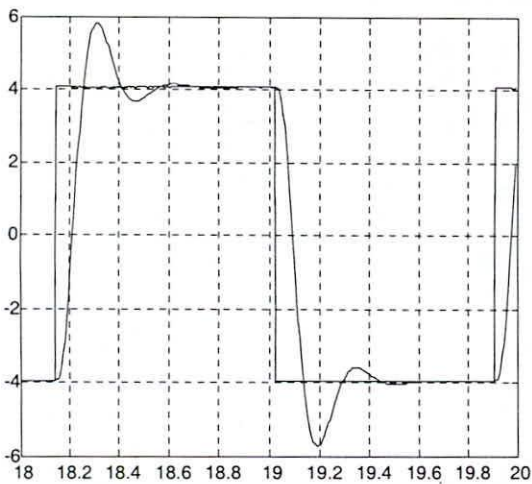


Fig. 22. Entrada y salida de lazo cerrado para control PI analógico diseñado por el lugar geométrico de las raíces y aproximado con T=5msg.

B. Diseño de controlador proporcional integral derivativo (PID) analógico, aproximación digital e implementación

Utilizando el mismo modelo identificado y la misma señal de referencia del apartado anterior, se diseñó también un controlador PID utilizando el método del lugar geométrico de las raíces [3].

El controlador PID se aproximó mediante Tustin para su implementación discreta con períodos de muestreo de 20msg. y 5msg; el controlador PID analógico obtenido como resultado del diseño es el siguiente:

$$G_{cPID}(s) = \frac{1.3757(s + 62.88)(s + 57.21)}{s(s + 492.3)} \quad (5)$$

La aproximación por Tustin del controlador anterior resulta para 20msg. y 5msg. resulta en los siguientes controladores discretos respectivamente:

$$G_{PID1}(z) = \frac{0.5948(z - 0.2279)(z - 0.2722)}{(z - 1)(z + 0.6623)} \quad (6)$$

$$G_{PID2}(z) = \frac{0.81577(z - 0.7283)(z - 0.7497)}{(z - 1)(z + 0.1034)} \quad (7)$$

Los resultados medidos de entrada y salida en las pruebas de lazo cerrado de ambos controladores discretos se muestran en las Figuras 23 y 24 respectivamente.

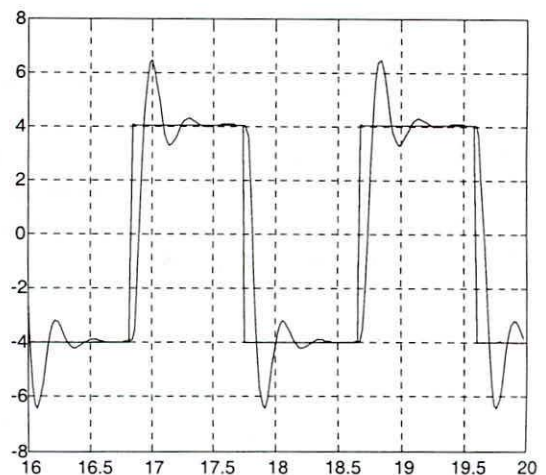


Fig. 23. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID analógico diseñado por el lugar geométrico de las raíces y aproximado con T=20msg.

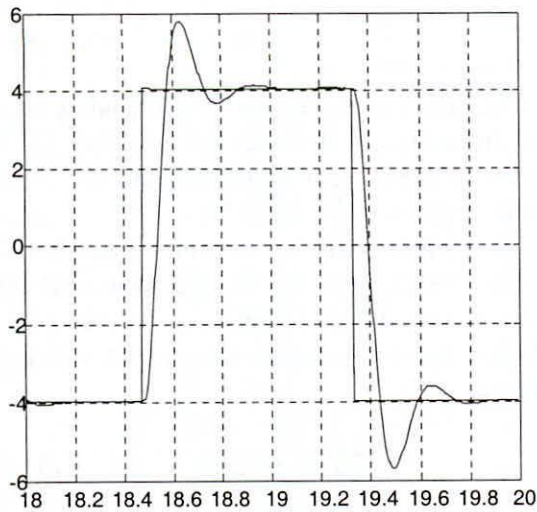


Fig. 24. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID analógico diseñado por el lugar geométrico de las raíces y aproximado con $T=5\text{ms}$.

V. DISEÑO DE CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL (PI) Y DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID) DIGITALES Y PRUEBA EXPERIMENTAL

A. Diseño de controlador proporcional integral (PI) digital e implementación

En este caso se diseñó directamente un controlador digital PI basado en la técnica del lugar geométrico de las raíces [5]. La respuesta elegida como referencia fue la misma anterior (error cero a una entrada escalón de lazo cerrado, tiempo de establecimiento 400ms y sobreimpulso del 16.30%). El modelo analógico identificado en el apartado anterior fue discretizado anteponiéndole un ZOH (circuito de retención de orden cero) y sirvió de base para el diseño de este controlador discreto. Se utilizó un período de muestreo de 20ms . El controlador PI discreto diseñado es el siguiente:

$$G_{PI}(z) = \frac{0.35251(z - 0.5965)}{z - 1} \quad (8)$$

La Figura 25 muestra los resultados medidos de entrada y salida de lazo cerrado utilizándose el controlador PI discreto diseñado.

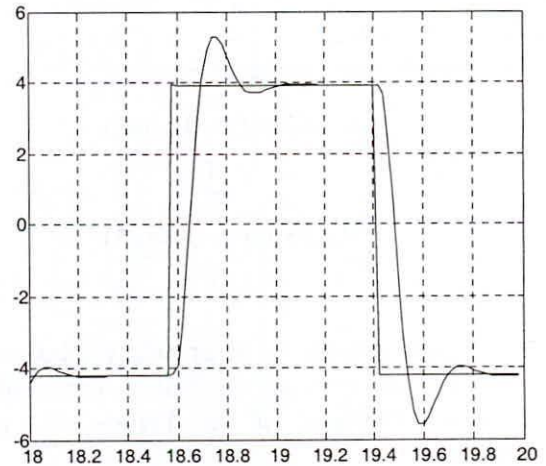


Fig. 25. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID digital diseñado por el lugar geométrico de las raíces y aproximado con $T=20\text{ms}$.

B. Diseño de controlador proporcional integral derivativo (PID) digital e implementación

Se diseñó también un controlador digital PID utilizando el método del lugar geométrico de las raíces. Se utilizó la misma señal de referencia y el mismo modelo discretizado de la planta con ZOH del apartado anterior.

Se utilizó para el diseño un período de muestreo de 20ms y se obtuvo el siguiente controlador:

$$G_{PID}(z) = \frac{0.48574(z - 0.3123)^2}{z(z - 1)} \quad (9)$$

La Figura 26 muestra los resultados medidos de entrada y salida de lazo cerrado utilizándose el controlador PID discreto diseñado.

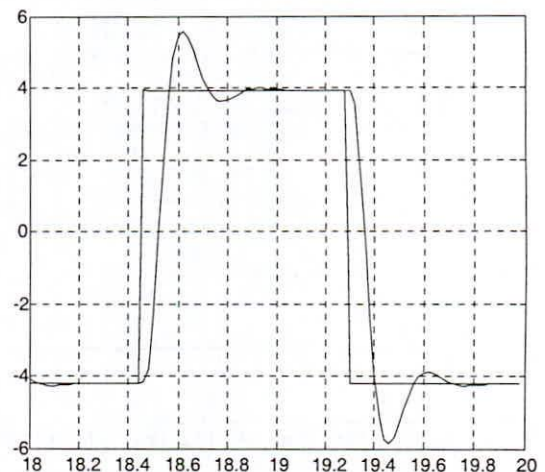


Fig. 26. Entrada y salida de lazo cerrado para control PID digital diseñado por el lugar geométrico de las raíces y aproximado con $T=20\text{ms}$.

VI. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la Tabla I se muestran los resultados medidos de los parámetros característicos más importantes de la respuesta al escalón en lazo cerrado obtenidos utilizando los diferentes controladores sintonizados y diseñados con técnicas continuas y aproximadas digitalmente; así como los resultados obtenidos con los controladores digitales diseñados.

TABLA I

PARÁMETROS DE LA RESPUESTA AL ESCALÓN DE LA SALIDA CONTROLADA POR CADA UNO DE LOS CONTROLADORES DISEÑADOS

Controlador	Período de muestreo (msg.)	Error en estado estacionario	Tiempo de establecimiento (msg.)	Sobreimpulso (Mp%)
PI ZN Reacción	5	0	1000	62.5
PI ZN Reacción	1	0	575	55
PID ZN Reacción	5	0	310	75
PID ZN Reacción	1	0	200	62.5
PI ZN Máxima Sensitividad	5	0	850	55
PI ZN Máxima Sensitividad	1	0	575	50
PID ZN Máxima Sensitividad	5	0	260	66.25
PID ZN Máxima Sensitividad	1	0	200	62.5
PI ZN Modo Relay	5	0	625	55
PI ZN Modo Relay	1	0	410	50
PID ZN Modo Relay	5	0	270	62.5
PID ZN Modo Relay	1	0	225	62.5
PI continuo LGR	20	0	400	31.25
PI continuo LGR	5	0	380	21.86
PID continuo LGR	20	0	400	30
PID continuo LGR	5	0	400	21.86
PI discreto LGR	20	0	400	17.29
PID discreto LGR	20	0	400	18.52

Todos los controladores permiten obtener error de estado estacionario nulo para una entrada de lazo cerrado tipo escalón. Los tiempos de establecimiento obtenidos con los controladores PID utilizando las reglas de Ziegler-Nichols son menores a los obtenidos con los controladores PI por los mismos métodos, en ambos casos los sobreimpulsos son bastante grandes.

VII. CONCLUSIONES

El componente integrador de todos los controladores asegura el error de estado estacionario nulo para una entrada de lazo cerrado tipo escalón.

La elección de un menor período de muestreo en la aproximación digital de los controladores PI a través de la curva de reacción, tienen un efecto importante en la disminución del sobreimpulso y el tiempo de establecimiento.

El período de muestreo en la aproximación digital de los controladores PID a través de la curva de reacción, tiene un menor efecto en la disminución del sobreimpulso y el tiempo de establecimiento que para el controlador PI obtenido por esa misma prueba.

El controlador PID a través de la curva de reacción, responde con mayor velocidad en comparación con el controlador PI obtenido por esa misma prueba, el efecto en el sobreimpulso es bastante parecido.

Los controladores PI obtenidos mediante la prueba de máxima sensibilidad también responden mejor para un menor período de muestreo en la aproximación digital. Se puede verificar en ese caso una importante disminución del sobreimpulso y el tiempo de establecimiento. Ese mismo resultado se aprecia para los controladores PI obtenidos mediante la prueba de modo relay.

Los controlador PID obtenidos mediante las pruebas de máxima sensibilidad y modo relay tienen una significativa disminución del tiempo de establecimiento en relación con los controlador PI obtenidos por las mismas pruebas.

Los resultados obtenidos sintonizando los controladores mediante las pruebas de máxima sensibilidad y modo relay son bastante cercanos, se verifica que ambas pruebas sean equivalentes en sus resultados.

Los controladores continuos diseñados y aproximados digitalmente son menos sensibles a la elección del período de muestreo en relación con lo apreciado para los controladores sintonizados por Ziegler-Nichols. En este caso, se obtienen respuestas bastante cercanas a las deseadas con períodos de muestreo mayores.

Los controladores continuos, diseñados y aproximados digitalmente presentan aumentos en promedio de 60% respecto al valor deseado de sobreimpulso, el tiempo de establecimiento obtenido en todos los casos son bastante cercanos a los deseados.

Los controladores digitales diseñados permiten obtener respuestas muy cercanas a las deseadas utilizando períodos de muestreo mayores que para los otros casos. Se obtienen los sobreimpulsos deseados y los tiempos de establecimiento especificados.

REFERENCIAS

- [1] Franklin G., Powell D., Emami-Naeini A. *Control de sistemas dinámicos con retroalimentación*. Addison-Wesley Iberoamericana. 1991.
- [2] Astrom K., Wittenmark B. *Computer controlled systems theory and design*. Prentice Hall, Inc. 1997.
- [3] Ogata K. *Ingeniería de control moderna*. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. 1993.
- [4] http://www2.eie.ucr.ac.cr/~valfaro/docs/Vma.ucr.identificacion.metodo_123c.pdf
- [5] Ogata K. *Sistemas de control en tiempo discreto*. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. 1996.

ANEXOS

TABLA I

OBTENCION DE PARAMETROS PID POR EL METODO DE CURVA DE REACCION DE ZIEGLER-NICHOLS

Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$1/RL$		
PI	$0.9/RL$	$L/0.3$	
PID	$1.2/RL$	$2L$	$L/2$

TABLA II

OBTENCION DE PARAMETROS PID POR EL METODO DE MAXIMA SENSITIVIDAD Y MODO RELAY DE ZIEGLER -NICHOLS

Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$0.5K_u$		
PI	$0.45K_u$	$T_u/1.2$	
PID	$0.60K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

