

# Diseño e Implementación de una Tarjeta Electrónica para Simulación de Procesos

Bruno Vargas Tamani\*

Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima Perú

**Resumen**— En el presente artículo, se presenta los detalles del diseño de una tarjeta electrónica que simula procesos lineales hasta de cuarto orden. Utilizando esta tarjeta, se podrá experimentar diferentes conceptos de teoría de control como: respuesta temporal, respuesta en frecuencia, identificación analógica, identificación discreta, prueba de una variedad de controladores analógicos o digitales, estabilidad, respuesta permanente, control en modo manual, control en modo automático, entre otros.

**Abstracts**— This article presents the details of the design of an electronic card that simulates linear processes up to fourth order. Using this card may be experiencing different concepts of control theory as response time, frequency response, identification analog, discrete identification, test of a variety of analog or digital controllers, stability, response permanent, control in manual mode, control in auto mode, among others.

**Palabras clave**— Diseño, tarjeta, simulación, segundo orden, amortiguamiento, ganancia, frecuencia natural, respuesta al escalón.

## I. INTRODUCCIÓN

Los conceptos utilizados en la teoría de control automático, normalmente requieren experimentación; sin embargo, en nuestra realidad, la falta de módulos de experimentación limita el proceso de aprendizaje de los conceptos de esta teoría.

Siendo el interés de estudiar los procesos industriales, al menos en un rango de operación de carácter lineal; se hace necesario realizar experimentos, que involucren los conceptos utilizados dentro de dichos procesos, sin recurrir para ese fin a plantas reales.

Se trata, entonces, de diseñar un sistema electrónico cuyo modelamiento sea similar al de un proceso industrial lineal y experimentar con este sistema los diferentes conceptos de la teoría de control.

## II. ESQUEMA BÁSICO DE DISEÑO

Siendo de orden elevado, los procesos lineales que deseamos representar con circuitos de simulación; este requiere un sistema básico que permita, al interconectarse en cascada con otro, aumentar el orden del sistema equivalente. Además, este esquema básico debe ser capaz de poder configurar su comportamiento con facilidad.

Se sabe que los sistemas de segundo orden presentan varios tipos de comportamiento (sobreamortiguado, subamortiguado, críticamente amortiguado y oscilatorio); tal que el sistema básico a desarrollar sea un sistema de segundo orden capaz de ser configurado como un sistema de segundo orden sobreamortiguado o subamortiguado [1].

El esquema básico que muestra la Figura 1 está compuesto por un sistema realimentado, que contiene en el lazo un sistema de primer orden en cascada con un circuito integrador. La ganancia  $K$  del sistema de primer orden es ajustable, para permitir cambiar el factor de amortiguamiento del sistema y así configurar el sistema de lazo cerrado, como un sistema de segundo orden sobreamortiguado o subamortiguado.

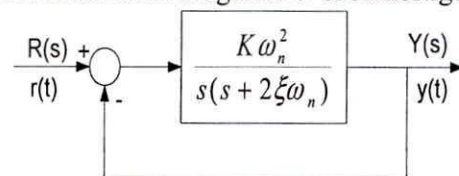


Figura 1. El Esquema básico de diseño.

En la Figura 2, se representa el lugar geométrico de las raíces de lazo cerrado a partir de la función de transferencia de la trayectoria directa del sistema, mostrando su comportamiento de acuerdo al valor de la ganancia  $K > 0$ .

Observar que el lugar geométrico muestra que se puede obtener un sistema de lazo cerrado tanto del tipo sobreamortiguado como subamortiguado, al variar la ganancia de la trayectoria directa.

Esta característica es aprovechada para sintetizar la tarjeta electrónica que represente al modelo de la Figura 1. En esta tarjeta, variando la ganancia de la trayectoria directa, se podrá configurar el sistema de lazo cerrado como un sistema de segundo orden sobreamortiguado o subamortiguado.

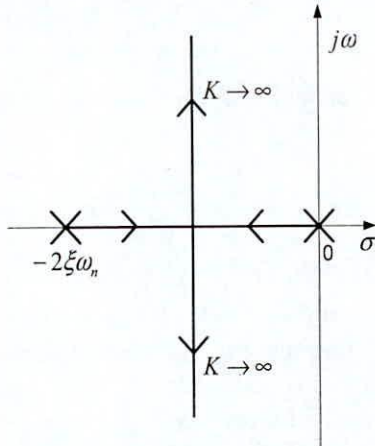


Figura 2. Lugar geométrico de las raíces de lazo cerrado del sistema de la Figura 1.

A. Elección de parámetros de la trayectoria directa

Los sistemas de las figuras 3 y 4 muestran la equivalencia con el sistema de la Figura 1.

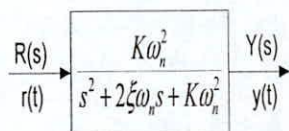


Figura 3. Sistema equivalente al sistema de lazo cerrado de la Figura 1.

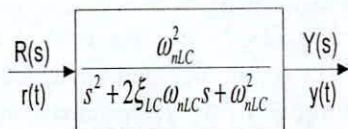


Figura 4. Sistema equivalente al sistema de lazo cerrado de la Figura 1.

En el caso de la Figura 4,  $\xi_{LC}$  es el de factor de amortiguamiento equivalente y  $\omega_{nLC}$  es la frecuencia de oscilación no amortiguada equivalente. Para  $K=1$  se obtiene un factor de amortiguamiento  $\xi$  y frecuencia de oscilación no amortiguada  $\omega_n$ . Ambos sistemas para  $K=1$ , presentan los mismos parámetros.

A partir de la igualdad:

$$s^2 + 2\xi_{LC}\omega_{nLC}s + \omega_{nLC}^2 = s^2 + 2\xi\omega_n s + K\omega_n^2 \quad (1)$$

Se cumple para todos los casos:

$$\xi_{LC}\omega_{nLC} = \xi\omega_n \quad (2)$$

$$\omega_{nLC} = \sqrt{K}\omega_n \quad (3)$$

Combinando (2) y (3) se obtiene que:

$$\xi = \sqrt{K}\xi_{LC} \quad (4)$$

Considerando  $\xi_{LC}=1$ , se obtienen ambas constantes de tiempo iguales a  $\tau=10\text{msg.}$ , por tanto en este caso:

$$\omega_{nLC} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{10^{-2}} = 100\text{rad / sg.}$$

En consecuencia (2) con  $\xi_{LC}=1$  y  $\omega_{nLC}=100\text{rad / sg.}$ , tendremos:

$$\xi\omega_n = 100 \quad (5)$$

Si restringimos la ganancia a valores  $K \geq 1$ , entonces según (4), para  $K=1$  corresponderá al valor de  $\xi_{LC}$  máximo o según A-1 el valor de  $\alpha$  mínimo.

La relación de amplitudes de las componentes transitorias que corresponden a la constante de tiempo más rápida respecto a la constante de tiempo más larga, es igual a  $\alpha$  (ver anexo). Asimismo, esa es la misma relación para las velocidades de los transitorios correspondientes. Si consideramos que una relación de tales amplitudes permitida para ser medible es de 0.2, tendríamos que  $\alpha_{\min} = 0.2$ . De acuerdo a la relación (A-1) obtenemos el valor máximo del factor de amortiguamiento a conseguir de  $\xi_{LC\max} = 1.342$ .

Con ese valor máximo de factor de amortiguamiento para  $K=1$  y aplicando (4) obtenemos  $\xi = 1.342$ .

Además aplicando (5), obtenemos  $\omega_n = 74.516\text{rad / sg.}$

Para conseguir sistemas de lazo cerrado subamortiguados debemos aumentar la ganancia  $K$  a valores mayores de 1. Un valor representativo de sistema subamortiguado es el que corresponde a un factor de amortiguamiento de  $\xi_{LC} = 0.5$ . En ese caso, según (4) se requiere de una ganancia  $K=7.204$ .

En conclusión el diseño del sistema electrónico básico debe considerar  $\xi = 1.342$ ,  $\omega_n = 74.516\text{rad / sg.}$  y  $1 \leq K < 7.204$ .

III. SÍNTESIS DE CIRCUITO ELECTRÓNICO QUE MODELA SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN

El circuito electrónico que se propone como síntesis del modelo de sistema de segundo orden mostrado en la Figura 1, se muestra en la figura 5. [2], [3].

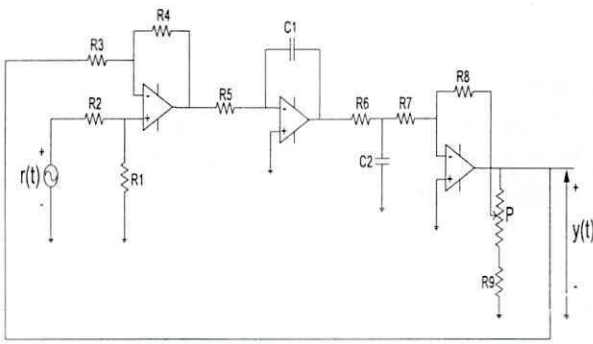


Figura 5. Circuito electrónico de síntesis de sistema de segundo orden.

El circuito mostrado se trata de un sistema electrónico realimentado, en base a amplificadores operacionales en operación lineal, que contiene en la línea directa un elemento integrador en serie con un circuito de primer orden. La ganancia variable se obtiene ajustando el potenciómetro de salida.

IV. RESULTADOS

Se realizó la síntesis del circuito de la Figura 5, de tal manera que pueda cumplir las características especificadas en el ítem 2.1.

Las pruebas del circuito implementado, para el factor de amortiguamiento más grande obtenido, que corresponde a un sistema sobreamortiguado, como para el factor de amortiguamiento más pequeño obtenido, y que corresponde a un sistema subamortiguado, se muestran en las figuras 6 y 7, respectivamente.

La combinación en cascada de dos circuitos de segundo orden da como resultado un sistema de orden elevado, en este caso de cuarto orden. Se realizan tales combinaciones de circuitos de segundo orden en cascada. Combinando en cada circuito factores de amortiguamiento que corresponden a sistemas sobreamortiguados y subamortiguados, obtenemos diferentes respuestas para ese sistema de cuarto orden.

La Figura 8 muestra la respuesta de un sistema sobreamortiguado en cascada con otro sobreamortiguado.

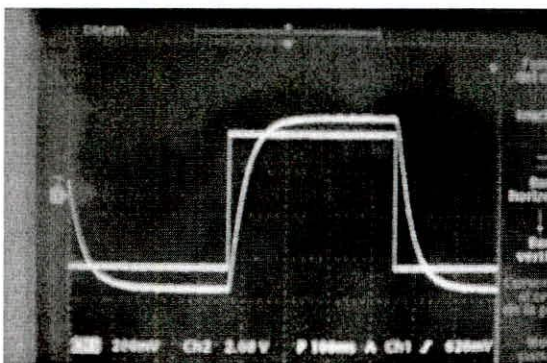


Figura 6. Respuesta del circuito electrónico que modela un sistema de segundo orden sobreamortiguado.

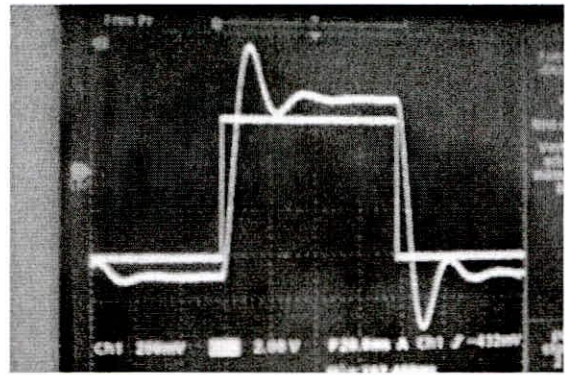


Figura 7. Respuesta del circuito electrónico que modela un sistema de segundo orden subamortiguado.

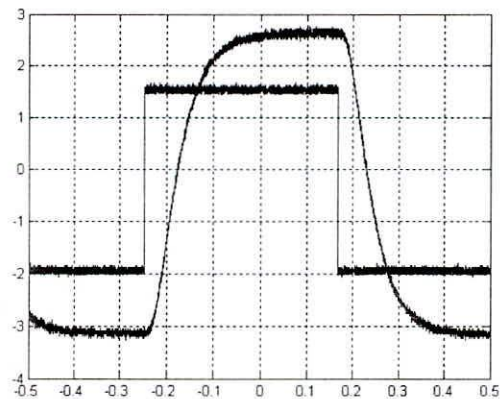


Figura 8. Respuesta de un sistema de segundo orden sobreamortiguado en cascada con otro sobreamortiguado.

La figura 9, muestra la respuesta de un sistema sobreamortiguado en cascada con otro subamortiguado.

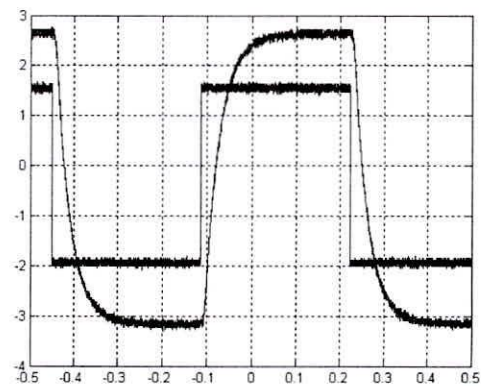
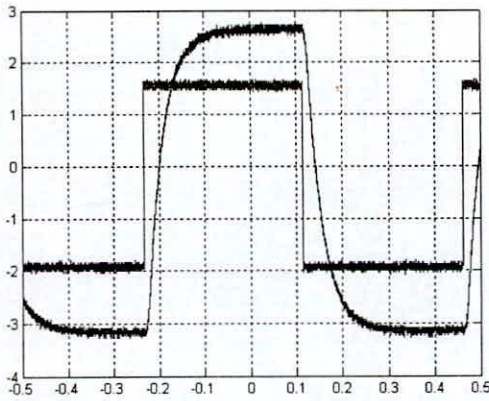


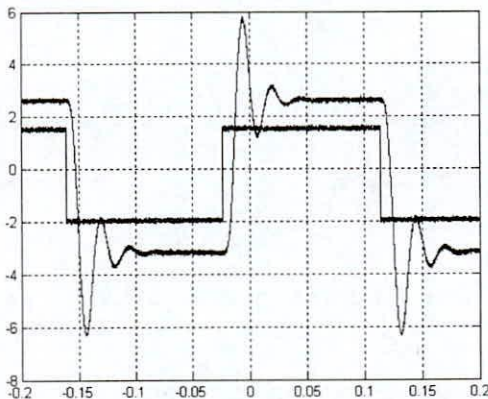
Figura 9. Respuesta de un sistema de segundo orden sobreamortiguado en cascada con otro subamortiguado.

La respuesta de un sistema subamortiguado en cascada con otro sobreamortiguado, se muestra en la Figura 10.



**Figura 10.** Respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado en cascada con otro sobreamortiguado.

La Figura 11 muestra la respuesta de un sistema subamortiguado en cascada con otro subamortiguado.



**Figura 11.** Respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado en cascada con otro subamortiguado.

## V. CONCLUSIONES

El modelo de lazo cerrado para un sistema equivalente de segundo orden que considera en cascada un integrador y un sistema de primer orden, puede ser sintetizado en un circuito electrónico utilizando amplificadores operacionales en operación lineal.

La utilización de un potenciómetro de salida en el circuito sintetizado, permite elegir el tipo de sistema de segundo orden con el cual se puede experimentar. Se pueden configurar entre sistemas sobreamortiguados y subamortiguados.

El circuito electrónico básico de segundo orden permite obtener el máximo valor de factor amortiguamiento de diseño (sistema sobreamortiguado), así como el mínimo valor de factor amortiguamiento de diseño (sistema subamortiguado).

La combinación en cascada de dos circuitos electrónicos de segundo orden permite obtener un sistema de cuarto orden de diferentes tipos de respuesta, según se configure cada sistema en serie como sobreamortiguado o subamortiguado.

El circuito diseñado o la combinación en serie de varios de ellos, permiten representar procesos industriales de diferentes características según convenga para experimentar estrategias de control o los diferentes conceptos de la teoría de control.

## REFERENCIA

- [1] Katsuhiko Ogata. Ingeniería de Control Moderna. Prentice Hall, 1993.
- [2] C. J. Savant Jr., Martin S. Roden, Gordon L. Carpenter. Diseño Electrónico Circuitos y Sistemas. Addison - Wesley Iberoamericana, 1992.
- [3] Friedrich Frohr, Fritz Ortenburger. Introducción al Control Electrónico. Marcombo S.A., 1986.

## ANEXO

Parámetros de un sistema de segundo orden sobreamortiguado y su respuesta al escalón

Sea el sistema de segundo orden sobreamortiguado de ganancia unitaria:

$$G(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} = \frac{1}{(\tau s + 1)(\alpha \tau s + 1)}$$

donde  $\tau_1 = \tau$  es la constante de tiempo más larga,  $\tau_2$  es la constante de tiempo más corta y  $\alpha = \tau_2 / \tau_1$  es la relación entre las constantes de tiempo.

Los parámetros de factor de amortiguamiento  $\xi_{LC}$  y frecuencia de oscilación no amortiguada  $\omega_{nLC}$ , se pueden obtener de la representación equivalente del sistema:

$$G(s) = \frac{1/\alpha\tau^2}{s^2 + \frac{1}{\tau}(1 + \frac{1}{\alpha})s + \frac{1}{\alpha\tau^2}} = \frac{1/\alpha\tau^2}{s^2 + 2\xi_{LC}\omega_{nLC}s + \omega_{nLC}^2}$$

Se obtienen las siguientes relaciones:

$$\omega_{nLC} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\tau} \quad \xi_{LC} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right) \quad (A-1)$$

La respuesta al escalón del sistema sobreamortiguado es la siguiente:

$$y(t) = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} e^{-t/\alpha\tau} - \frac{1}{1-\alpha} e^{-t/\tau} \quad (A-2)$$

La relación de amplitudes de las componentes transitorias que corresponden a la constante de tiempo más rápida respecto a la constante de tiempo más larga, es igual a  $\alpha$ .

CEPREDIM



SE TERMINÓ DE IMPRIMIR  
EN EL MES DE AGOSTO DE 2008  
EN LOS TALLERES GRÁFICOS DEL  
CENTRO DE PRODUCCIÓN EDITORIAL E IMPRENTA DE  
LA UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
JR. PARURO 119. LIMA 1.  
TELÉFONO: 619-7000 ANEXOS: 6011, 6015 / FAX: 6009  
E-MAIL: VENTAS.CEPREDIM@UNMSM.EDU.PE  
TIRAJE: 500 EJEMPLARES