



## Modos de Oscilação natural em corpos d'água. Estudo de caso: Enseada de São Miguel, Penha - SC.

Cauê Natan Silva Gonze de Oliveira<sup>1,\*</sup>,  
Franklin Misael Pacheco Tena<sup>2,\*</sup>

<sup>1,2</sup>Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI), Santa Catarina, Brasil

Recibido 05 marzo 2020 – Aceptado 04 diciembre 2020

### Abstract

Este trabalho estuda o fenômeno de oscilações em corpos d'água, com o estudo de caso: Enseada de São Miguel, Penha/SC. O estudo foi realizado através da implementação de um modelo numérico baseado na equação de Helmholtz, permitindo calcular as frequências de oscilação natural. Na solução da equação diferencial parcial, foi utilizado o método de diferenças finitas, para transformar a área de estudo num conjunto de pontos discretos. O sistema resultante é um sistema de autovalores e autovetores. Para a solução deste sistema foram utilizadas funções já implementadas no sistema computacional MATLAB. O modelo implementado passou por diversos testes numéricos, sendo selecionados testes nos quais existem soluções analíticas. A resposta do modelo para estes casos foi positiva, com erros menores de 10% no cálculo dos períodos de oscilação. Aplicou-se o modelo na Enseada de São Miguel, sendo simulados dois cenários: com quebra-mar e sem quebra-mar. Os resultados obtidos comprovam que a mudança na forma do recinto altera o seu período natural. Foi calculado um período natural de 266,07 segundos para o seu modo fundamental e ao implementar o quebra-mar no recinto, um período natural fundamental de 324, 89 segundos foi estimado.

**Palavras Chave:** Oscilação Costeira, Seiches.

### Resumen

Este trabajo estudia el fenómeno de las oscilaciones en los cuerpos de agua, con el caso de estudio: Enseada de São Miguel, Penha / SC. El estudio se llevó a cabo mediante la implementación de un modelo numérico basado en la ecuación de Helmholtz, que permitió el cálculo de las frecuencias de oscilación natural. En la solución de la ecuación diferencial parcial, se utilizó el método de diferencias finitas para transformar el área de estudio en un conjunto de puntos discretos. El sistema resultante es un sistema de autovalores y autovectores. Para la solución de este sistema se utilizaron funciones ya implementadas en el sistema informático MATLAB. El modelo implementado se sometió a varias pruebas numéricas y se seleccionaron pruebas en las que existen soluciones analíticas. La respuesta del modelo a estos casos fue positiva, con errores menores al 10% en el cálculo de los períodos de oscilación. El modelo se aplicó en la Enseada de São Miguel, simulando dos escenarios: con rompeolas y sin rompeolas. Los resultados obtenidos muestran que el cambio de forma del recinto altera su período natural. Se calculó un período natural de 266.07 segundos para su modo fundamental y al implementar el rompeolas en el recinto se estimó un período natural fundamental de 324,89 segundos.

**Palabras clave:** Oscilación costera, Seiches.

---

<sup>1</sup>\* caue\_natan@hotmail.com

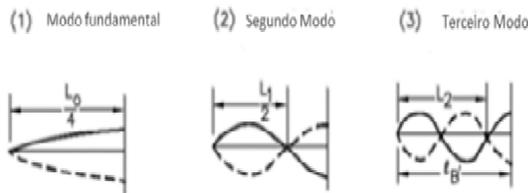
<sup>2</sup>\* efranklinmpt@univali.br

**Introdução**

Um recinto parcialmente preenchido com água, por exemplo uma baía, pode ser movimentado por forças externas, e oscilar segundo suas frequências naturais de oscilação. As forças externas podem ser vento direto e transitório, ou por vibrações submersas oriundas de abalos sísmicos. Caso esses agentes externos venham a atingir uma frequência igual a umas das frequências preferenciais do recinto, este irá entrar em ressonância. Se o recinto excitado na frequência natural for uma baía aberta com comunicação direta ao mar, como o caso de um porto, esse fenômeno é classificado como ressonância portuária (Kowalik e Murty, 1993).

Portos e outros ambientes utilizados como área para abrigo de pequenas ou grande embarcações normalmente apresentam algum tipo de estrutura ou obra de proteção costeira. Quebra-mares rochosos, por exemplo, geralmente são construídos para tal fim. Segundo **Alfredini (2005)**, essas são intervenções estruturais, que defendem a linha de costa contra o ataque direto de ondas e assim podem gerar um estado de mar menos agitado. Estas intervenções estruturais protegem o plano de água da agitação marítima exterior para ondas de curto período. Porém, para a incidências de ondas de longo períodos (seiches) podem funcionar como eficientes amplificadores devido à configuração do recinto e à reflexão interna, podendo ocasionar o fenômeno de ressonância portuária e com isso gerar condições perigosas no interior do recinto como colisões de embarcações através do rompimento das amarras devido ao movimento horizontal das partículas de água presente no ponto estacionário (Nó) da onda seiche

As oscilações portuárias podem apresentar diferentes configurações, podendo apresentar um ou mais linhas nodais (posições onde a variação vertical da onda é igual a zero), como mostra a figura abaixo (Figura 1). Essas configurações designam-se por modos de oscilação natural e apresentam um período natural respectivo à sua configuração, sendo o primeiro classificado como modo fundamental de oscilação. Cada sistema físico apresenta um período natural específico, onde a forma e profundidade do recinto são os principais parâmetros determinante.



**Figure 1.** Perfil oscilatório dos modos de oscilação pararecintos abertos com profundidade constante.

Este artigo estuda os modos de oscilação natural para diferentes recintos através da implementação de um

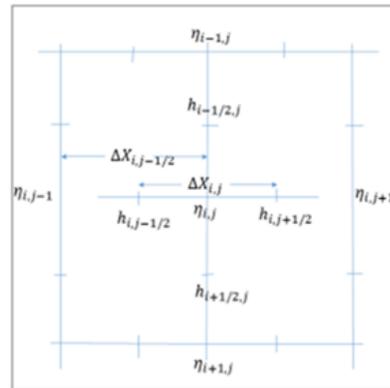
modelo numérico fundamentado na solução numérica de equação diferencial de Helmholtz. O método de diferenças finitas aplicado resulta num sistema de equações de autovalores e autovetores, onde a resolução do sistema nos permite avaliar o comportamento vibratório dos modos de oscilação do recinto para diferentes configurações. O modelo foi aplicado a Enseada de São Miguel, localizado na prefeitura de Penha, estado de Santa Catarina, onde existe uma proposta de construção de uma quebramar.

**Metodologia**

O modelo numérico implementado é baseado na equação de Helmholtz, a qual representa o movimento harmônico de um recinto:

$$\frac{d}{dx} \left( H \frac{d\eta}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left( H \frac{d\eta}{dy} \right) + \left( \frac{\omega^2}{g} \right) \eta = 0 \tag{1}$$

A equação (1), é uma equação diferencial parcial, onde  $H(x,y)$  é a profundidade,  $\eta(x,y)$  é a elevação da superfície livre. Na solução da equação (1) foi utilizado o método de diferenças finitas, transformando a área de estudo, domínio contínuo, num conjunto de pontos discretos. A malha numérica é apresentada na figura abaixo (Figura 2).



**Figura 2.** Disposição da malha numérica para solução da equação de Helmholtz.

A cada passo do nó na malha, dado por um incremento  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , a equação de Helmholtz é aplicada satisfazendo as condições de contorno impostas. Para o contorno fechado, é representando a ausência de fluxo:

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{d\eta}{dy} = 0 \tag{2}$$

Na fronteira aberta é assumindo a presença de uma linha nodal na abertura do recinto (**Sammartino et al., 2014**):

$$\eta = 0 \tag{3}$$

O sistema de equações resultante, depois de substituir a equação (1) em cada um dos nós do domínio, é um sistema

de equações de autovalores e autovetores, cuja solução utilizando rotinas de MATLAB, foi apresentado por Oliveira (2019). Para verificar a acurácia do modelo, foi realizado testes numéricos em recintos ideais onde existem soluções analíticas, como é o caso de Recinto Retangular Fechado com profundidades constantes e variáveis; Recinto Retangular Aberto com profundidades constantes e variáveis; e Recinto Circular Fechado com profundidades constantes; e na parte final do trabalho foi aplicado a Enseada de São Miguel, Penha – SC, para dois cenários: com e sem quebra-mar.

**Resultados**

**Testes Numéricos**

A Tabela 1 contém os resultados para três modos de oscilação para o teste de recinto retangular aberto, profundidade constante e variável, e recinto circular fechado de profundidade constante. Para o caso do recinto aberto apenas os modos que apresentam suas linhas nodais ao longo do comprimento  $L$  do recinto foram calculados. As configurações dos modos de oscilação modelados são representadas pela Figura 3.

Tabela 1. Períodos naturais de 3 modos oscilatórios para os testes numéricos aplicados.

RECINTO	PROFUNDIDADE (H)	MODO		PERÍODO NATURAL (s)		$\left  \frac{T_{num} - T_{anl}}{T_{anl}} \right  100 = (\%)$
		$n \setminus s$	$m$	Numérico	Analítico	
Retangular Aberto	Constante	0 0	0	1164,30	1142,86	1,88
		1 0	0	388,15	380,95	1,90
		2 0	0	232,95	228,57	1,92
	Variável	0 0	0	520,92	690,39	24,55
		1 0	0	220,26	345,19	36,19
		2 0	0	137,95	230,13	40,06
Circular Fechado	Constante	1 0	0	246,44	285,714	13,75
		2 0	0	148,77	X	X
		0 1	1	117,80	X	X

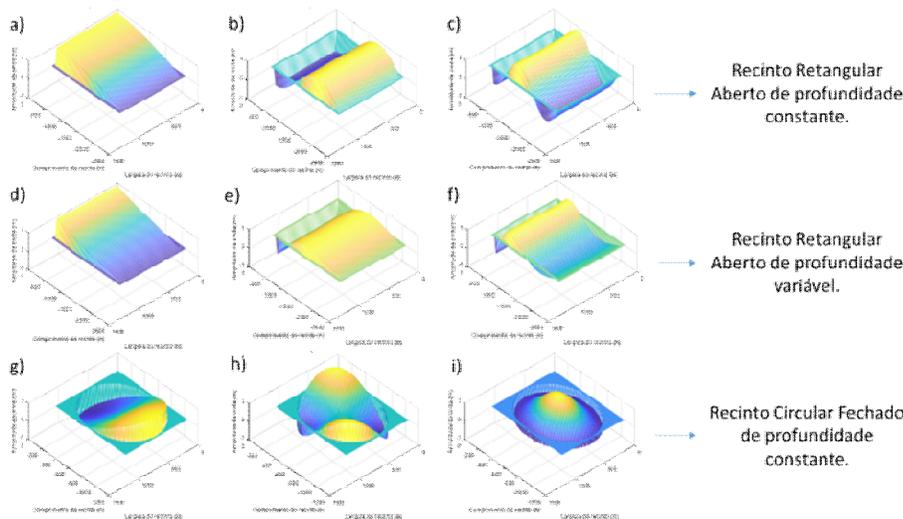


Figure 3. Representação dos modos de oscilação natural para os testes numéricos. Modo fundamental,  $n = 0$  (a);  $n = 1$  (b);  $n = 2$  (c); Modo fundamental,  $n = 0$  (d);  $n = 1$  (e);  $n = 2$  (f); Modo fundamental,  $s = 1$  (g);  $s = 2$  (h);  $m = 1$  (i).

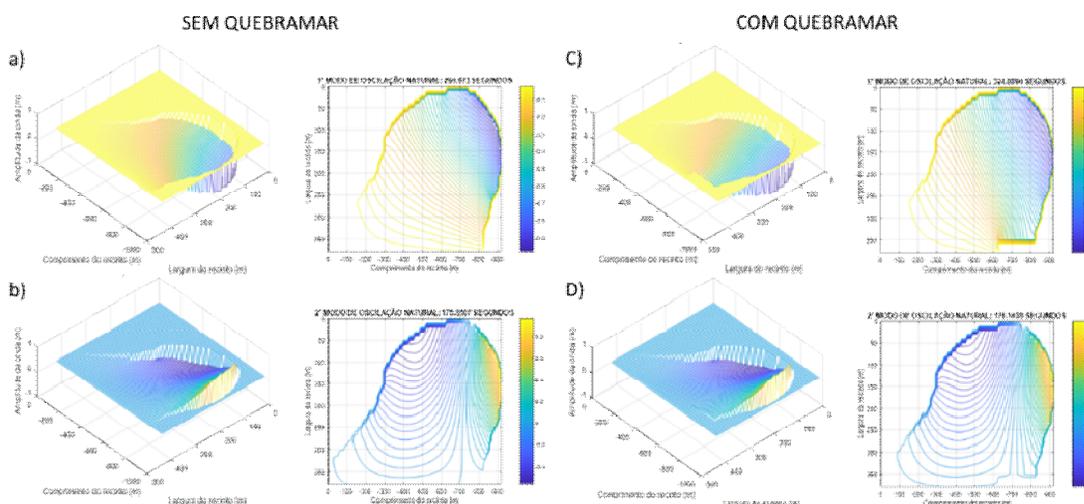
**Enseada de São Miguel**

A Tabela 2 apresenta os valores estimados dos períodos naturais de dois modos de oscilação, o fundamental e seu subsequente, para a Enseada de São Miguel em dois cenários modelados: com quebra-mar e sem quebra-mar. O

comportamento da superfície livre d'água e o posicionamento das linhas nodais na área modelada estão sendo representados pela Figura 4.

**Tabela 2.** Períodos naturais de quatro modos oscilatórios para a Enseada de São Miguel, Penha – SC, para os cenários com quebra-mar e sem quebra-mar, e o Erro relativo percentual, onde  $T_{CQ}$  é o período natural para o cenário com quebra-mar e  $T_{SQ}$  é o cenário sem quebra-mar.

MODOS	PERÍODO NATURAL (s)		$\left  \frac{T_{CQ} - T_{SQ}}{T_{SQ}} \right  100 = (\%)$
	Sem quebra-mar	Com quebra-mar	
1	266,07	324,89	22,11
2	175,65	176,14	0,28



**Figure 4.** Representação dos modos de oscilação natural para a Enseada de São Miguel, Penha – SC. Modo fundamental, sem quebra-mar (a); segundo modo, sem quebra-mar (b); modo fundamental, com quebra-mar (C); segundo modo, com quebra-mar (D).

**Conclusões**

O modelo numérico implementado se mostrou bastante eficiente para os recintos de configurações simples. O modelo apresentou erros relativos baixos para os testes numéricos, sendo inferior a 2% para o caso mais simples (recinto aberto de profundidade constante) e inferior a 14% para o modo fundamental do teste numérico para o recinto circular fechado. Além dos períodos naturais estimados se mostrarem próximos aos das soluções analíticas, as representações da superfície livre d'água (modos de oscilação) se comportaram de acordo com as oscilações teóricas. Em relação aos testes que apresentaram erros relativamente altos, como no caso do recinto retangular aberto de profundidade variável, a ausência de métodos

analíticos teve bastante impacto, no que dificulta verificar a acurácia do modelo

A Enseada de São Miguel é um sistema mais complexo, sua forma geométrica é irregular e sua profundidade é variável. Sendo assim, a implementação de um quebra-mar altera a configuração do recinto, mudando tanto os períodos naturais do sistema como os modos de oscilação para cada período preferencial como mostra os resultados obtidos na modelagem.

## Referências

- Alfredini, P. (2005). *Obras e gestão de portos e costas: a técnica aliada ao enfoque logístico e ambiental*. Led. São Paulo, SP: Ed. Blucher.
- Brás, Vera Marta do Cubo (2016). Estudos de ressonância portuária da Marina de Cascais. 2016. 142 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Técnico Lisboa, Lisboa.
- Kowalik, Z; Murty, T.S. (1993). *Numerical Modelling of Ocean Dynamics*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Oliveira, Cauê Natan Silva Gonze de (2019). Modos de oscilação natural em corpos d'água. Estudo de caso: enseada de são miguel, penha - sc. 2019. 94 f. TCC (Graduação) - Curso de Oceanografia, Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí.
- Sammartino, S; Sánchez Garrido, J.C; Delgado, J; arango,C; Criado Aldeanueva, F; García Lafuente, J. (junho, 2014). Experimental and numerical characterization of harbor oscillations in the port of Málaga, Spain. *Ocean Engineering*. p. 110-119.