Revista de Investigación de Física **23(2)**, (Jul-Dic 2020) eISSN:1728-2977

Simulación matemática de la evolución de la epidemia Covid-19 en la Zona Metropolitana de Lima-Callao

Jorge Bravo*[1]

[1] *Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Físicas, Lima, Perú*

Recibido 10 mayo 2020 – Aceptado 01 junio 2020

Resumen
Se presenta un modelo matemático que simula la evolución de casos como consecuencia del contagio con el coronavirus tomando como referencia los informes diarios que emite el Ministerio de Salud para todo el territorio del Perú. En este trabajo se ha puesto énfasis en la zona metropolitana de Lima-Callao. Para este fin se utilizan cuatro parámetros probabilísticos cuyos valores se escogen de manera que el modelo reproduzca los números de casos reportados. Uno de ellos cuantifica la probabilidad de que una persona se contagie por cada día que pasa, el segundo la probabilidad de ser dado de alta por cada día que ha transcurrido desde el día del contagio. Los otros dos parámetros cuantifican las fracciones de pacientes que superan el mal y los que fallecen. En este modelamiento se considera dos intervalos de tiempo: un intervalo inicial de 75 días en que la tasa de contagio es acelerada y un intervalo posterior que se inicia con la tasa final del primer intervalo. El ajuste de estos parámetros da como resultado que el número promedio de días para recuperarse del mal desde el día del contagio es de 27 días. Otro resultado es que el número máximo de pacientes activos llegará a alrededor de 115 mil pacientes a los seis meses del proceso, una fracción de los cuales necesitará hospitalización. La tasa de defunciones considerada es de 8 %.

Palabras clave: Covid-19, simulación matemática, Lima-Callao.

Mathematical simulation of the evolution of the Covid-19 epidemic in the Metrropolitan Zone of Lima-Callao

Abstract
This paper presents a mathematical model that simulates the evolution of health cases as a consequence of an infection with the coronavirus taking as reference the daily reports issued by the Ministry of Health for the whole Peruvian territory. In this work we put emphasis on the Metropolitan Area of Lima-Callao. For this purpose four probabilistic parameters are used, whose values are chosen in such a way that the model reproduces the reported number of cases. One of them quantifies the probability that a person can be infected per passing day, the second parameter the probability of recovering per passing day since the date the infection took place. The other two parameters are related to the probability of recovering or dying per each passing day. In this modeling two intervals of time are considered: an initial interval of 75 days during which the rate of infections is accelerated followed by an interval in which the rate of infections coincides with the final value of the first interval. The fitting of these parameters to the reported values give as result that the average numbers of days required for recovery is 27 days since the date of infection. Another result is that the maximum number of recovering patients will be about 115 thousand within six months, a fraction of which will require hospital care. The death rate used is 8 %.

Keywords: Covid-19, mathematical simulation, Lima-Callao.

*jbravoc@unmsm.edu.pe

Introducción

Se presenta un modelo matemático que simula la evolución de casos como consecuencia del contagio con el coronavirus tomando como referencia la información estadística que emite diariamente el Ministerio de Salud [Min20]. Es un modelo aproximado que puede ser útil para describir la evolución temprana de la epidemia en la zona metropolitana de Lima-Callao. Se considera que el contagio en esta zona se inició el primer día de marzo. El primer caso detectado se reportó el día 6 de marzo pero éste había ocurrido en el extranjero.

Modelo matemático

Para este fin se definen las siguientes variables que dependen del tiempo:

$N_1(t)$ = Población no contagiada; cumple la condición inicial: $N_1(0) = N_{10}$

$N_2(t)$ = Total de población contagiada; cumple la condición inicial de $N_2(0) = 0$

$N_3(t)$ = Total de casos activos; cumple la condición inicial de $N_3(0) = 0$

$N_4(t)$ = Total de pacientes recuperados; cumple la condición inicial de $N_4(0) = 0$

$N_5(t)$ = Total de pacientes fallecidos; cumple la condicYo uso esta expression hasta el día 75, periodo de mayor cambio.

Este enfoque en el fondo reconoce la no linealidad.

Otra opción es que a partir del día 75 utlizar la representación no lineal por cuanto ya se superó el period inicial.

ión inicial de $N_5(0) = 0$

Se ha adoptado el intervalo de un día como la unidad de tiempo.

Estas variables cumplen la siguiente condición (ecuación 1):

$$N_3 + N_4 + N_5 = N_2 \tag{1}$$

Además, definimos los siguientes parámetros utilizados en el modelo:

p_1 = probabilidad de contagio personal por cada día que pasa.

p_2 = probabilidad que un paciente sea dado de alta o baja durante un día.

a_4 = probabilidad de ser dado de alta o recuperarse = 0.92.

a_5 = probabilidad de ser dado de baja o fallecer a causa del mal = 0.08.

Se cumple la condición (ecuación 2):

$$a_4 + a_5 = 1 \tag{2}$$

Estos parámetros pueden variar según la zona que se desee modelar. Para esta aplicación se usarán los datos estadísticos para la zona de Lima-Callao.

Las variables arriba definidas satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas [Sok58], con sus respectivas condiciones iniciales (ecuación 3):

$$\begin{aligned}\frac{dN_1(t)}{dt} &= -p_1 N_1\\ \frac{dN_2(t)}{dt} &= p_1 N_1\\ \frac{dN_3(t)}{dt} &= p_1 N_1 - p_2 N_3\\ \frac{dN_4(t)}{dt} &= a_4 p_2 N_3\\ \frac{dN_5(t)}{dt} &= a_5 p_2 N_3 \; -\end{aligned} \tag{3}$$

La condiciones iniciales son: $N_1(0) = N_{10}$, $N_2(0) = 0$, $N_3(0) = 0$, $N_4(0) = 0$ y $N_5(0) = 0$.

En el caso que todos los parámetros estadísticos sean constantes en un cierto intervalo de tiempo, al inicio del cual las variables toman valores N_{i0}, con i=1 al 5, se obtiene la solución general siguiente (ecuación 4):

$$\begin{aligned}N_1(t) &= N_{10}e^{-p_1 t}\\ N_2(t) &= N_{10}(1 - e^{-p_1 t})\\ N_3(t) &= N_{30}e^{-p_2 t} + \frac{p_1 N_{10}}{p_2 - p_1}(e^{-p_1 t} - e^{-p_2 t})\\ N_4(t) &= a_4(N_{40} + N_{30}(1 - e^{-p_2 t}) +\\ & N_{10}(1 - \frac{p_2 e^{-p_1 t} - p_1 e^{-p_2 t}}{p_2 - p_1}))\\ N_5(t) &= \frac{a_5}{a_4} N_4(t)\end{aligned} \tag{4}$$

Teniendo en cuenta el aumento acelerado de la tasa de contagios al inicio del proceso, se plantea el uso de dos intervalos de tiempo. Un primer intervalo abarca los primeros 75 días del proceso. De manera que para los parámetros p_1 y p_2 tenemos la siguiente dependencia en el tiempo:

$$\begin{aligned}p_1(t) &= \frac{1.25 \times 10^{-10}}{d} t^{3.41}, (0 < t < 75d)\\ p_1(t) &= \frac{0.00031}{d}, (t > 75d)\\ p_2(t) &= \frac{0.037}{d}\end{aligned} \tag{5}$$

Donde el símbolo d representa la unidad de tiempo utilizada que es el día.

La ecuación 3b define la tasa de contagios como el producto de la población sana N_1 por la probabilidad representada por p_1.

Esta probabilidad p_1 es proporcional al producto de la población sana N_1 por la población contagiada por una probabilidad de contagio. Se puede deducir de la información estadistica que se publica todos los días. De la gráfica de los primeros meses (Figura 1), en que la población sana N_1 es casi una constante, se deduce que la probabilidad por día viene dada por:

$$p_1 = 1.25 \times 10^{-10} t^{3.41} \quad (6)$$

Esta cantidad p_1 es proporcional a la tasa de nuevos contagiados. La expresión 6 es utilizada hasta el día 75, periodo de mayor cambio.

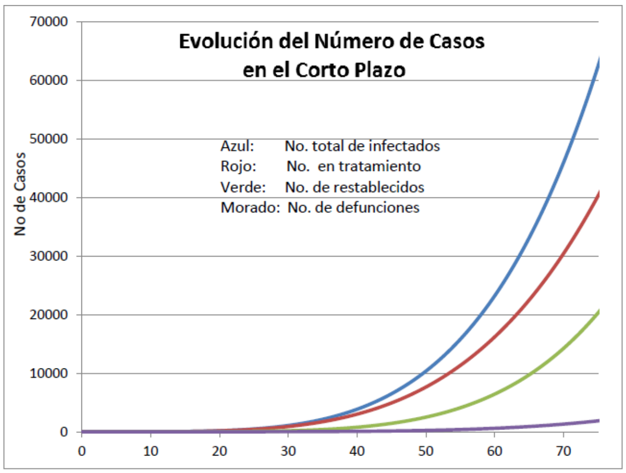

Figura 1: Evolución del número de casos durante el intervalo inicial de 75 días. El eje horizontal es el tiempo en días.

Resultados

Teniendo en cuenta la dependencia en tiempo del parámetro p_1, para obtener la solución del sistema de ecuaciones acopladas (3) para el primer intervalo hay que recurrir a métodos numéricos. Para este cálculo se considera que la población inicial de Lima Metropolitana es $N_{10} = 12$ millones de habitantes sanos. Se considera que el proceso de contagio se inicia el primer día de marzo del presente año.

La Figura 1 muestra los resultados para un periodo inicial de 75 días. La Figura 2 muestra los resultados para un periodo inicial de 2000 días. Un resultado muy propio de este modelo, según el valor de p_2, es que requiere que el tiempo promedio entre el día del contagio y la fecha de dada de alta es alrededor de 27 días. La tasa de defunción utilizada es de 8 %.

Discusión y Conclusiones

Los resultados obtenidos se ajustan bastante bien a los datos estadísticos publicados hasta la fecha, excepto en los primeros días en que las estadísticas publicadas probablemente no hayan sido muy precisas por la novedad del proceso. Este modelo considera que el proceso de contagio se inició el primer día de marzo.

Un resultado muy útil es el hecho que el modelo pronostica, de acuerdo a la ecuación 3c haciendo que $dN_3/dt = 0$, que equivale a la condición de equilibrio secular del proceso, que el número máximo de pacientes en tratamiento llegaría a alrededor de 115 mil como máximo a los seis meses del proceso, una fracción de los cuales requerirá hospitalización.

Este modelo no toma en cuenta los detalles del mecanismo de contagio pero puede ser útil para pronosticar ciertas características de su evolución. Este modelo es un modelo aproximado que toma en cuenta efectos nolineales durante los primeros 75 días en donde se observa un proceso acelerado. Para el periodo posterior, se usa un modelo lineal por las tendencias estadísticas, que pueden ser resultado de las medidas de aislamiento social decretadas por el gobierno. El proceso de contagio requiere una descripción no lineal, que conllevaría a describir una especie de explosión del número de contagiados, que hasta cierto punto se observa en la variación del parámetro p_1 en el tiempo durante los primeros días.

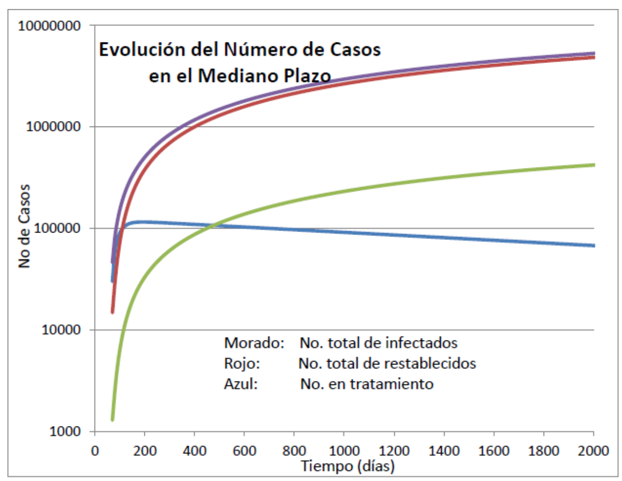

Figura 2: Evolución del número de casos durante el intervalo inicial de 2000 días.

De mantener este modelo su validez a mediano plazo, podemos concluir que será necesario el uso de un tratamiento médico adecuado y un programa masivo de vacunas para aliviar el sufrimiento que está causando este mal.

Referencias

[Min20] Comunicados diarios del Ministerio de Salud, disponible en: https://www.gob.pe/minsa

[Sok58] Sokolnikoff, I. y Redheffer, R. (1958). Mathematics of Physics and Engineering. Mc Graw Hill Book Co.