


## Distribución de perfiles en relación con el ancho solitónico para nanocapa de grafeno en régimen de alta potencia

 D. André Orna T. <sup>\*1</sup>, Rubén Bruna M. <sup>2</sup> y Jesús Flores S. <sup>3</sup>

<sup>1,3</sup> *Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú*

<sup>2</sup> *Universidad Nacional Federico Villarreal, Lima, Perú*

Recibido 15 Jul 2021 – Aceptado 29 Ago 2021 – Publicado 03 Set 2021

### Resumen

El presente es un estudio acerca de la propagación de solitones brillantes como solución de la ecuación de Schrödinger No Lineal en un régimen de alta potencia en una lámina de grafeno, donde la variación de la fracción de energía fluyente dentro de la lámina provoca la variación en los picos solitónicos propagantes (se trabajó para fracciones de energía de 0.6, 0.8 y 1.0), los cuales al ser comparados en unidad relativa, permiten confirmar que estos últimos solo dependen de la longitud del solitón. Las densidades solitónicas resultantes son notablemente separadas para las fracciones elegidas en longitudes sublongitudinales respecto al pulso de entrada, finalmente se propone la relación que muestra la magnitud entre los solitones  $i$  y  $j$  cercanos o próximos a  $2 \mu\text{m}$  y una aplicación para caracterizar el ancho de películas con susceptibilidad no lineal, aplicable a juntas de grafeno con un material superconductor.

**Palabras clave:** Solitón brillante, grafeno, ancho de solitón, susceptibilidad no lineal, superconductividad.

### Distribution of profiles in relation to solitonic width for graphene nanolayer in high power regime

#### Abstract

This is a study about the propagation of bright solitons as a solution of the Nonlinear Schrödinger equation in a high power regime in a graphene sheet, where the variation of the fraction of flowing energy within the sheet causes the variation in the propagating solitonic peaks (we worked for energy fractions of 0.6, 0.8 and 1.0), which when compared in relative unit, allow us to confirm that the latter only depend on the length of the soliton. The resulting solitonic densities are remarkably separate for the chosen fractions in sublongitudinal lengths with respect to the input pulse, finally the relationship showing the magnitude between the solitons  $i$  and  $j$  next or close to  $2 \mu\text{m}$  is proposed and an application to characterize the width of films with non-linear susceptibility, applicable to junctions of graphene with a superconducting material.

**Keywords:** Bright soliton, graphene, soliton width, nonlinear susceptibility, superconductivity.

### Introducción

El solitón es un tipo de onda solitaria que se puede propagar en un medio de susceptibilidad no lineal muy pequeño, por lo que requiere de pulsos láser de gran intensidad como haz incidente, evitando dispersarse y preservando su identidad durante la propagación como ya se ha estudiado en el pasado [1], [2], [3]. Fue descrito por pri-

mera vez por J. S. Russell [4] en 1834 en una observación sobre un canal de agua como una onda larga que se desplazaba sin perder amplitud significativa. Como ejemplo de un solitón que no necesita de un medio material para propagarse o interactuar está el solitón gravitacional, más conocido como onda gravitacional [5]. Matemáticamente un solitón es una solución a una ecuación de onda

\* diego.orna@unmsm.edu.pe

© Los autores. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (CC BY 4.0) que permite el uso, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada de su fuente original.



con un término no lineal, como puede ser el solitón solución de la ecuación de Korteweg-deVries (KdV) [6]. Los solitones también están presentes en la teoría del monopolo magnético del Yang Mills, que a diferencia del monopolo de Dirac son obtenidas sin introducción de carga magnética, estas soluciones son estables y deberían ser observadas en la naturaleza como objetos materiales [7]. Imponiendo condiciones de interés, como un potencial nulo en la ecuación completa de Gross-Pitaevskii [8] con una función de prueba obtenemos la forma de la Ecuación de Schrodinger No Lineal (NLS) [9], de la cual se pueden obtener soluciones en un medio tipo Kerr de tipo solitón brillante, este se puede describir como una propagación elevada sobre el fondo de densidad uniforme, análogamente se define el solitón oscuro como una propagación en depresión sobre el fondo de densidad uniforme, como un ejemplo de este último se estudian compuertas lógicas en energías inferiores de la banda de conducción, donde la absorción es pequeña [10]. Es de especial interés realizar un estudio al solitón brillante, porque permite modelar la propagación de ondas electromagnéticas en láminas de grafeno, material que posee una susceptibilidad no lineal de tercer orden tan pequeña que permite modelar la propagación de solitones brillantes, lo cual es aplicable a las juntas de grafeno no dopado con un material superconductor [11], dichas juntas inducen superconductividad por efecto de proximidad explicada por las reflexiones de Andreev, aplicables para superconductores de alta temperatura [12], [13].

## Fundamentos

Se trabajó la ecuación completa de GrossPitaevskii (EGP) dependiente del tiempo, a la cual se hizo una separación de variables, permitiendo obtener entre sus primeras soluciones analíticas al solitón brillante, que se describe equivalentemente como solución de la Ecuación cúbica de Schrödinger No Lineal, la solución de tipo solitón brillante representa una concentración autoenfocante en un espacio de densidad cero, es decir, es una onda que no se deforma al propagarse en un medio no lineal. En [14] se estudia la propagación computacional de solitones en grafeno, desarrollando un análisis sobre la propagación de solitones en películas de grafeno sobre óxido de silicio y oro en un régimen de alta potencia ( $I > 10^9 \frac{W}{cm^2}$ ), en este trabajo se plantea como aporte interpolar a detalle el comportamiento de los perfiles solitónicos obtenidos en [14]. Tomando diferentes valores de la fracción de energía electromagnética que fluye dentro de la lámina de grafeno y evaluar los efectos. Este estudio serviría como camino para evaluar el espesor de láminas de grafeno también aplicable a sistemas bidimensionales como borofeno, pero de valores desconocidos de susceptibilidad no lineal. El aplicar un cuprato superconductor sobre una monocapa de grafeno [11] cobra el interés teórico al estu-

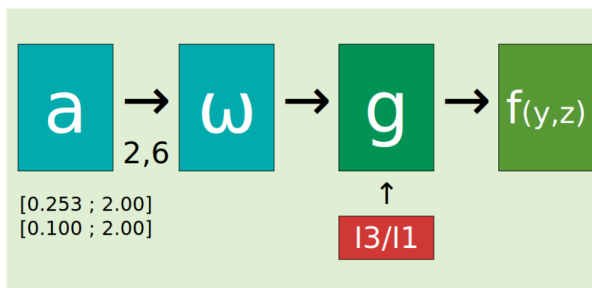
diar la superconductividad del sistema mediante la teoría de Reflexiones de Andreev [13].

## Metodología

En la Figura 1 describimos el algoritmo que se sigue para la obtención de los ploteos de las funciones solitónicas desarrollado en Python. Nos basamos en los resultados obtenidos por Nesterov [14] quien toma los anchos de solitón de 0.253 a 2  $\mu\text{m}$ . Aplicamos las funciones de densidad solitónica dentro de los límites escalables para valores de ancho  $a$  entre 0,1 y 2  $\mu\text{m}$  con un salto de 0,01  $\mu\text{m}$ , obteniendo un arreglo base de 190 elementos, luego con el factor de proporcionalidad 2.64 obtenemos las medidas del haz lateral  $\omega$ , a continuación se computa cada valor de acoplamiento  $g$  para cada parte de la fracción de energía dada por  $I_3/I_1 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dx |A(x)|^4}{\int_{-\infty}^{+\infty} dx |A(x)|^2}$ , donde  $A(x)$  es componente del potencial vector  $A(r)$ . Con estos pasos se pueden componer funciones  $f(y, z)$  de forma  $f(y, z) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{g\omega}} \text{sech}(y/z) e^{iz/2\beta\omega^2}$  de perfil secante hiperbólico, siendo de nuestro interés para el ploteo  $|f(y, z)|^2$  que describe el perfil densidad del solitón propagante en el grafeno

$$\rho = |f(y, z)|^2 = \frac{2}{g\omega^2} \text{sech}^2(y/z) \quad (1)$$

siendo  $|f_i(y, z)|^2$  con  $\rho_i = |f_i(y, z)|^2$  correspondiente al  $i$ -solitón, finalmente normalizamos cada densidad para obtener el perfil de secante hiperbólico cuadrado, el cual superponemos para analizar.



**Figura 1:** Algoritmo planteado para el ploteo de las funciones de densidad solitónica.

## Resultados y Discusión

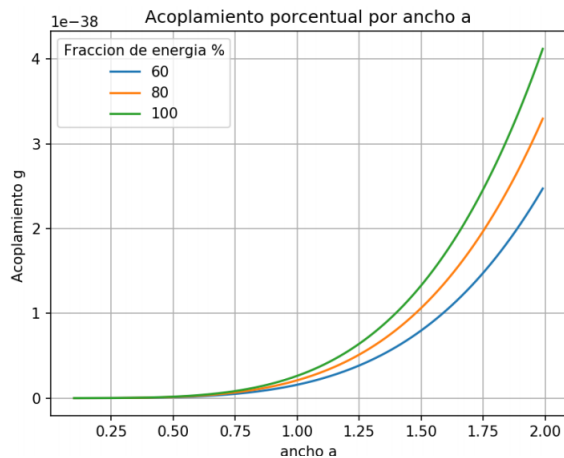
### Acoplamiento

En la Figura 3 mostramos la forma de la dependencia entre el ancho de solitón propagante para un régimen de alta potencia y el acoplamiento  $g$  en función del ancho  $a$  para tres valores elegidos del porcentaje de energía fluyente dentro de la lámina de grafeno, los porcentajes usados para obtener los resultados fueron de 60, 80 y

100 por ciento, esto con fines de ilustrar una respuesta. La relación entre  $\omega$  y  $a$  está dada por

$$\omega = 2.64a \quad (2)$$

Se utilizó la expresión  $g = \frac{3}{4} \frac{\omega^4 \chi_{gr}^{(3)} I_3}{c^2 V^2 I_1}$  para relacionar el acoplamiento con la susceptibilidad no lineal de tercer orden del grafeno de  $2.095 \times 10^{-15} \frac{m^2}{V^2}$ . Es de mayor resalte la dependencia del acoplamiento  $g$  a la cuarta potencia del ancho  $a$ , resultado que será de interés a continuación.

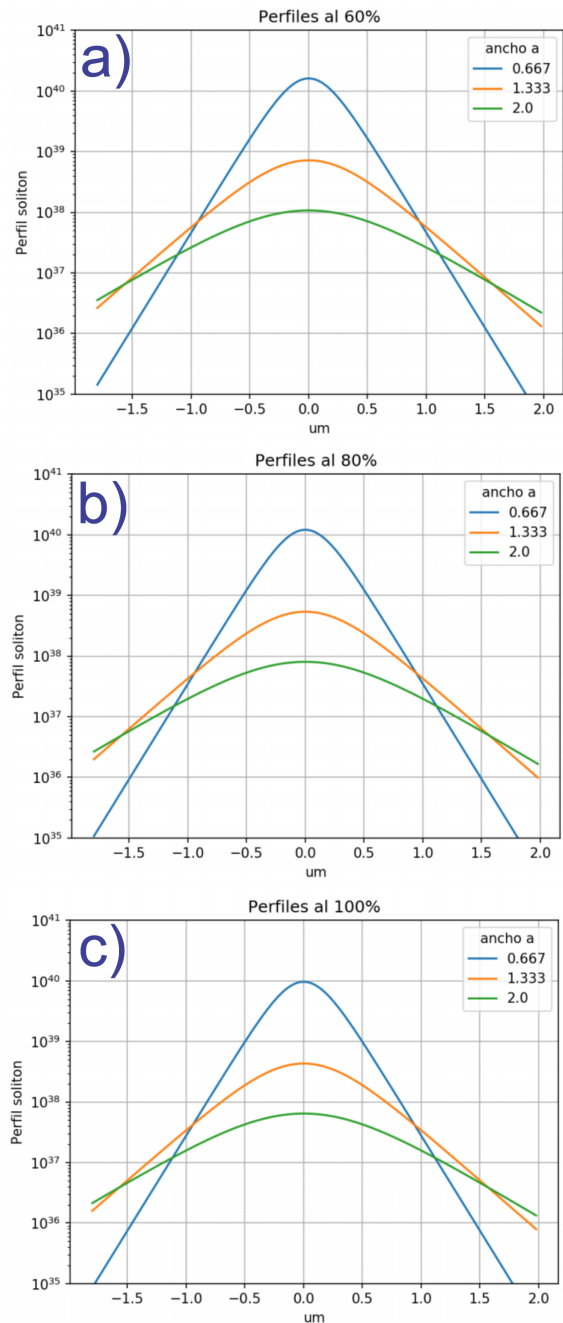


**Figura 2:** Ploteo del acoplamiento versus ancho de solitón para 3 valores de fracción de energía fluyente dentro del grafeno de 0.6, 0.8 y 1.0.

### Perfiles de solitón

Para obtener los picos de densidad solitónica de la Figura 3 se usaron los resultados de la Figura 2. Dividiendo el tramo de  $2 \mu m$  en 3 partes semejantes obtenemos anchos de solitón de 0.667, 1.33 y  $2.0 \mu m$ . Para una mejor visualización del comportamiento entre sí se ploteó en escala logarítmica, permitiendo una mejor valoración visual.

Al estar representados los resultados de perfil de solitón en un mismo rango hace fácil la comparación gráfica entre solitones del mismo ancho con diferente fracción de energía. Existe un patrón constante en los 3 gráficos de la figura 3, los solitones azules están por encima de los de color naranja, y por debajo de ambos el solitón verde. Sin embargo, los de 3 a) poseen mayor amplitud, los de 3 b) una amplitud intermedia y los de 3 c) una amplitud inferior a ambas. Los acoplamientos se pueden predecir y las fracciones de energía pueden ayudar a predecir las intensidades del campo eléctrico  $E$  necesario para generar solitones específicos en régimen longitudinal o sublongitudinal respecto al haz pulsado de entrada, el cual fue de 850 nm por [14], este límite se encuentra entre 0.667 y  $1.33 \mu m$ .



**Figura 3:** Perfiles de densidad solitónica a escala logarítmica para fracciones de energía a) 0.6, b) 0.8 y c) 1.0 para anchos de solitón 0.6, 1.3 y  $2.0 \mu m$ .

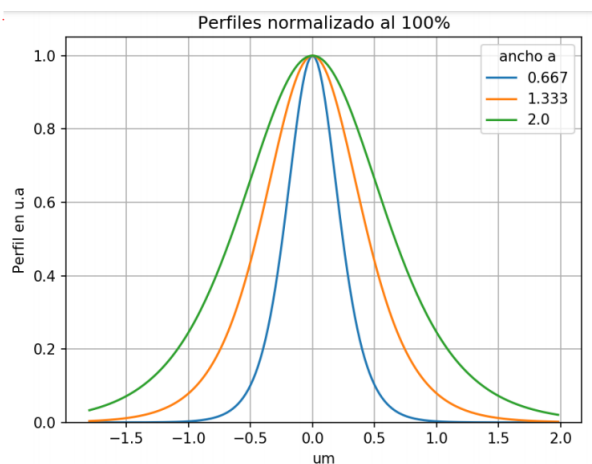
### Perfiles de solitón normalizados

Los perfiles solitónicos normalizados de la figura 4 se obtuvieron al realizar el cociente entre los perfiles de den-

sidad solitónica por cada  $\frac{2}{g\omega^2}$  propio a cada longitud de solitón y porcentaje de energía respectivos

$$\frac{|f(y, z)|^2 g\omega^2}{2} = \text{sech}^2(y/z) \quad (3)$$

obteniendo gráficas similares para 60, 80 y 100 por ciento de fracción de energía. Estos perfiles no dependen del ancho del solitón ni de la contribución de energía en la lámina, ya que dependen del argumento de la función hiperbólica (3), por lo tanto al analizarlas para los 3 valores de fracción de energía propuestos, obtenemos como resultado los mismos gráficos.



**Figura 4:** Perfiles de densidad solitónica normalizados a fracciones de energía 0.6, 0.8 y 1.0 para anchos de solitón 0.6, 1.3 y 2.0  $\mu\text{m}$ .

## Conclusiones

La dependencia a la cuarta potencia del ancho del solitón  $a^4$  ayuda a pronosticar matemáticamente el com-

portamiento de los perfiles solitónicos. Los perfiles solitónicos resultantes se resumen en la Figura 4 en relación con sus picos máximos distribuidos por el ancho de solitón.

Los perfiles solitónicos en grafeno adquieren mayor amplitud a medida que la fracción de energía fluyente dentro de la lámina disminuye debido al ensanchamiento de la onda en  $I_3$ , los cuales al ser comparados en unidad relativa, muestra que estos últimos solo dependen de la longitud del solitón. La tabla 1 presenta los resultados de la figura 3 para su valoración numérica, se aprecia el aporte de la fracción de energía en cada caso.

Ancho ( $\mu\text{m}$ )	60 %	80 %	100 %
0.66	$1.61 \times 10^{40}$	$1.21 \times 10^{40}$	$1.08 \times 10^{38}$
1.30	$7.21 \times 10^{38}$	$5.40 \times 10^{38}$	$8.12 \times 10^{37}$
2.00	$1.08 \times 10^{38}$	$8.00 \times 10^{37}$	$6.45 \times 10^{37}$

**Tabla 1:** Diferentes valores de amplitud para solitones propagados a diferentes ancho y diferentes valores de energía fluyente, extraídos de los resultados de la figura 3.

Finalmente, se propone que, si queremos explorar una evolución de un solitón  $i$  a un solitón  $j$  podemos empezar por relacionar su cociente  $\frac{|f_i(y, z)|^2}{|f_j(y, z)|^2}$ , donde si los saltos son pequeños entre sí o próximos mayores a  $2\mu\text{m}$ , estos se relacionan por  $\frac{\rho_i}{\rho_j} = \left(\frac{a_j}{a_i}\right)^6 \frac{I_{3/1}^j}{I_{3/1}^i}$ .

Una aplicación del presente trabajo sería usar medidas de la propagación solitónica experimental en láminas de grafeno en régimen de alta potencia a una longitud de onda constante y encontrar para cada medida independiente el valor del grosor  $d_{gr}$  de  $I_{3/1}$  de la lámina aprovechando la separación a escala logarítmica vista con anterioridad a fin de poder caracterizar el espesor del material con susceptibilidad no lineal con uso a juntas con un material superconductor.

## Referencias

- [1] D. Y. Tang, L. M. Zhao, B. Zhao, and A. Q. Liu. Mechanism of multisoliton formation and soliton energy quantization in passively mode-locked fiber lasers Phys. Rev. A. **72**(4), 043816 (2005).
- [2] P. Grelu and J. M. Soto-Crespo. Temporal soliton molecules in mode-locked lasers: collisions, pulsations and vibrations in Dissipative solitons: from optics to biology and medicine. Eds. Springer-Verlag (2008).
- [3] P. Grelu and J. M. Soto-Crespo, Multisoliton states and pulse fragmentation in a passively mode-locked fibre laser. J. Opt. Soc. Am. B. **6**(5), S271-S278 (2004).
- [4] J. Scott Russell, Report on waves, Fourteenth meeting of the British Association for the Advancement of Science, London (1844).
- [5] V. Belinski, E. Verdaguer. Gravitational Solitons. Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge (2001).
- [6] A. Polyanin. *Third-Order Partial Differential Equations: Korteweg-de Vries Equation*. [eqworld.ipmnet.ru/en/solutions/npde/npde5101.pdf](http://eqworld.ipmnet.ru/en/solutions/npde/npde5101.pdf). Revisado el 30 de agosto 2020.

- [7] H.A. Benitez, M. Culqui. Soluciones solitónicas e instantónicas en teorías de Yang-Mills, *Revista de Investigación de Física*, **14(1)**, (2011).
- [8] C. L. Castro, A. P. Riascos. Soliton solutions of the Gross-Pitaevskii equation with an asymmetric potential, *R. Ciencias*, **5(1)**, (2014).
- [9] Pitaevskii, L. Stringari, *Bose-Einstein Condensation*, Oxford, U.K Clarendon (2003) Elsevier Science B. V., Amsterdam (1999).
- [10] G. A. Swartzlander. Dark soliton prototype devices: analysis by using direct scattering theory., *Optics Letter*, **17(7)**. Abril (1992).
- [11] D. Manjarrés, S. Gómez. Graphene and electric transport properties in graphene-superconductor interfaces. *Revista de Física Una*. Vol **42**, (2011).
- [12] G. Deutscher. Andreev-Saint-James reflections: A probe of cuprate superconductors. *Rev. Mod. Phys.* **77(109)**, (2015).
- [13] B. Chesca, M. Seifried, T. Dahm. Observation of Andreev bound states in bicrystal grain-boundary Josephson junctions of the electron-doped superconductor. *Phys. Rev. B*. **71**, 104504. (2005).
- [14] L. Nesterov, J. Bravo Abad. Graphene supports the propagation of subwavelength optical solitons. *Laser and Optics*, 1-5. (2012).