

Velocidad en la altura máxima de inundación por tsunami en el marco lagrangiano

Juan Avalos *¹

¹ *Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú*

Recibido 15 Mar 2023 – Aceptado 05 Ago 2023 – Publicado 07 Ago 2023

Resumen

En un Tsunami, la velocidad de flujo suele confundirse con la velocidad de propagación. La primera corresponde a las partículas de agua y la segunda corresponde a las ondas en la superficie (Figura 1). La confusión puede ser debido al enfoque utilizado, el marco euleriano, el cual resalta las características de onda del Tsunami. Por otro lado, el marco lagrangiano facilita identificar la velocidad de flujo, al resaltar las características de partícula. El presente trabajo utiliza la solución analítica, derivada del marco lagrangiano, de la altura del agua en función del tiempo, para determinadas partículas de agua en el proceso de inundación por Tsunami, para calcular la velocidad de flujo. La solución considera que las partículas son desplazadas debido a la propagación de una onda larga y se simplifica tomando el caso unidimensional. Utilizando esta solución se pueden calcular la velocidad horizontal y vertical analíticas, las cuales son componentes de la velocidad de flujo. Las soluciones analíticas lagrangianas se evalúan en: una sola onda con parámetros tomados del Tsunami de Callao de 1746; un grupo de partículas determinadas; una línea de estudio horizontal representativa de Costa Verde, en la costa cercana a la comisaría de San Miguel, Lima, Perú (Figura 2). Mediante la gráfica de las soluciones, para la posición y velocidad en función del tiempo, se obtiene la velocidad de flujo máxima horizontal de 8 m/s, y se logra describir la dinámica de las partículas de agua.

Palabras clave: Tsunami, altura máxima de inundación, marco lagrangiano, no lineal, velocidad de flujo.

Velocity at the maximum height of tsunami inundation in the Lagrangian frame

Abstract

The tsunami flux velocity is usually mistaken for the propagation velocity. The former corresponds to water particles and the latter to surface waves (Figure 1). The misunderstanding may be due to the approach, the Eulerian frame highlights the tsunami wave behaviour. On the other hand, the lagrangian frame makes easier to identify the flux velocity by highlighting the tsunami particle behaviour. This study considers the analytical solution, derived from the lagrangian frame, of the water level as a function of time, for identified water particles during the tsunami inundation process, to calculate the flux velocity. The solution function takes into account that water particles are displaced by one large wave propagation and it is simplified to one dimension. From this solution the horizontal and vertical analytical velocities can be calculated, which are the flux velocity components. The lagrangian analytical solutions are calculated for: a single wave whose parameters are taken from the Callao Tsunami of 1746; a set of identified particles along a horizontal axis that is representative of Costa Verde, at the coast close to the San Miguel police station, Lima. Peru (Figure 2). Via the lagrangian solution plots, for the location and velocity as a function of time, the maximum horizontal flux velocity is found to be 8 m/s, and the water particle dynamics is described.

Keywords: Tsunami, runup, lagrangian approach, nonlinear, flux velocity.

*juan.avalos@unmsm.edu.pe

© Los autores. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (CC BY 4.0) que permite el uso, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada de su fuente original.



1. Introducción

Jiménez (2015) [1] ha descrito los efectos negativos de un tsunami en Perú tomando como escenario el Tsunami de Callao de 1746. Un tsunami puede ser generado por fenómenos naturales como por ejemplo sismos o volcanes (Levin y Nosov, 2009) [2]. Luego tiene lugar la propagación de ondas de tsunami, la cual se describe satisfactoriamente con el modelo físico de *aguas someras* (Holton, 2004) [3]. El siguiente proceso es la inundación, durante la cual un tsunami causa daños en costa, al alcanzarse la altura máxima de inundación. A continuación se menciona la literatura referente al nivel del agua y velocidad de flujo en el proceso de inundación máxima, luego los beneficios del enfoque lagrangiano, en el cual está enfocado este trabajo.

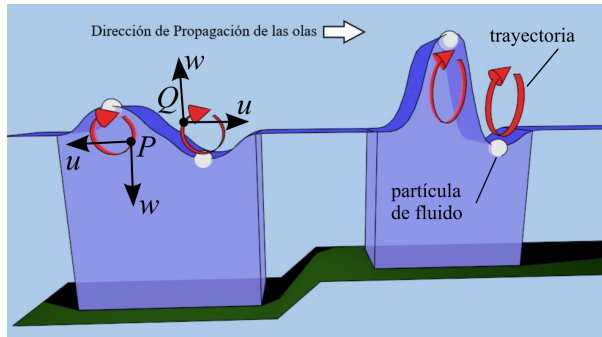


Figura 1: Esquema de una ola con velocidad de propagación hacia la derecha. Se observa la trayectoria de algunas partículas de fluido y las componentes de la velocidad de flujo en los puntos P y Q (Modificado de Avalos (2019) [4]).

Las ondas de tsunami se propagan hasta llegar la zona costera, donde tiene lugar el proceso de inundación en el cual se presenta la propagación no lineal de ondas. En la inundación, utilizando el enfoque euleriano para una pendiente de costa en forma lineal y ondas sinusoidales: Madsen y Fuhrman (2007) [5] dieron una relación algebraica simple para el nivel de la superficie del agua y la velocidad horizontal de flujo; Didenkulova et al. (2008) [6], solo para la línea de costa en función de la batimetría, dieron una expresión para la altura máxima de inundación y su probabilidad de ocurrencia. Ambos artículos concluyeron que en costa se tienen los mayores valores del nivel de la superficie del agua y de la velocidad horizontal de flujo.

En el caso del arribo de ondas sinusoidales asimétricas en la inundación, es decir ondas con pendientes anterior y posterior diferentes, Didenkulova et al. (2007) [7] mostraron que las ondas de mayor pendiente posterior son las que alcanzan una mayor altura máxima de inundación.

En cuanto a la medición de la velocidad de flujo, Fritz et al. (2006) [8] utilizaron un método para medir la velocidad indirectamente, mediante imágenes de cámaras

de video y comentaron las dificultades en la medición. Por lo cual se considera el estudio mediante el modelado numérico. Foytong et al. (2013) [9] modelaron la rapidez de flujo en la inundación en el Tsunami de Tohoku del 2011, validando los resultados con imágenes de video y mostrando únicamente la rapidez de flujo máxima, no presentaron datos de la velocidad en determinados pasos de tiempo.

Song et al. (2017) [10] mostraron que el vector velocidad de flujo en el proceso de inundación es relevante en la interacción del agua con estructuras costeras. Por lo cual los datos de velocidad de flujo contribuyen al estudio del daño estructural costero.

El transporte de sedimento debido a la inundación por tsunami, depende de la velocidad de flujo. Yoshii et al. (2018) [11], realizaron un estudio experimental de transporte de sedimento, considerando que la velocidad de flujo tiene aceleración constante y una velocidad inicial igual a la velocidad de inundación de la línea de costa. Esta consideración es una aproximación, pues la velocidad de flujo tiene un comportamiento no lineal.

La velocidad también es determinante en la licuefacción de suelos debido a una inundación por tsunami. Ya que es difícil reproducir un tsunami en laboratorio, Extón et al. (2019) [12] construyeron un centrifugador, donde representaron la inundación por tsunami a menor escala, monitoreando la dinámica de la velocidad de flujo y la presión, sobre el suelo, en el proceso de licuefacción.

Los artículos citados utilizan el enfoque euleriano ya sea en el método analítico o numérico. El desarrollo de la tecnología ha permitido crear sensores lagrangianos (como los globos meteorológicos) por lo cual se ha reconsiderado el enfoque lagrangiano, relegado debido a su complejidad comparado con el enfoque euleriano. La complejidad del enfoque lagrangiano se debe a la información cinemática que contiene (Bennett (2006) [13]).

Considerando los beneficios del enfoque lagrangiano, el presente trabajo utiliza este enfoque partiendo de las expresiones analíticas desarrolladas por Fujima (2007) [14]. Se eligió una línea de estudio horizontal en la zona de costa cercana a la comisaría de San Miguel, Lima, Perú (Figura 2). Las soluciones lagrangianas se evalúan en una sola onda cuyos parámetros corresponden al Tsunami de Callao de 1746 [1]. Luego se describe la dinámica de las partículas de agua, mediante posición y velocidad en función del tiempo, durante el proceso de altura máxima de inundación.

2. Metodología

2.1. Enfoque Lagrangiano

El enfoque lagrangiano se basa en elegir como variable independiente a “una partícula identificada”. Se identifica a la partícula mediante su posición en un tiempo

inicial determinado [13]. Las coordenadas lagrangianas presentan las siguientes ventajas [14]:

- Están incluidos efectos no lineales incluso si las ecuaciones consideradas son lineales.
- Las condiciones de frontera se satisfacen automáticamente.

Las coordenadas de una partícula de fluido, identificada, x^1, x^2, x^3 en un tiempo t se expresan en función de las coordenadas de la posición, x_0^1, x_0^2, x_0^3 , en un tiempo inicial t_0 [15].

$$x^i = x^i(x_0^1, x_0^2, x_0^3, t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

(1) es la **ecuación paramétrica** de la trayectoria de **una partícula** con posición inicial x_0^i . Cambiando la notación con la finalidad de evitar confusión con el enfoque euleriano

$$X^i = X^i(a, b, c, t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

siendo $a = x_0^1, b = x_0^2, c = x_0^3$ y las **coordenadas lagrangianas** $X^i = x^i$.

La **velocidad lagrangiana** es la **velocidad de la partícula** [13]

$$U^i = \frac{\partial}{\partial t} X^i(a, b, c, t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

donde $\frac{\partial}{\partial t}$ es la derivada parcial lagrangiana en el tiempo, es decir: da la variación en t manteniendo a, b, c constantes. La **velocidad de las partículas** corresponde a la **velocidad de flujo** en la propagación de un tsunami, la cual es diferente de la velocidad de fase.

2.2. Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de la **conservación de momentum** para un fluido no viscoso e incompresible en el enfoque lagrangiano son [14]:

$$\begin{bmatrix} X_a & Y_a & Z_a \\ X_b & Y_b & Z_b \\ X_c & Y_c & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{tt} \\ Y_{tt} \\ Z_{tt} + g \end{bmatrix} + \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} P_a \\ P_b \\ P_c \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

Siendo $X^1 = X, X^2 = Y, X^3 = Z$. Por ejemplo en **una dimensión** se tiene

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} \frac{\partial X}{\partial a} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial a} = 0 \quad (5)$$

Las ecuaciones de aguas someras describen la propagación de un tsunami. En el enfoque lagrangiano las **ecuaciones de aguas someras** en una dimensión, considerando que las variaciones de orden mayor que uno de X y η son lo suficientemente pequeñas para ser ignoradas, son [14]

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + \frac{g}{s} \frac{\partial \eta}{\partial a} = 0 \quad (6)$$

$$\eta - \frac{h(a, t_0)}{s} + h(a + X, t) = 0 \quad (7)$$

$$s = 1 + \frac{\partial X}{\partial a} \quad (8)$$

donde η es la **elevación de las partículas en la superficie**, las cuales se identifican con $x_0^3 = c = 0$, es decir las partículas que inicialmente se encontraban en la superficie del agua; X es el **desplazamiento** de las partículas que estuvieron en el punto $x_0^1 = a$; s esta definido en la ecuación (8). Para el caso de una **pendiente uniforme** se tiene $h = \alpha X$, donde α es la **inclinación del fondo**.

Las soluciones para η y X que representan una **onda estacionaria**, donde σ es la **frecuencia angular** y H es la **altura de la ola**, se expresan como [14]:

$$\eta = -H J_0 \left(2\sigma \sqrt{\frac{a}{\alpha g}} \right) \cos(\sigma t) \quad (9)$$

$$X = a + \frac{H}{\sigma} \sqrt{\frac{g}{\alpha a}} J_1 \left(2\sigma \sqrt{\frac{a}{\alpha g}} \right) \cos(\sigma t) \quad (10)$$

donde J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de primer tipo. Se observa que, $\cos(\sigma t)$ representa la **variación temporal** periódica de la onda estacionaria y $-H J_0 \left(2\sigma \sqrt{\frac{a}{\alpha g}} \right)$ representa la **amplitud**.

La expresión analítica de la **velocidad en la horizontal** u se tiene derivando respecto del tiempo (10)

$$u = -H \sqrt{\frac{g}{\alpha a}} J_1 \left(2\sigma \sqrt{\frac{a}{\alpha g}} \right) \sin(\sigma t) \quad (11)$$

La expresión analítica de la **velocidad en la vertical** w se tiene derivando respecto del tiempo (9)

$$w = H \sigma J_0 \left(2\sigma \sqrt{\frac{a}{\alpha g}} \right) \sin(\sigma t) \quad (12)$$

La ecuación (11) es **similar en notación** a la expresión para $U(x, t)$ obtenida con los métodos del enfoque euleriano [5]. Escribimos la expresión para $U(x, t)$, cambiando la notación de manera que coincida con el presente artículo :

$$U = H \sqrt{\frac{g}{\alpha x}} J_1 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{\alpha g}} \right) \sin(\sigma t') \quad (13)$$

donde se observa que en lugar de a , comparando con la ecuación (11), se tiene x . Las variables a y x representan diferentes conceptos. En la ecuación (13) para U, x representa la **coordenada horizontal** donde $x = 0$ corresponde siempre a la línea de costa (respecto del nivel medio del océano); en la ecuación (11) para u, a identifica a **una partícula de fluido determinada**, donde por ejemplo $a = 0$ corresponde a una partícula, en movimiento, con las características:

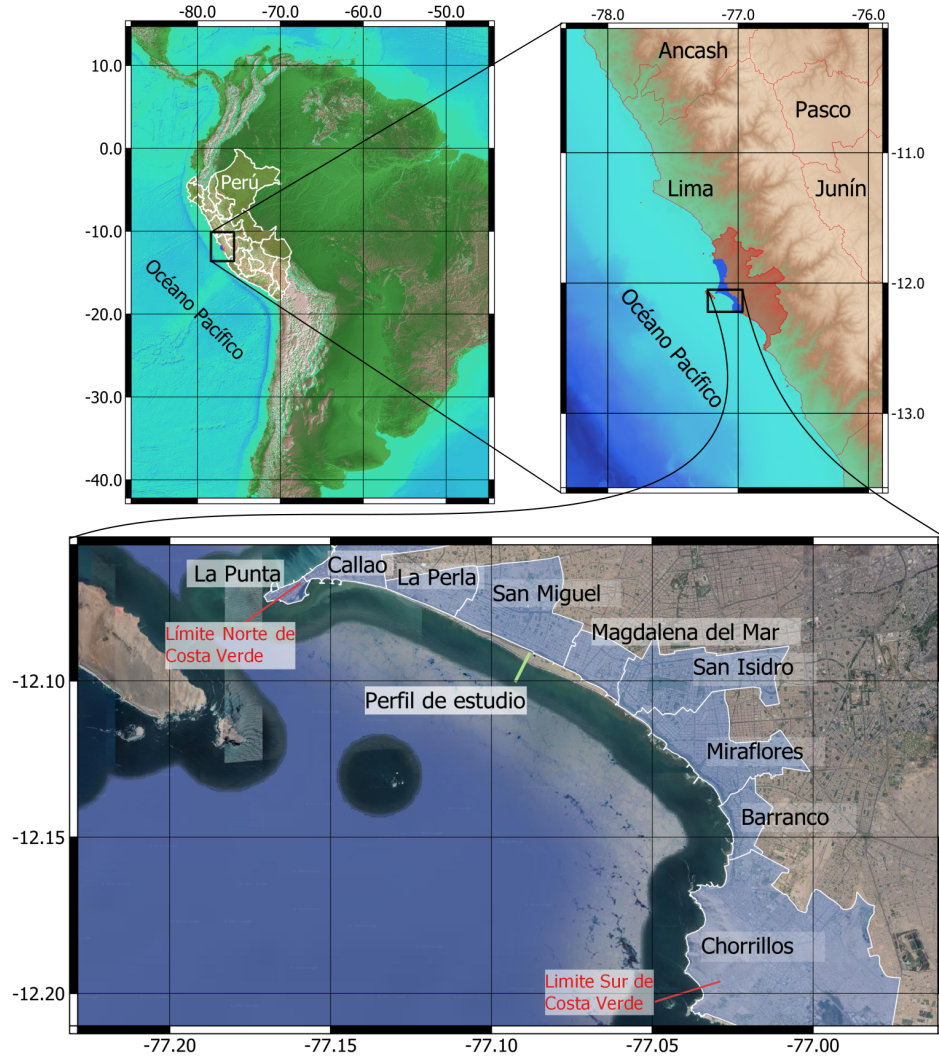


Figura 2: Localización del perfil de estudio en la costa de San Miguel (línea verde claro). Se muestran los distritos cuyas costas forman la región Costa Verde.

- Inicialmente se encontraba en el borde de la masa de agua (es decir en el frente de la onda)
- Puede continuar o no en la posición del borde de la masa de agua
- La posición inicial no necesariamente es la línea de costa

2.3. Tsunami de 1746

En el Tsunami de Lima de 1746 la altura máxima de inundación fue alrededor de 20 m ([1]) en la costa frente a la comisaría de San Miguel, dentro de Costa

Verde (Figura 2), por lo cual consideramos $H = 20$ m. La frecuencia de las ondas se obtiene del siguiente cálculo, mar adentro: profundidad $h = 4000$ m, longitud de onda $\lambda = 144\,000$ m [1], por lo cual se tiene $f = 0.00137\text{ s}^{-1}$ (equivalente aproximadamente a un periodo $T = 12$ minutos) a partir de la relación $c = \sqrt{gh} = \lambda f$. La frecuencia angular resulta

$$\sigma = 2\pi f = 0.0086\text{ s}^{-1} \quad (14)$$

La línea de perfil en San Miguel, Costa Verde (Figura 2) tiene el perfil batimetría topografía mostrado en la Figura 3, del cual se tiene el valor de α .

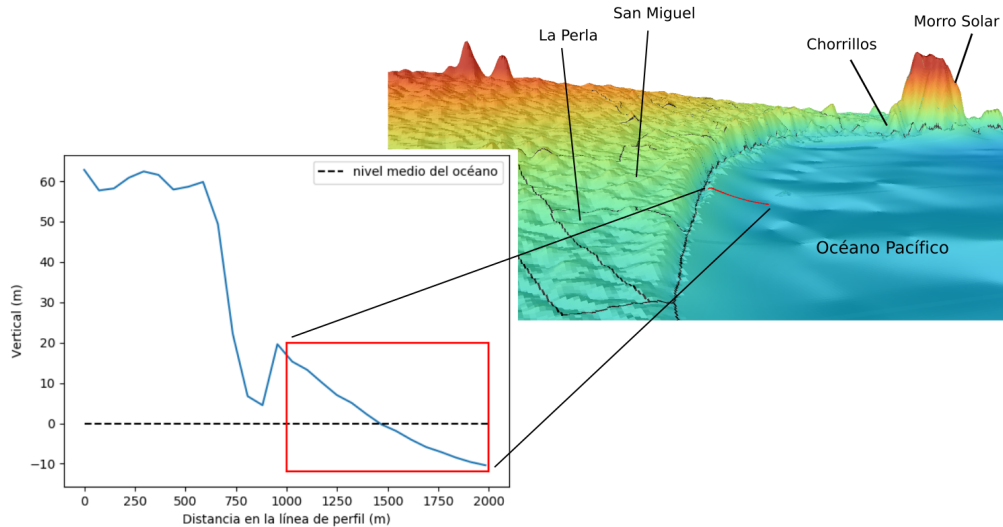


Figura 3: Se muestra la batimetría topografía correspondiente al perfil de estudio en la costa de San Miguel, Costa Verde (Figura 2). La vista 3D es en dirección de San Miguel hacia Chorrillos.

Con los valores de H, σ y α , y a , sobre el perfil de estudio se logra determinar η, X, u y w en función del tiempo, mediante las ecuaciones (9), (10), (11) y (12). El enfoque lagrangiano permite seleccionar las partículas en las cuales se desea estudiar una determinada magnitud, se eligen estas las **partículas identificadas** seleccionando valores de a .

3. Resultados y Discusión

En nuestro estudio de la dinámica de la **superficie del nivel del agua** $\eta(X, t)$, de las mismas partículas en distintos tiempos (lo cual corresponde al enfoque lagrangiano), se elige un grupo de **partículas identificadas cerca a la costa**, mediante la elección de los valores de a : $0 < a \leq 1\ 000$ m.

3.1. Superficie del agua en función de la posición

La Figura 4 corresponde a η en función de X , con las ecuaciones (9) y (10).

- En el tiempo $t = 0$ min, la superficie es menor que la profundidad, lo cual representa el retroceso de la línea de costa previo a la inundación causada por un tsunami, a 2 000 m de la costa, mar adentro.
- En $t = 2$ min, el nivel del agua ya está iniciando su ascenso en la base de la pendiente.
- En $t = 4$ min, la superficie se encuentra en el punto más alto de la pendiente. El agua ha recorrido 1 000 m de la pendiente en la dirección X en 2 min, con

lo cual se tiene una rapidez media horizontal aproximada de 8.3 m/s. Se encontrará luego este valor en la gráfica de la velocidad horizontal. Podemos comparar esta rapidez con la rapidez promedio de 4 m/s de una persona.

- En $t = 6$ min, este tiempo corresponde a la mitad del periodo de la onda de tsunami en consideración, la superficie es mayor que el nivel del suelo, lo cual indica que el agua continúa su recorrido suelo adentro hasta alcanzar la altura máxima.

Si en el nivel de la superficie $\eta(X, t)$ de la Figura 4 se considera un menor número de partículas identificadas cercanas a la costa, se tiene la Figura 5. Los valores de a considerados son: $0 < a \leq 400$ m.

3.2. Velocidad horizontal en función de la posición

La Figura 6 corresponde a la distribución de u en función de X , a partir de las ecuaciones (11) y (10). u es la componente **horizontal de la velocidad de las partículas** de fluido identificadas de la Figura 4.

- De $t = 0$ a $t = 2$ min: En $t = 0$, cuando $\eta(X, t)$ corresponde al retroceso del agua, u es 0. luego u va incrementándose en dirección a continental, lo cual está indicado por el signo negativo de $u(X)$, hasta tener un valor alrededor de 8 m/s en $t = 2$. Comparando el comportamiento de η con u se tiene que son inversamente proporcionales, en $t = 2$. Por ejemplo las partículas de agua cerca a la costa tienen menor altura pero u es mayor.

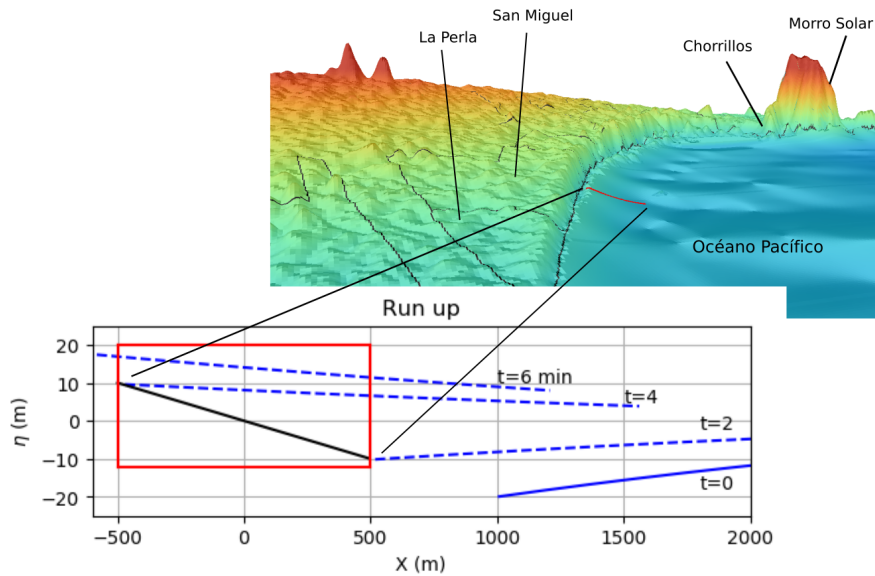


Figura 4: Cambios del nivel de la superficie a lo largo del perfil de estudio en la costa de San Miguel, Costa Verde. La vista 3D es en dirección de San Miguel hacia Chorrillos.

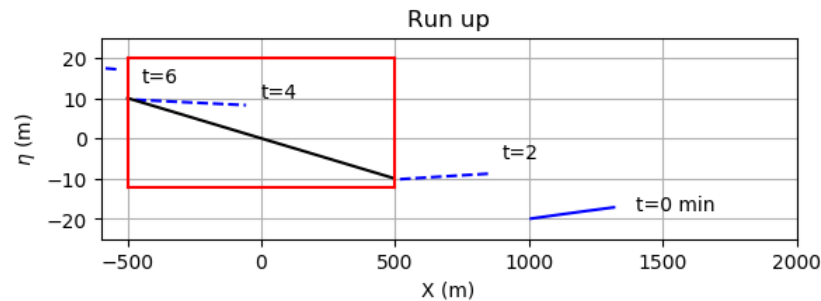


Figura 5: Cambios del nivel de la superficie a lo largo del perfil de estudio en la costa de San Miguel, Costa Verde, en un grupo de **partículas cercanas a la costa**.

- De $t = 2$ a $t = 4$ min: en este intervalo de tiempo el cambio de velocidad es menor comparado con el intervalo de $t = 0$ a $t = 2$, es decir la aceleración es menor. Comparando el comportamiento de η con u se tiene que son directamente proporcionales en $t = 4$. Por ejemplo las partículas de agua cerca a la costa tienen mayor altura y u también es mayor, en dirección continental.
- De $t = 4$ a $t = 6$ min: En $t = 6$ la velocidad de las partículas en η llega al valor cero. En este instante de tiempo (el cual corresponde a la mitad del periodo de la onda de tsunami en consideración) η corresponde a la altura de inundación máxima.

Luego continúa el comportamiento periódico de $u(X, t)$, ahora le corresponde valores positivos, es decir en dirección mar adentro.

3.3. Velocidad vertical en función de la posición

La Figura 7 corresponde a la distribución de w en función de X , a partir de las ecuaciones (12) y (10). w es la componente **vertical de la velocidad de las partículas** de fluido identificadas de la Figura 4.

- De $t = 0$ a $t = 2$ min: En $t = 0$, cuando $\eta(X, t)$ corresponde al retroceso del agua, w es 0. luego w va incrementándose en dirección hacia arriba, lo cual está indicado por el signo positivo de $w(X)$, hasta tener un valor alrededor de 0.11 m/s en $t = 2$. Comparando el comportamiento de η con w se tiene que son inversamente proporcionales, en $t = 2$. Por ejemplo las partículas de agua cerca a la costa tienen menor altura pero w es mayor.

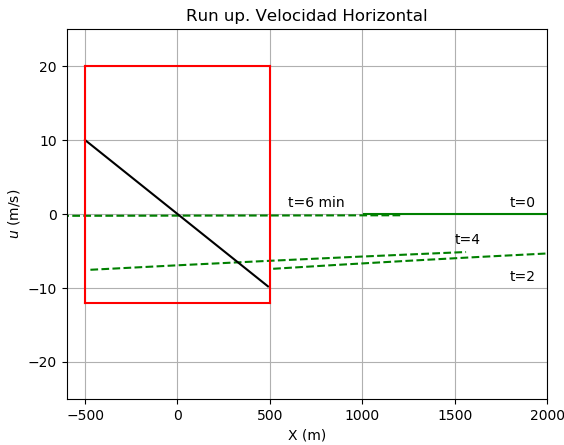


Figura 6: Velocidad horizontal u (en m/s) en función de X en el perfil de estudio en la costa de San Miguel, Costa Verde.

- De $t = 4$ a $t = 6$ min: en este intervalo de tiempo el cambio de velocidad es menor comparado con el intervalo de $t = 0$ a $t = 2$, es decir la aceleración es menor. Comparando el comportamiento de η con w se tiene que son directamente proporcionales en $t = 4$. Por ejemplo las partículas de agua cerca a la costa tienen mayor altura y w también es mayor, en dirección hacia arriba.
- De $t = 4$ a $t = 6$ min: En $t = 6$ la velocidad de las partículas en η llega al valor cero. En este instante de tiempo η corresponde a la altura de inundación máxima.

Luego continúa el comportamiento periódico de $w(X, t)$, ahora le corresponde valores negativos, es decir en dirección mar adentro.

Con los valores graficados en la Figura 7, se verifica que la escala de la variación en el tiempo de la velocidad vertical w está de acuerdo con la **aproximación de aguas someras**, en la cual se considera $\partial w / \partial t = 0$ [3]. Por ejemplo en la partícula más cercana a la costa, la velocidad es 0 m/s en $t = 0$ y 0.15 m/s en $t = 2$ min, por lo cual $\partial w / \partial t = 0.15 / 120 = 0.00125 \text{ m/s}^2 \approx 0$.

4. Conclusiones

Se obtuvo y graficó la distribución de las componentes horizontal y vertical de la velocidad de flujo (en función de una coordenada espacial horizontal) en el proceso de inundación máxima para una sola onda, que cumple la condición de ondas largas como es el caso de tsunamis, en un perfil de estudio en la San Miguel, Costa Verde

Los resultados obtenidos con las soluciones analíticas lagrangianas, son consistentes con la dinámica de la

velocidad de flujo horizontal en tsunamis, mostrada mediante mediciones a partir de datos de cámaras de video por Fritz et al. (2006) [8] y Foytong et al. (2013) [9].

En el proceso de altura máxima de inundación, el enfoque euleriano incluye efectos no lineales, mediante el término de advección en la ecuación de conservación de momentum. El análisis con el enfoque lagrangiano, considera los efectos no lineales incluso sin incluir la advección y también contiene una expresión analítica para la componente vertical de la velocidad de flujo.

Los resultados muestran la dinámica de las velocidades, de partículas identificadas, en función de la altura máxima de inundación, la pendiente del fondo y la frecuencia de las ondas, incluyendo efectos no lineales, sin considerar la viscosidad del fluido. Los valores estimados de las velocidades horizontales (u con valores entre 0 m/s y 10 m/s) verticales (w con valores entre 0 m/s y 0.20 m/s), los tiempos y el movimiento de η contribuyen a la toma de decisiones en el estudio del peligro de inundación, por ejemplo: Las rutas de evacuación horizontales y verticales, para los habitantes, pueden elaborarse considerando los 2 minutos en que el agua recorre la pendiente costera (Figura 4); en un plan de evacuación aumenta su exactitud al considerar los 8 m/s de velocidad de flujo horizontal, la cual es mayor a la velocidad promedio de una persona; en los protocolos ante tsunami de las embarcaciones fondeadas se debe considerar que la velocidad es de alrededor de 10 m/s incluso a 2 km mar adentro.

Como futuro trabajo se realizará la simulación numérica del Tsunami de 1746, con el enfoque euleriano. Se analizará la dinámica no lineal de la velocidad de flujo en regiones costeras en el proceso de altura máxima de inundación y será comparada con la dinámica de la velocidad de flujo obtenida mediante el enfoque lagrangiano sobre la línea de perfil de estudio en San Miguel, Costa Verde.

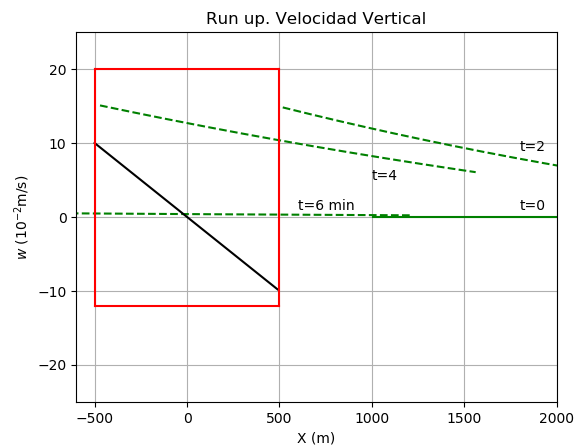


Figura 7: Velocidad vertical w (en 10^{-2} m/s) en función de X en el perfil de estudio en la costa de San Miguel, Costa Verde.

Referencias

- [1] C. Jiménez. *El maremoto notable de 1746*. Tesis de Maestría: UNMSM (2015).
- [2] B. Levin y M. Nosov *Physics of Tsunamis*. Springer, Países Bajos (2009).
- [3] J. Holton. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Elsevier, USA (2004).
- [4] J. Avalos. *El efecto Coriolis en la propagación del maremoto de Chile del 2010*. Tesis de Licenciatura: UNMSM (2019).
- [5] A. Madsen y R. Fuhrman *Analytical and numerical models for tsunami run-up*. En A. Kundu *Tsunami and Nonlinear Waves*. Springer, Alemania, 208-236 (2007).
- [6] I. Didenkulova, E. Pelinovsky y A. Sergeeva *Runup of long irregular waves on plane beach*. En E. Pelinovsky *Extreme Ocean Waves*. Springer, Países Bajos, 83-94 (2008).
- [7] I. Didenkulova, E. Pelinovsky y T. Zahibo *Runup of nonlinear asymmetric waves on a plane beach*. En A. Kundu *Tsunami and Nonlinear Waves*. Springer, Alemania, 175-190 (2007).
- [8] H. Fritz, J. Borrero, C. Synolakis y J. Yoo. Indian ocean tsunami flow velocity measurements from survivor videos. *Geophysical Research letters*. Vol. 33, L24605 (2006).
- [9] P. Foytong, A. Ruangrassame, G. Shoji, Y. Hiraki y Y. Ezura. Analysis of tsunami flow velocities during the march 2011 Tohoku, Japan, Tsunami. *Earthquake Spectra*. Vol. 29, No. S1, S161-S181 (2013).
- [10] J. Song, R. De Risi y K. Goda. Influence of flow velocity on tsunami loss estimation. *Geoscience*. 7, 114 (2017).
- [11] T. Yoshii, S. Tanaka y M. Matsuyama. Tsunami inundation, sediment transport, and deposition process of tsunami deposits on coastal lowland inferred from the tsunami sand transport laboratory experiment. *Marine Geology*. 400, 107-118 (2018).
- [12] M. Exton, S. Harry, B. Kutter, H. Masib y H. Yeh. Simulating tsunami inundation and soil response in a large centrifuge. *Scientific Reports*. Nature. 9:11138 (2019).
- [13] A. Bennett. *Lagrangian Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, Reino Unido (2006).
- [14] K. Fujima. *Tsunami Runup in Lagrangian Description*. En A. Kundu *Tsunami and Nonlinear Waves*. Springer, Alemania, 191-207 (2007).
- [15] W. Zdunkowski y A. Bott. *Dynamics of the Atmosphere: A Course in Theoretical Meteorology*. Cambridge University Press, Reino Unido (2003).