

## La constante cosmológica y la energía oscura

Manuel Churampi<sup>1</sup> y Fulgencio Villegas <sup>\*1</sup>

<sup>1</sup> *Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú*

Recibido 17 Abr 2023 – Aceptado 22 Jun 2023 – Publicado 2 Ago 2023

### Resumen

En este artículo se presenta una revisión acerca de la constante cosmológica, el modelo cosmológico de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker y su relación con la teoría gravitacional de Einstein y con las ecuaciones de Friedmann. Se evalúa la evidencia observacional y se analiza los resultados experimentales de la expansión acelerada del Universo. Finalmente se describe la naturaleza física de la constante cosmológica como una posibilidad de energía oscura.

**Palabras clave:** Cosmología, Energía oscura, constante cosmológica.

### The cosmological constant and dark energy

#### Abstract

This article presents a review about the cosmological constant, the Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker cosmological model and its relationship with Einstein's gravitational theory and with Friedmann's equations. The observational evidence is evaluated and the experimental results of the accelerated expansion of the Universe are analyzed. Finally, the physical nature of the cosmological constant is described as a possibility of dark energy.

**Keywords:** Cosmology, Dark energy, cosmological constant.

### Introducción

Las preguntas de cómo inició el universo y de cómo es su funcionamiento, han sido de las más importantes a lo largo de la historia. La parte de la ciencia encargada de resolver estas interrogantes es la cosmología, cuyos inicios datan desde las primeras civilizaciones en su impulso por explicar los fenómenos presenciados a su alrededor, como eclipses, los periodos de la luna, etc. Con las contribuciones de Galileo, Kepler y Newton se empezó a formar la concepción actual sobre el universo. Uno de los pasos más significativos en la cosmología fue el desarrollo de la Teoría General de la Relatividad (1915) [1]. En este sentido, podríamos decir que la cosmología actual tiene como base la Relatividad general, ya que con ella se permitió un nuevo análisis de la dinámica y evolución del universo. Como veremos más adelante el propio Einstein fue de los primeros en aplicar su relatividad general al universo. En años posteriores, se dieron avances en el campo experimental como por ejemplo el descubrimiento de la

expansión del universo por Edwin Hubble en 1929 [2] con el uso de las variables cefeidas para medidas de distancia. Otro de los descubrimientos más relevantes sucedió alrededor del año 1994 por los grupos de investigación el Supernova Cosmology Project (SCP), liderado por Saul Perlmutter [3], y el grupo competidor High-z Supernova Search Team (HZT), liderado por Brian Schmidt y en el que también participaba Adam Riess [4], quienes con el estudio de las supernovas lograron determinar que el universo no solo se expandía, sino que además lo hacía de forma acelerada, lo que abrió más interrogantes al no poder explicarse qué era el causante de esta aceleración. A esta componente desconocida que causa la expansión acelerada del universo se le llamó energía oscura.

Las cefeidas son extremadamente importantes para los astrónomos porque sus cambios periódicos en el brillo pueden usarse para determinar qué tan lejos están. Debido a que las cefeidas son estrellas intrínsecamente brillantes, se pueden ver muy lejos y los astrónomos pueden usarlas para determinar la distancia a galaxias

\*fvillegass@unmsm.edu.pe

© Los autores. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (CC BY 4.0) que permite el uso, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada de su fuente original.



muy distantes. Por lo tanto, se pueden usar para calcular distancias astronómicas precisas [5] [6], también se esta usando como un método para resolver el problema de la tensión en el valor de la constante de Hubble [7] [8].

### Relatividad general y constante cosmológica

La constante cosmológica fue propuesta por Einstein en 1917 en la presentación de su trabajo llamado “Consideraciones cosmológicas sobre la Teoría de la relatividad general”. Donde buscaba aplicar la relatividad general al universo como un todo, y dado que para las observaciones de la época, la velocidades de las galaxias eran muy bajas en comparación con la velocidad de la luz, consideró un universo estático y de densidad uniforme. Dentro de su trabajo, para evitar las paradojas del colapso gravitacional, supuso el universo como espacialmente finito y añadió un término  $\Lambda$  en las ecuaciones que contrarrestara dicho colapso. Las ecuaciones de campo de Einstein vienen dadas por

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1)$$

donde  $R_{\mu\nu}$  es el tensor de Ricci,  $R$  es el escalar de Ricci,  $g_{\mu\nu}$  es el tensor métrico,  $T_{\mu\nu}$  es el tensor de energía-momento,  $G$  la constante gravitacional de Newton y  $\Lambda$  es una constante positiva, a la cual se le llamó *Constante cosmológica* [9].

En años posteriores, además del descubrimiento de la expansión del universo por Hubble, se demostró el error en el equilibrio del universo estático propuesto por Einstein, por lo que él mismo reconoció que fue un error la inclusión de la constante cosmológica en sus ecuaciones de campo, pero como veremos más adelante aunque la motivación principal de la adición de la constante cosmológica no fue correcta, dicha constante es necesaria en las ecuaciones de la campo de Einstein a las luces de los posteriores descubrimientos de la expansión acelerada del universo.

### Modelo FLRW

Una de las primeras soluciones de las ecuaciones de campo de la Relatividad General para un universo dinámico, fue la propuesta por Friedmann y Lemaitre, de manera independiente, y complementada posteriormente por Roberson y Walker, para esta solución se modela el universo como un fluido ideal y a gran escala como homogéneo e isotrópico, a este modelo se le conoce como el modelo de Friedmann-Lemaitre-Roberson-Walker (modelo de FLRW). Donde la homogeneidad nos indica que el universo tiene la misma naturaleza y características en cualquier punto, y la isotropía nos indica que

desde un punto cualquiera en el universo podremos observar las mismas propiedades del universo en cualquier dirección [10].

Estas características para el universo se representan matemáticamente por la métrica de Friedmann-Lemaitre-Roberson-Walker, la cual viene expresada como

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 + kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right], \quad (2)$$

donde  $a(t)$  es el factor de escala y  $k$  es un parámetro que indica si la geometría del Universo es plana ( $k = 0$ ), esférica ( $k = 1$ ) o hiperbólica ( $k = -1$ ).

El tensor de energía momento correspondiente a un fluido ideal, es decir sin viscosidad y con una presión que no depende de la dirección [11], está definido por:

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p) u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (3)$$

donde  $p$  es la presión de un fluido,  $\rho$  es la densidad de energía y  $u^\mu$  es la cuadrivelocidad del fluido. Al aplicar esta métrica y este tensor de energía momento a las ecuaciones de la relatividad general,  $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}$ , nos dan las llamadas ecuaciones de Friedmann:

$$H^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} \quad (4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p). \quad (5)$$

Podemos ver que  $H$  es el parámetro de Hubble, y donde  $a(t)$  es el factor de escala que se relaciona con el cambio de la distancia entre galaxias a través del tiempo, y vemos que depende de la presión y la densidad del universo.

A partir de la ecuación (4), para una geometría plana ( $k = 0$ ), se define la densidad crítica  $\rho_c$  como

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (6)$$

Es común también definir el parámetro de densidad ( $\Omega_M$ ) en función de la densidad crítica por

$$\Omega_M = \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho. \quad (7)$$

La ecuación (5) predice una aceleración, que si solo consideramos las componentes conocidas del universo como la materia y la radiación, será negativa [12]. Dado el descubrimiento de la expansión acelerada del universo, este resultado negativo en la ecuación (5) para  $\ddot{a}$  era contrario a las observaciones experimentales. Una de las posibles soluciones a esta controversia fue la inclusión, nuevamente, de la constante cosmológica en las ecuaciones de campo de Einstein, como en la ecuación (1).

Bajo esta consideración, al resolver nuevamente las ecuaciones de campo para el modelo de FLRW, obtenemos:

$$H^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{1}{3} \Lambda - \frac{k}{a^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p) + \frac{1}{3} \Lambda. \quad (9)$$

Con estas modificaciones vemos que es posible obtener una aceleración positiva en las nuevas ecuaciones de Friedmann, dado que el término  $\frac{1}{3}\Lambda$  en (9) da una contribución positiva a la aceleración, si  $\Lambda$  es positiva.

Se puede definir una densidad de energía asociada a  $\Lambda$  [13] como

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (10)$$

que a su vez nos permite definir el parámetro de densidad para  $\Lambda$  como:

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = \frac{\frac{\Lambda}{8\pi G}}{\frac{3H^2}{8\pi G}}, \quad (11)$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}. \quad (12)$$

Luego de la primera ecuación de Friedmann modificada, dividiendo por  $H^2$ , obtenemos la siguiente relación:

$$1 = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho + \frac{\Lambda}{3H^2} - \frac{k}{H^2 a^2}, \quad (13)$$

$$1 = \Omega_M + \Omega_\Lambda - \Omega_k. \quad (14)$$

Donde  $\Omega_k = \frac{k}{H^2 a^2}$  es la densidad de curvatura.

## Resultados experimentales a favor de una constante cosmológica

### Densidad de materia y un universo plano

Partiendo de la propiedad de homogeneidad a gran escala, es posible medir la densidad de masa del universo al medir un cúmulo de galaxias, y aunque existen diversos métodos para obtener este valor, los resultados obtenidos siempre nos permiten tener un rango de valores de:

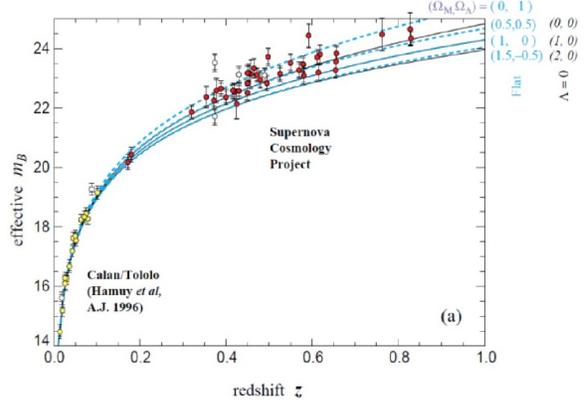
$$0.1 \leq \Omega_M \leq 0.4 \quad (15)$$

Luego, de los estudios del fondo cósmico de radiación sabemos que el universo es muy cercano a ser plano, y podemos dar un valor de  $k=0$ , lo que simplificaría la ecuación a  $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ , y de aquí que sea necesaria una constante cosmológica positiva, ya que  $\Omega_\Lambda$  deberá tener también un valor positivo [14].

### Estudio de las supernovas tipo Ia

Dentro de los estudios de las supernovas Ia por los grupos de investigación HZT y SCP, solo un modelo con constante cosmológica positiva podría explicar estos resultados. Estos estudios se realizan tomando datos del corrimiento al rojo  $z$  y del brillo de supernovas, donde el corrimiento al rojo  $z$  de una línea espectral se define

como la diferencia entre las longitudes de onda observada  $\lambda_o$  y emitida  $\lambda_e$  en unidades de la longitud de onda emitida, es decir,  $z = (\lambda_o - \lambda_e)/\lambda_e$ . Como podemos ver en la figura 1, se presentan los resultados del grupo de investigación SCP, además de 3 curvas correspondientes a distintos modelos teóricos, y solo la curva correspondiente para  $\Omega_\Lambda > 0$  se ajusta a los valores obtenidos [10].



**Figura 1:** Diagrama desplazamiento al rojo  $z$  y brillo máximo. Parámetros observacionales para el estudio de supernovas, usados por el grupo SCP para estudiar la expansión acelerada del Universo [10].

### Determinación del valor de $\Omega_\Lambda$

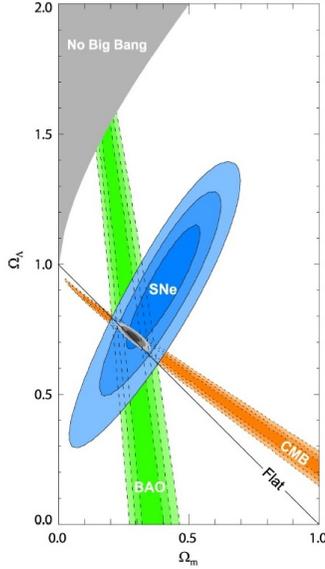
Para la obtención de los valores de  $\Omega_M$  y  $\Omega_\Lambda$  es necesaria la combinación de distintos métodos de estudio experimental de la expansión del universo como la anisotropía del fondo cósmico de microondas, las oscilaciones de bariones y las supernovas de tipo Ia [14]. En la figura 2 se muestran las áreas de probabilidad para los valores obtenidos de  $\Omega_M$  y  $\Omega_\Lambda$  correspondientes a cada método experimental, con la intersección de estos resultados podemos tener una estimación de:

$$\Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7 \quad (16)$$

Lo que nos permite verificar nuevamente la aproximación de la geometría plana del universo, además de la necesidad de una contribución positiva de la constante cosmológica.

## La energía oscura y la constante cosmológica

La energía oscura es una hipótesis propuesta por los físicos para explicar la expansión acelerada del Universo [15]. Por lo tanto, la energía oscura es un componente no identificado del Universo. Se considera que llena todo el universo, contribuyendo con el 68 por ciento de la densidad de materia-energía del Universo [16] y proporcionando una presión negativa, ejerciendo una fuerza de repulsión entre objetos del Universo.



**Figura 2:** Diagrama que representa la determinación de los parámetros  $\Omega_M$  y  $\Omega_\Lambda$ . Se nota que la suma de las dos cantidades es muy próxima a la unidad [10].

Haciendo uso de la ecuación (5) se nota que para un Universo con expansión acelerada ( $\ddot{a} > 0$ ) se requiere que  $p < -\frac{1}{3}\rho$ . Esto indica que la presión total del universo es negativa. Teniendo en cuenta que los constituyentes del universo, materia y radiación tienen como ecuación de estado  $w = 0$  y  $w = \frac{1}{3}$  respectivamente. Esto implica la existencia de un nuevo tipo de energía, conocida como energía exótica o comúnmente llamada energía oscura. Para explicar la naturaleza de la energía oscura se han elaborado algunos modelos que la relacionan con el vacío del espacio. Por otro lado la física de partículas elementales predice la existencia de una densidad de energía de vacío que correspondería a una constante cosmológica [17]. Por lo tanto, el descubrimiento de la expansión acelerada del universo es consistente con una energía de vacío muy pequeña. La energía oscura se suele describir, con mayor frecuencia, en términos de la constante cosmológica. El concepto de constante cosmológica implica que todo el espacio tiene una densidad de energía constante intrínseca. En la actualidad, el fundamento teórico de la constante cosmológica consiste en la contribución al tensor de energía-momento de las fluctuaciones cuánticas del vacío.

El tensor de energía-momento del vacío debe ser proporcional al tensor métrico para garantizar la invariancia de Lorentz y la constante de proporcionalidad es, por definición, menos la densidad de la energía, tal como se indica a continuación

$$p_\Lambda = \frac{1}{3}T_{i,\Lambda}^i = -\rho_\Lambda \quad (17)$$

de donde encontramos que la ecuación de estado ( $p = w\rho$ ) para la constante cosmológica es

$$w = \frac{p_\Lambda}{\rho_\Lambda} = -1, \quad (18)$$

el hecho de que  $w = -1$  significa, por un lado, que la densidad de energía es constante en el tiempo. Esto parece razonable ya que  $\Lambda$  es una propiedad del vacío.  $\rho_\Lambda$  se puede deducir de las observaciones que requieren que la densidad de energía total coincida con la densidad de energía crítica, es decir, el universo es plano. Por otro lado la relación dada por (18) se observa que viola la condición de energía fuerte ( $\rho + 3p \geq 0$ ), esto implica que la constante cosmológica es responsable de una fuerza repulsiva [18] capaz de expandir al universo aceleradamente.

### Conclusiones

Los estudios y descubrimientos cosmológicos recientes indican que la energía oscura estaría presente en todo el Universo. La Energía Oscura es una forma hipotética de energía, a la cual se le considera la propiedad de ejercer una presión negativa, por tanto, repulsiva. Las observaciones recientes de las supernovas distantes de tipo Ia, muestran que el Universo atraviesa un período de expansión acelerada. El candidato más simple para la energía oscura se considera a la constante cosmológica  $\Lambda$ , siendo su densidad de energía constante en el espacio y el tiempo, lo que implica que la energía oscura tenga la misma fuerza de repulsión. Las investigaciones indican que posiblemente un ingrediente principal de la constante cosmológica sería la densidad del vacío. Para que la constante cosmológica represente la energía oscura se requiere la violación de la condición de energía fuerte ( $\rho + 3p \geq 0$ ). Además, consideramos que es necesaria la inclusión del término de la constante cosmológica dentro de las ecuaciones de campo de la Relatividad General, principalmente para estudios a nivel cosmológico.

### Referencias

[1] Einstein, A., *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 844 (1915).

[2] Hubble, E. *A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. proceedings of the National Academy of Sciences*, 15(3), 168-173,(1929).

- [3] Perlmutter, S., et al. *Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae*. *Astrophys. J.* 517:565-586 (1999).
- [4] Riess, A., et al. *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant*. *The Astrophysical Journal*, 116 (1998).
- [5] Reyes, M., et al. *A 0.9% calibration of the Galactic Cepheid luminosity scale based on Gaia DR3 data of open clusters and Cepheids*, *Astronomy & Astrophysics* (2023).
- [6] Boubel, P., *Cosmic growth rate measurements from Tully-Fisher peculiar velocities*. 2023, arXiv:2301.12648v1.
- [7] Costa, A., Z. Ren, Z., Yin, Z. *A bias using the ages of the oldest astrophysical objects to address the Hubble tension*. 2023, arXiv:2306.01234v2.
- [8] Valentino, D., et al., *In the realm of the Hubble tension a review of solutions*. *Class. Quant. Grav.* **38**(15),153001 (2021).
- [9] C. Bambi, C. *Introduction to general relativity. A course for undergraduate students of physics*. Springer (2018)
- [10] Tafalla, M. La expansión acelerada del Universo. *Anuario del Observatorio Astronómico de Madrid*, (1), 403-442, (2014)
- [11] Hobson, M. P., Efstathiou, G. P., & Lasenby, A. N. (2006). *General relativity: an introduction for physicists*. Cambridge University Press.
- [12] Villegas, F. (2021). La energía oscura en la cosmología estándar. *Revista de Investigación de Física*, 24(2), 35-39.
- [13] Cepa, J., *Cosmología Física*, Akal, Madrid, Spain (2007).
- [14] Liddle, A. (2001). The cosmological constant and its interpretation. In *Encyclopedia of Astronomy & Astrophysics* (pp. 1-5). CRC Press.
- [15] G. Altarelli et al. *Elementary Particles*. Springer (2008).
- [16] NASA. *Dark Energy, Dark Matter*. NASA Science, Universe, (2020).
- [17] Liddle, A. (2003). *An Introduction to Modern Cosmology*. Brighton, United Kingdom: Wiley.
- [18] Sahni, V. *Dark matter and Dark energy*. Lecture notes in Physics, 141-179 (2004).