

## Capacidad de vuelo de organismos alados en densidad atmosférica y aceleración de la gravedad variables

 Ivan Meza-Vélez <sup>\*1</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Museo de Historia Natural, Lima, Perú

Recibido 26 Oct 2023 – Aceptado 31 Mar 2024 – Publicado 25 Abr 2024

### Resumen

El presente trabajo usa las fuerzas de sustentación, de arrastre y la alometría del vuelo para organismos alados voladores en condiciones donde la densidad atmosférica y la aceleración de la gravedad son diferentes a la terrestre. En las fórmulas, estos parámetros se convierten en variables. Se analizan los efectos de tomar valores, para aceleración de la gravedad  $g$  y densidad del fluido atmosférico  $\rho$ , mayores o menores que los de la Tierra. De esta manera, se observan las diversas variantes de la capacidad de vuelo de posibles organismos voladores en exoplanetas.

**Palabras clave:** Vuelo, alometría, gravedad, densidad, fuerza de sustentación.

### Flight capacity of winged organisms under varying atmospheric density and acceleration of gravity

#### Abstract

The present work uses the forces of lift, drag and flight allometry for winged flying organism in conditions where atmospheric density and the acceleration of gravity are different from those on Earth. In the formulas this parameters are convert into variables. The effects of taking higher or lesser values of acceleration of gravity  $g$  and atmospheric fluid density  $\rho$  from those of Earth are analyzed. In this manner, the different combinations of flight capacity of possible flying organisms on exoplanets are noted.

**Keywords:** Flight, allometry, gravity, density, lift force.

## Introducción

En la Tierra, el vuelo es un evento evolutivo común. Muchos órdenes de insectos incluyen formas voladoras; en el caso de los vertebrados, han sido tres orígenes independientes del vuelo: en los reptiles voladores pterosaurios de la era Mesozoica; en las aves, que son dinosaurios terópodos evolucionados; y en los quirópteros, los únicos mamíferos con vuelo activo [1]. Otros solo planean, como la ardilla voladora, *Rhacophorus nigropalmatus* (rana), *Chrysopelea sp.* (serpiente), *Idiurus macrotis* (roedor), *Draco volans* (lagartija), zarigüeya voladora, lémur volador; o semillas, como el diente de león o las semillas aladas. Los patrones de vuelo y la morfología adaptada al vuelo de estos grupos pueden variar entre ellos, pero todos utilizan los mismos principios físicos; en particular,

las leyes de la mecánica de fluidos que gobiernan el nado y el vuelo son principalmente las mismas [1].

El vuelo está gobernado por la sustentación, la gravedad, el empuje y el arrastre o resistencia [1]. La fuerza de sustentación es una consecuencia de la ecuación de Bernoulli y del efecto Venturi que se deduce de aquella, ambos en condiciones de un flujo ideal y estacionario; la fuerza de arrastre, o resistencia del fluido, que es una consecuencia de la ecuación de Bernoulli aplicada en la dirección del movimiento; el peso, que el organismo debe vencer con la fuerza de sustentación; el empuje, que es una fuerza horizontal en dirección del movimiento, que el animal debe generar con las alas batiéndolas hacia atrás para vencer la resistencia del aire. Además, el modelo de flujo, determinado por el número de Reynolds, que

\*imv2999@gmail.com

© Los autores. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (CC BY 4.0) que permite el uso, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada de su fuente original.



determina si el flujo sobre el organismo es laminar o turbulento; a su vez, debe generar potencia parásita, que es la potencia para el avance, y potencia inducida, que es la potencia necesaria para la sustentación. Esta locomoción que ha evolucionado en millones de años en la Tierra, con la gravedad y densidad del aire terrestres, nos conduce a hacer la pregunta natural sobre la capacidad de vuelo de los organismos voladores terrestres con diferente aceleración de la gravedad y densidad atmosférica. Este problema ya lo abordó Margaria & Cavagna [2] y Minetti [3] para la locomoción humana con diferentes valores de gravedad; en consecuencia, se justifica el estudio de la locomoción del vuelo con diferentes valores de aceleración de la gravedad y densidad atmosférica.

El objetivo principal del presente trabajo es estudiar la capacidad de vuelo de organismos voladores alados con aceleración de la gravedad y densidad atmosférica variables, utilizando la alometría y las ecuaciones fundamentales del vuelo. Dos limitaciones del estudio son: 1) no considerar el empuje (fuerza horizontal en dirección del movimiento) generado por el ala, por el batido que estas producen; 2) no utilizar datos concretos o reales para los parámetros de vuelo.

## Materiales y Métodos

### Materiales

El presente trabajo se sustenta en las publicaciones científicas de Minetti [3] y Pawlowski & Zlokarnik [4].

### Métodos

Las ecuaciones y conceptos aerodinámicos que se van a usar en este trabajo son:

**Fuerza de sustentación** Minetti [3] analiza la biomecánica del caminar en diferentes medioambientes gravitacionales y las restricciones que la afectan. El presente artículo se inspira en aquel trabajo, pero enfocado en el vuelo. El vuelo que se estudia en este trabajo solo es posible en planetas con atmósfera. La composición química de la atmósfera no se toma en cuenta, solo sus parámetros físicos, en particular la densidad; además, se utiliza la gravedad como variable principal del planeta. Ambos parámetros, densidad de la atmósfera y gravedad del planeta, son variables de las ecuaciones que intervienen en el vuelo. En el caminar, la ecuación principal para estudiar su comportamiento es el número de Froude ( $Fr$ ) [3] [4]; en el vuelo, es la fuerza de sustentación, y está dada por:

$$F_s = SC_s \frac{\rho v^2}{2} \rightarrow mg = SC_s \frac{\rho v^2}{2} \quad (1)$$

En la ecuación (1) se observa que para mantener estable el vuelo del animal de masa  $m$  hace falta que la fuerza

de sustentación compense al peso; además, al despejar  $v$  se obtiene la velocidad mínima de despegue (el signo mayor) y de mantenimiento del vuelo (el signo igual) [5].

$$v \geq \sqrt{\frac{2mg}{SC_s \rho}} \quad (1.1)$$

El coeficiente de sustentación  $C_s$  depende de la forma y estructura de las alas y del ángulo de ataque;  $S$  es la superficie horizontal del ala;  $\rho$  es la densidad del aire;  $v$  es la velocidad del animal en vuelo. La sustentación es una fuerza aerodinámica sobre el organismo volador, causada por el movimiento relativo de este y el aire; además, es el componente de la fuerza que es perpendicular al flujo del aire incidente [6].

Para la aplicación de esta ecuación, se asume que el organismo volador posee una estructura análoga a las alas de los animales voladores terrestres. Esta ecuación nos indica que cuanto mayor es la velocidad, mayor es la fuerza de sustentación; asimismo, cuanto mayor sea el área del ala mayor será la fuerza de sustentación [5]. En este trabajo, se analizan los parámetros aerodinámicos del vuelo de los organismos voladores alados en un medio con densidad y aceleración de la gravedad variables, a partir de la ecuación de la fuerza de sustentación y arrastre y la alometría del vuelo.

### Fuerza de arrastre

La fuerza de arrastre generada por la resistencia del aire en la dirección del movimiento está dada por:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho v^2 C_a S_t \quad (2)$$

El coeficiente de arrastre  $C_a$  depende de la forma del cuerpo, del número de Reynolds  $Re$  o condiciones de flujo y de diversos factores no conocidos, como la rugosidad de la superficie de  $S_t$ .  $S_t$  es el área transversal en la dirección del movimiento o la superficie frontal del ave.

### Alometría del vuelo

El cambio en la forma, en correlación con un cambio en el tamaño, es llamado alometría, como el cambio de las proporciones en el desarrollo de un animal. Las relaciones alométricas describen cambios en la forma, que acompaña cambios en el tamaño [7]. La alometría se basa en comparaciones, usualmente de las diferentes partes de un animal en crecimiento; pero también los cambios entre las partes de diferentes especies [7]. En las aves y otros organismos terrestres voladores, una primera relación alométrica se deriva de la ecuación de la fuerza de sustentación. Entonces, de la fórmula (1) obtenemos:

$$v = \sqrt{\frac{2F_s}{SC_s \rho}} = \sqrt{\frac{2mg}{SC_s \rho}} \quad (3)$$

Para efectos del valor de  $g$  en la Tierra, supondremos la altura en que normalmente vuela el cóndor andino (*Vultur gryphus*), no más bajo de 3000 msnm [8].

A esa altura, supondremos que  $g$ ,  $C_s$  y  $\rho$  son constantes, entonces:

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{SC_s\rho}} \propto \sqrt{\frac{m}{S}} \quad (4)$$

De la expresión, la velocidad es directamente proporcional a la raíz cuadrada de  $m/S$ . El cociente  $m/S$  se denomina carga del ala o carga sobre la envergadura [9].

$$v \propto \sqrt{\frac{m}{S}} \quad (5)$$

$S$ : superficie horizontal del ala,  $v$ : velocidad de despegue,  $m$ : masa

## Resultados

### Fuerza de sustentación con densidad y aceleración de la gravedad variables

Dado un parámetro  $k$  arbitrario, donde  $k > 1$  y  $k \in \mathbb{R}$ , y con el fin de visualizar el comportamiento de la fórmula (1), fijaremos  $g$  como la aceleración de la gravedad terrestre y  $\rho$  como la densidad de la atmósfera de la Tierra. El valor de  $C_s$  en las aves está alrededor de 1,5 - 1,6 [6]. La densidad del aire en la posición del animal volador se determina a partir de la temperatura y presión ambiental, a nivel del mar la densidad del aire es 1.226 kgm<sup>-3</sup>, tomando una presión de 1013 hPa y una temperatura de 15°C [6]; sin embargo, la presión y la temperatura decrecen con la altura y también lo hace la densidad del aire, la cual se puede hallar con la ley de Boyle [6] expresada como:  $\rho = 1.226(p/1013)[288/(T + 273)]$

Donde  $p$  es presión atmosférica y  $T$  temperatura, valores a una altura determinada. Para el presente trabajo, se utilizarán los parámetros como entes algebraicos, es decir, sin un valor determinado. Entonces, tenemos los siguientes casos generales:

**Primer caso general:** organismo alado y planeta con aceleración de la gravedad  $kg$  y densidad del aire similar a la de la Tierra. Para mantener la igualdad de la ecuación, se utiliza la ecuación de la fuerza de sustentación para 2 casos:

$$m(kg) = (kS)C_s \frac{\rho v^2}{2} \quad (6)$$

$$m(kg) = SC_s \frac{\rho(\sqrt{kv})^2}{2} \quad (7)$$

Donde el valor de  $k$ , tal como se ha definido, va a hacer que  $g$  tome valores mayores que la aceleración de la gravedad terrestre, por ejemplo  $2g$ .

**Segundo caso general:** organismo alado y planeta con aceleración de la gravedad  $(1/k)g$ , siendo  $(1/k)g \geq 1/6g$ , donde  $1/6g$  corresponde a la aceleración de la gravedad de la Luna; y densidad del aire similar a la de la Tierra. Evaluaremos en dos casos:

$$m\left(\frac{1}{k}g\right) = \left(\frac{1}{k}S\right)C_s \frac{\rho v^2}{2} \quad (8)$$

$$m\left(\frac{1}{k}g\right) = SC_s \frac{\rho\left(\frac{v}{\sqrt{k}}\right)^2}{2} \quad (9)$$

Donde el valor de  $k$ , tal como se ha definido, va a hacer que  $g$  tome valores menores que la aceleración de la gravedad terrestre, por ejemplo  $\frac{1}{2}g$ .

**Tercer caso general:** organismo alado y planeta con aceleración de la gravedad igual a  $g$  y densidad del aire  $k$  veces la densidad del aire de la atmósfera terrestre ( $k\rho$ ).

$$(km)g = SC_s \frac{(k\rho)v^2}{2} \quad (10)$$

Donde el valor de  $k$ , tal como se ha definido, va a hacer que  $\rho$  tome valores mayores que la densidad de la atmósfera terrestre, por ejemplo  $2\rho$ .

**Cuarto caso general:** organismo alado y planeta con aceleración de la gravedad igual a  $g$  y densidad atmosférica  $1/k$  de la densidad del aire de la atmósfera terrestre ( $\frac{1}{k}\rho$ ).

$$\left(\frac{1}{k}m\right)g = SC_s \frac{\left(\frac{1}{k}\rho\right)v^2}{2} \quad (11)$$

Donde el valor de  $k$ , tal como se ha definido, va a hacer que  $\rho$  tome valores menores que la densidad de la atmósfera terrestre, por ejemplo  $\frac{1}{2}\rho$ .

**Quinto caso general:** organismo alado y planeta con aceleración de la gravedad  $1/k'$  del valor de la Tierra ( $\frac{1}{k'}g$ ), y densidad atmosférica  $1/k$  de la densidad del aire de la atmósfera terrestre ( $\frac{1}{k}\rho$ ). Se evalúan dos casos que mantienen la igualdad, en otras palabras, que hacen posible el vuelo del organismo:

$$\left(\frac{1}{k}m\right)\left(\frac{1}{k'}g\right) = \left(\frac{1}{k'}S\right)C_s \frac{\left(\frac{1}{k}\rho\right)v^2}{2} \quad (12)$$

$$\left(\frac{1}{k}m\right)\left(\frac{1}{k'}g\right) = SC_s \frac{\left(\frac{1}{k}\rho\right)\left(\frac{v}{\sqrt{k'}}\right)^2}{2} \quad (13)$$

Donde los valores de  $k$  y  $k'$ , tal como se han definido, van a hacer que  $\rho$  y  $g$  tomen valores menores que la densidad del aire de la atmósfera terrestre y menores que la gravedad terrestre, por ejemplo  $\frac{1}{2}\rho$  y  $\frac{1}{3}g$ , respectivamente.

### Alometría del vuelo con aceleración de la gravedad variable

A diferencia de la ecuación (3) vamos a suponer que solo  $C_s$  y  $\rho$  son constantes, entonces:

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{SC_s\rho}} \alpha \sqrt{\frac{mg}{S}} \quad (14)$$

**Alometría del vuelo en función de la longitud  $L$  y aceleración de la gravedad variable**

La ecuación (14) expresa que la  $v$  es proporcional a la raíz de  $mg/S$ . Dicha ecuación la agrupamos convenientemente como  $v = \sqrt{\frac{2g}{C_s\rho}} \sqrt{\frac{m}{S}}$ , reordenando  $v = \sqrt{\frac{2}{C_s\rho}} \sqrt{\frac{mg}{S}}$ .

Al hacer  $C_s$  constante, significa que la forma del organismo es semejante; asimismo,  $\rho$  también se considera constante. Entonces, el cambio sería para el tamaño, representado por  $S$  (superficie horizontal del ala) y la masa del organismo.

La ecuación también nos indica que la velocidad puede expresarse en función de la longitud  $L$  (longitudinal al cuerpo: de cabeza a cola) del organismo volador, de ahí que si  $v \alpha \sqrt{\frac{mg}{S}}$  y  $m \alpha L^3$ , siempre y cuando el cuerpo tenga densidad uniforme, entonces, para organismos de forma muy parecida tenemos:

$$v \alpha \sqrt{\frac{mg}{S}} \alpha \sqrt{\frac{gL^3}{L^2}} \alpha (gL)^{\frac{1}{2}}$$

Es decir, la velocidad es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud del organismo volador por la gravedad:

$$v \alpha \sqrt{gL} \quad (15)$$

**Alometría del vuelo con densidad y aceleración de la gravedad variables**

En el caso de que  $\rho$  y  $g$  no sean constantes, tenemos:

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{SC_s\rho}} \alpha \sqrt{\frac{mg}{S\rho}}, \text{ entonces } v \alpha \sqrt{\frac{gL}{\rho}} \quad (16)$$

**Alometría del vuelo en función de la masa  $m$  y aceleración de la gravedad variable**

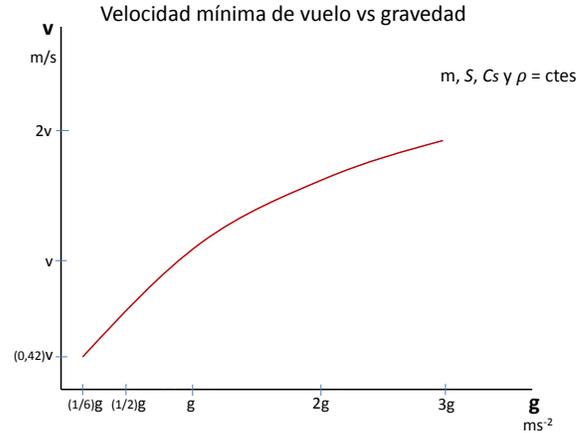
La velocidad también puede expresarse en función de la masa  $m$  del ave [9], pero en este caso con  $g$  variable.

$$Dev \alpha \sqrt{gL} y m \alpha L^3 \rightarrow (gL)^{\frac{1}{2}} \alpha (gm^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} \rightarrow v \alpha g^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{6}} \quad (17)$$

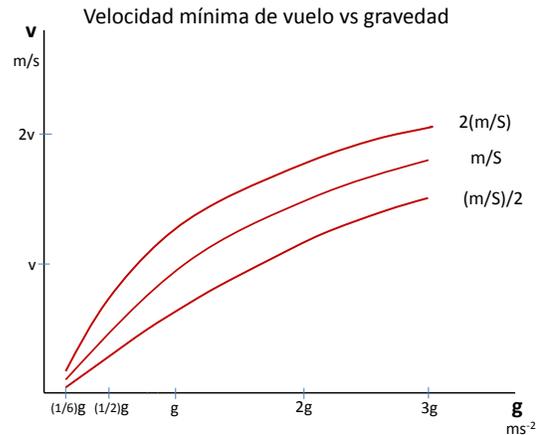
**Velocidad mínima de vuelo en función de la aceleración de la gravedad variable**

De la ecuación (3) se puede obtener la velocidad mínima de vuelo con masa constante (Fig. 1) o masa variable

(Fig. 2). En la Figura 2, suponemos que la masa del animal varía proporcionalmente junto con el área del ala,  $S$ . Se establecerá como aceleración de la gravedad mínima a la gravedad superficial de la Luna, que corresponde a  $1/6$  de la gravedad terrestre.



**Figura 1:** Velocidad mínima-aceleración de la gravedad, con  $m$ ,  $S$ ,  $C_s$  y  $\rho$  constantes.



**Figura 2:** Velocidad mínima-aceleración de la gravedad, con  $m/S$  variable y  $C_s$  y  $\rho$  constantes.

**Discusión**

**Fuerza de sustentación con densidad y aceleración de la gravedad variables**

El estudio de casos evalúa de forma general el comportamiento de los parámetros, para ello se recurre a la

simple inspección de las fórmulas de manera algebraica.

**Primer caso general:** según la ecuación (6), para mantener el equilibrio vertical la superficie del ala tiene que ser  $k$  veces la superficie de un ala con aceleración de la gravedad  $g$  (Tierra). Según la ecuación (7), para mantener el equilibrio vertical la velocidad del animal debe ser  $\sqrt{k}$  veces la velocidad mínima en un medio con aceleración de la gravedad  $g$ .

$$m(kg) = (kS)C_s \frac{\rho v^2}{2} \quad (6)$$

$$m(kg) = SC_s \frac{\rho(\sqrt{k}v)^2}{2} \quad (7)$$

**Segundo caso general:** según la ecuación (8), para mantener el equilibrio vertical la superficie del ala tiene que ser  $1/k$  de la superficie de un ala con aceleración de la gravedad  $g$ . En la Tierra, un animal no podría volar con una pequeña superficie alar y una gran masa corporal. Según la ecuación (9), para mantener el equilibrio vertical la velocidad del animal solo necesita ser  $\frac{1}{\sqrt{k}}$  de la velocidad en un medio con aceleración de la gravedad  $g$ . En la Tierra, un animal de la misma masa, no podría volar con una velocidad reducida por debajo de su velocidad mínima de vuelo. En el caso del caminar, con una gravedad  $1/2$  de la gravedad terrestre, como la de la Luna, la velocidad se reduce alrededor de 71 % [3].

$$m\left(\frac{1}{k}g\right) = \left(\frac{1}{k}S\right)C_s \frac{\rho v^2}{2} \quad (8)$$

$$m\left(\frac{1}{k}g\right) = SC_s \frac{\rho\left(\frac{v}{\sqrt{k}}\right)^2}{2} \quad (9)$$

**Tercer caso general:** de la ecuación (10) se observa que para mantener el equilibrio vertical la masa del animal debería ser  $k$  veces la masa en condiciones de  $k\rho$  veces la densidad del aire de la atmósfera terrestre. Dada la densidad  $k\rho$ , el número de Reynolds  $Re = \frac{vL\rho}{\mu}$  aumentaría  $k$  veces, es decir, el modelo de flujo sería más turbulento y habría mayor resistencia al avance, lo que produciría una disminución de la velocidad. Entonces, para mantener la velocidad mínima de vuelo, el animal debería gastar mayor energía para mantener dicha velocidad. Este caso se aplica al planeta Venus, pero sin considerar la enorme presión atmosférica.

$$(km)g = SC_s \frac{(k\rho)v^2}{2} \quad (10)$$

**Cuarto caso general:** de la ecuación (11) se observa que para mantener el equilibrio vertical la masa del organismo solo necesita  $1/k$  de la masa corporal, masa  $m$

con la que puede volar en condiciones de  $\rho$  igual a la densidad del aire de la atmósfera terrestre. El número de Reynolds  $Re$  disminuiría a  $(1/k)Re$ , es decir, el modelo de flujo sería menos turbulento y habría menor resistencia al avance, lo que produciría un aumento de la velocidad.

$$\left(\frac{1}{k}m\right)g = SC_s \frac{\left(\frac{1}{k}\rho\right)v^2}{2} \quad (11)$$

Este caso grafica lo que ocurre en la Tierra, donde las aves vuelan a diferentes alturas. Aves como el cóndor andino, que vuelan por encima de los 3000 msnm, están en un medio con densidad del aire significativamente menor que a nivel del mar, por lo cual el ave tiene adaptaciones biológicas para volar. Por ejemplo, a una altura de 6700 msnm, donde la densidad del aire es la mitad que al nivel del mar, la  $V_{mp}$  (velocidad de potencia mínima) es 2 veces más rápida que para la misma ave al nivel del mar. Si el ave pudiera volar en un aire tan fino, tendría que ir un 41 % más rápido y suministrar un 41 % más de potencia a sus músculos para mantener el  $V_{mp}$  más alto [6].

**Quinto caso general:** de la ecuación (12) se observa que para mantener el equilibrio vertical el organismo puede volar con menor masa y menor superficie alar sin alterar la velocidad que correspondería a un vuelo en la Tierra con una masa y área alar mayor. De la ecuación (13) se observa que para mantener el equilibrio vertical el organismo puede volar con menor masa y reducir la velocidad en un factor  $\frac{1}{\sqrt{k'}}$ , sin disminuir la superficie alar. Este caso corresponde al vuelo en las condiciones del planeta Marte, donde la densidad del aire y la gravedad son menores que las terrestres.

$$\left(\frac{1}{k}m\right)\left(\frac{1}{k'}g\right) = \left(\frac{1}{k'}S\right)C_s \frac{\left(\frac{1}{k}\rho\right)v^2}{2} \quad (12)$$

$$\left(\frac{1}{k}m\right)\left(\frac{1}{k'}g\right) = SC_s \frac{\left(\frac{1}{k}\rho\right)\left(\frac{v}{\sqrt{k'}}\right)^2}{2} \quad (13)$$

#### Fuerza de arrastre con densidad variable

De la ecuación (2) se deduce:

- A mayor  $\rho$  mayor  $F_a$ , y el empuje generado deberá ser mayor. El animal necesitará una morfología adaptada a esas condiciones atmosféricas o un tipo de vuelo que genere masas de aire hacia atrás mayores que las que generan las aves para poder avanzar.
- A menor  $\rho$  menor  $F_a$ , y el animal necesitará generar un menor empuje. No necesita una morfología (o un vuelo batido como el de las aves) que acelere masas de aire hacia atrás como las que logran las aves con las alas.

$$F_a = \frac{1}{2} \rho v^2 C_a S_t \quad (2)$$

Donde  $C_a$  y  $S_t$  permanecen constantes.

### Alometría del vuelo en función de la longitud $L$ del organismo (cabeza-cola) con densidad y aceleración de la gravedad variables

De la relación (16) obtenemos las siguientes consecuencias:

- a) A mayor gravedad, la velocidad del animal debe ser mayor
- b) Si aumenta  $g$ , para mantener la misma velocidad la  $L$  debe disminuir o  $\rho$  aumentar
- c) Si disminuye  $g$ , para mantener la misma velocidad la  $L$  debe aumentar o  $\rho$  disminuir
- d) Si aumenta  $\rho$ , el animal volará con menor velocidad
- e) Si disminuye  $\rho$ , el animal deberá volar con mayor velocidad
- f) Si aumenta  $\rho$ , para mantener la misma velocidad la  $L$  o  $g$  deben aumentar
- g) Si disminuye  $\rho$ , para mantener la misma velocidad la  $L$  o  $g$  deben disminuir
- h) Para dos animales de la misma forma, pero con diferente longitud, el de mayor tamaño necesitará volar a mayor velocidad en un planeta de mayor gravedad que el animal volador de menor longitud
- i) Para dos animales de la misma forma, pero con diferente longitud, el de menor tamaño debe volar a menor velocidad que el de mayor tamaño en un planeta con mayor densidad atmosférica

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{SC_s\rho}} \propto \sqrt{\frac{mg}{S\rho}}, \text{ entonces } v \propto \sqrt{\frac{gL}{\rho}} \quad (16)$$

### Alometría del vuelo en función de la masa $m$ con aceleración de la gravedad variable

La relación (17) nos dice que la velocidad es proporcional a la masa del organismo elevada a la potencia 1/6 por la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad. Se deduce que cuando el animal está en un exoplaneta con aceleración de la gravedad mayor que la  $g$  terrestre, la velocidad de planeo debe aumentar, y por el exponente 1/2 el incremento de  $v$  no es considerable; o de lo contrario, para mantener  $v$  constante,  $m$  debe disminuir.

$$Dev\alpha\sqrt{gL}ym\alpha L^3 \rightarrow (gL)^{\frac{1}{2}}\alpha(gm^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} \rightarrow v\alpha g^{\frac{1}{2}}m^{\frac{1}{6}} \quad (17)$$

### Velocidad mínima de vuelo en función de la gravedad variable

En la Figura 1, se observa que a mayor aceleración de la gravedad, mayor es la velocidad mínima que requiere el organismo volador para mantener el vuelo; sin embargo, el incremento es desacelerado, formando una curva con características de cónica.

En la Figura 2 se considera diferentes valores de masa y muestra varias curvas con las características de la curva de la Figura 1, pero se observa que a mayor masa la velocidad mínima necesaria debe aumentar; entonces, a mayor aceleración de la gravedad mayor velocidad, y a un mismo valor de  $g$  el organismo con mayor masa debe incrementar la velocidad mínima para mantener el vuelo. Esto significa un mayor gasto energético para el organismo volador, cuyo metabolismo debe estar adaptado para proveer la energía requerida.

## Conclusiones

Los animales voladores alados en la Tierra, como las aves y murciélagos, a través de los millones de años han pasado por un proceso natural de evolución adaptativa, donde la gravedad no cambia y la densidad del aire varía gradualmente con la altura sin llegar a valores radicalmente extremos.

Este trabajo pone a prueba la biología de organismos semejantes (el mismo patrón corporal) a los mencionados con valores altos o bajos de gravedad y densidad del aire, comprobándose que para mantener o iniciar el vuelo deben variar la velocidad, no solo en función de la longitud, área del ala y la masa del animal como en la Tierra, sino en función de la gravedad y densidad del aire.

En condiciones de valores de gravedad y densidad atmosférica muy diferentes a los de nuestro planeta, las aves no podrían volar sin tener adaptaciones corporales y fisiológicas que les permita generar la energía necesaria para el vuelo.

## Sugerencias

Se sugiere hacer un estudio para casos específicos con valores determinados para los parámetros. Se puede tomar como organismos voladores a dos aves representativas, cuyos valores de masa, área alar, longitud, etc., sean conocidos. Asimismo, se pueden tomar valores de densidad del aire y aceleración de la gravedad de planetas y satélites del Sistema Solar, como los de Marte y Venus; o de exoplanetas, si es que se tuvieran los datos.

## Agradecimientos

Al astrónomo Víctor Vera, por su contribución con el gráfico de la Figura 2, a mis amigos Alí Altamirano Sierra, por la traducción del resumen, y a Eleazar Villanueva Sánchez, por la conversión del artículo al formato L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

---

**Referencias**

- [1] M. Gordon, R. Blickhan, J. Dabiri, and J. Videler. *Animal locomotion, physical principles and adaptations*. CRC Press. (2017).
- [2] R. Margaria and G. Cavagna. Human locomotion in subgravity. *Aerospace Med*, **35**, 1140-1146 (1964).
- [3] A. Minetti. Invariant aspects of human locomotion in different gravitational environments. *Acta Astronautica*, **49**(3-10), pp 191-198 (2001).
- [4] J. Pawlowski, & M. Zlokarnik. Walking on the Moon and on other extraterrestrial bodies. *Chem. Eng. Technol.*, **31**(4), 594-596 (2008).
- [5] D. Jou, J. Llebot y C. García. *Física para ciencias de la vida*. 2da Ed. McGraw Hill, 459 pp. (2009).
- [6] C.J. Pennycuick. *Modelling the flying bird*. Theoretical Ecology Series, Elsevier, 470 pp. (2008).
- [7] K. Kardong. *Vertebrates, comparative anatomy, function, evolution*. 2da Ed. McGraw Hill. (1998).
- [8] T. Schulenberg, D. Stotz, D. Lane, J. O'Neill & T. Parker. *Birds of Peru*. Princeton Field Guides, 660 pp. (2010).
- [9] R. Villar, C. López & F. Cussó. *Fundamentos físicos de los procesos biológicos*. Vol. 2, Editorial Club Universitario, 457 pp. (2013).