

Estudo dos modelos exponenciais na previsão

Recepção: Mayo de 2006 / Aceptación: Junio de 2006

⁽¹⁾ Daisi Pereira Souto

⁽²⁾ Roberto Amaro Baldeón

⁽³⁾ Suzana Leitão Russo

INTRODUÇÃO

A previsão do comportamento futuro é de interesse de diversos setores relacionados a saúde pública, tendo em vista que os hospitais do município podem adequar o seu atendimento ao público, administrar melhor a mão-de-obra (férias, contratações). Os órgãos de fomento (governamentais ou não) podem implantar ações para evitar as crises financeiras que transformam os atendimentos pelo sistema único de saúde num verdadeiro caos. Podem também propor ações para o controle da natalidade; entre outras.

Um dos principais problemas da ciência é a previsão. A análise de séries temporais é uma área de pesquisa relevante em diversos campos do conhecimento, tendo como principal objetivo em suas pesquisas, providenciar uma previsão, quando o modelo matemático de um fenômeno é desconhecido ou incompleto. Uma série temporal consiste de medidas ou observações previamente obtidas de um fenômeno que são realizadas seqüencialmente sob um intervalo de tempo. Se estas observações são dependentes uma da outra então é possível conseguir uma previsão.

O comportamento das séries, ao longo do período observado, foram analisadas primeiramente através de uma análise exploratória dos dados, a seguir foram analisados graficamente, e para prever a curto prazo o número de nascimentos utilizou-se a metodologia de Holt-Winters.

OBJETIVOS

Objetivo geral

Traçar o perfil dos nascimentos no município de Santo Ângelo e verificar o comportamento da série para fazer previsões a curto prazo, através das metodologias de Holt-Winters;

Objetivos específicos

- Fazer análise exploratória dos dados;
- Verificar o comportamento das séries;
- Modelar a série do número de nascimentos em Santo Ângelo 2000 - 2003;
- Prever a curto prazo o número de nascimentos mensais.

(1) Magíster en Ciencias Matemáticas. Profesora del Departamento de Matemática, Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT, Brasil.
E-mail: daise@unemat.br

(2) Doctor en Ingeniería Mecánica. Profesor del Departamento de Matemática, Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT, Brasil.
E-mail: amarobrp@fem.unicamp.br

(3) Doctora en Ingeniería de Producción. Profesora de la Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Brasil.
E-mail: jss@urisan.tche.br

>>> *Daisi Pereira S., Roberto Amaro B. y Suzana Leitão R.*

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Métodos de previsão

Os métodos de previsão são classificados em qualitativos ou baseados no julgamento e quantitativos ou matemáticos.

Os métodos quantitativos se subdividem em métodos causais e séries temporais. As atenções se concentrarão nos métodos matemáticos baseados na séries temporais, uma vez que o modelo matemático para o evento em estudo não foi ainda definido. Os métodos quantitativos podem ser aplicados quando algumas condições existirem (Makridakis et al., 1998): informação sobre o passado for disponível; esta informação pode ser quantificada; e os padrões que ocorreram no passado continuarão a ocorrer no futuro (pressuposto da continuidade).

A previsão, como ferramenta, deve ser executada considerando-se alguns importantes passos:

- i) definição do problema (conhecer o problema, utilidade da previsão, entre outros);
- ii) coleta de informação (dados);
- iii) análise preliminar dos dados (através de gráficos e medidas descritivas);
- iv) escolha e ajuste de modelos; Criado por Resumo fênix;
- v) uso e avaliação do modelo de previsão (MAKRIDAKIS et al., 1998).

Séries temporais

Define-se uma série temporal, como um conjunto de observações ordenadas no tempo.

Uma série temporal pode ser classificada como determinística ou estocástica.

Diz-se que é determinística, quando os futuros valores da série podem ser estabelecidos precisamente por uma relação funcional matemática do tipo $y = f(\text{tempo})$.

Será dita estocástica, quando seus valores futuros só puderem ser expostos em termos probabilísticos, uma vez que a série está descrita por meio de uma relação funcional que envolve não só o tempo, mas também uma variável aleatória do tipo $y = f(\text{tempo}, \alpha)$, onde α é o tempo aleatório residual, cuja inclusão se torna necessária quando se consegue explicar completamente algum movimento irregular da série através unicamente da relação matemática (RUSSO, 1989).

Segundo Soares (1991), todos os métodos estatísticos de Séries Temporais baseiam-se na idéia de que as observações passadas da série contêm informações sobre o seu padrão de comportamento futuro. A essência desses métodos consiste em iden-

tificar o padrão da série, separando-o do ruído contido nas observações individuais, e utiliza-lo para prever os valores futuros da série.

Objetivos da análise de séries temporais (BOX & JENKINS, 1994).

- a. **Descrição** – inicia-se uma análise de séries temporais com a construção de um gráfico mostrando como o fenômeno evolui no tempo. Obtém-se também medidas descritivas simples de suas características.
- b. **Explicação** – tendo-se um conjunto de observações em duas ou mais variáveis, pode ser possível explicar o comportamento de uma função das demais.
- c. **Previsão** – a previsão do comportamento futuro da variável constitui um dos principais objetivos da análise de Séries Temporais.
- d. **Controle** – quando uma série temporal mede qualidade, o objetivo da análise pode ser de controlar o processo gerador. Uma estratégia de controle sofisticada é ajustar um modelo à série de dados, cálculos e previsões e, então tomar medidas corretivas na série “imput” para evitar que a qualidade se afaste de um nível estabelecido.

Ajustamento exponencial

Pode-se considerar ajustamento exponencial como mais uma técnica para prever valores de séries temporais (DOWNING, 1998).

O método de Holt-Winters é um dos mais utilizados para a previsão de curto prazo, devido à sua simplicidade, baixo custo de operação, boa precisão e capacidade de ajustamento automático e rápido a mudanças na série.

O modelo desenvolvido por Holt e Winters para descrever as técnicas de previsão para série temporais, isola na série até quatro fatores: nível, tendência linear, fator sazonal e um elemento residual não previsível, às vezes chamado erro aleatório. Na estimação desses fatores, usa-se o método de ajustamento exponencial, também chamado “suavização exponencial”. O nome “suavização” provém do fato de que a série, após reduzida a seus componentes estruturais, terá menor número de variações bruscas, mostrando um comportamento mais suave. O termo “exponencial” aparece porque os processos de suavização envolvem médias aritméticas ponderadas, onde os pesos decrescem exponencialmente na medida em que se avança no passado (SOARES, 1991).

1. Série globalmente constante – sem tendência

O tipo mais simples de série temporal é aquele em que os valores da série flutuam aleatoriamente

em torno de um valor fixo, sem apresentar qualquer tendência.

Um modelo razoável para esta série é

$$z_t = \mu + \varepsilon_t$$

onde z_t representa os valores da série, μ o valor do qual eles flutuam e ε_t os erros aleatórios.

Uma forma de estimar μ , chamada "suavização exponencial", consiste em supor que esta constante deve ser uma média ponderada dos valores anteriores da série, onde os pesos decaem exponencialmente na medida em que o tempo de observação fica mais distante do presente. Matematicamente temos":

$$\bar{z}_t = \alpha z_t + \alpha(1-\alpha)z_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 z_{t-2} + \dots, \quad 0 < \alpha < 1$$

ou

$$\bar{z}_t = \alpha z_t + \alpha(1-\alpha)\bar{z}_{t-1}$$

onde \bar{z}_t é denominado "valor exponencial suavizado" e α é a constante de suavização. Quanto menor for o valor de α , menor a influência de valores mais recentes na previsão (SOARES, 1991).

Segundo Downing (1998), podemos escolher o valor de α . Obviamente, vamos escolher o valor que leve às melhores previsões. Fazer $\alpha = 1$ significa que nosso valor previsto será sempre igual ao valor efetivo do último período. Isto significa ignorarmos todos os valores passados, exceto o mais recente. Fazer $\alpha = 0$ significa que nossa previsão será sempre igual ao último valor previsto. Atribuindo α um valor entre zero e 1, ficamos em uma situação de equilíbrio entre esses dois extremos.

Alguns autores recomendam a escolha de um valor α no intervalo [0,01 ; 0,3]. Esta escolha se baseia no fato de que, na construção de \bar{z}_t , a parte estável \bar{z}_{t-1} deve predominar. Nada garante, entretanto, que essa seja a melhor opção para todas as séries.

Segundo Soares (1991), uma forma de escolher α é usar os valores da série entre Z_{n1} e Z_{n2} e procurar o valor de α que minimize a soma de quadrados dos erros, de previsão um passo à frente.

$$SQE = \sum_{t=n_1}^{n_2} [Z_t - Z_{t-1}]^2$$

2. Séries que apresentam tendência

A proposta de Holt-Winters é estimar os valores

do nível e da tendência da série no instante t através das seguintes equações

$$\begin{aligned} \bar{Z}_t &= \alpha Z_t + (1-\alpha)[\bar{Z}_{t-1} + \hat{T}_{t-1}], & 0 < \alpha < 1 \\ \hat{T}_t &= \beta [Z_t - Z_{t-1}] + (1-\beta)\hat{T}_{t-1}, & 0 < \beta < 1 \end{aligned}$$

onde α e β são constantes de suavização, Z_t é o valor suavizado no tempo t e \hat{T}_t é o valor estimado da tendência no instante t.

Na primeira equação $\bar{Z}_{t-1} + \hat{T}_{t-1}$ é a melhor estimativa para o nível da série do tempo t, quando ainda estamos no tempo t-1. A estrutura da segunda equação fica clara quando observamos que $Z_t - Z_{t-1}$ é a nova estimativa da tendência, após a obtenção da observação de ordem t.

Para usar as equações acima, precisamos de valores iniciais. Usa-se adotar $Z_2 = Z_2$ e $\hat{T}_2 = Z_2 - Z_1$.

As previsões são feitas através da fórmula

$$\hat{Z}_t(h) = Z_t + h\hat{T}_t$$

onde $\hat{Z}_t(h)$ representa a previsão da observação de ordem t+h feita no tempo t.

3. Séries com sazonalidade aditiva

Se a série é formada pela soma de: nível, tendência, um fator sazonal e um erro aleatório, ou seja, se o modelo descreve o comportamento estrutural da série, as projeções dos valores futuros da série são efetuadas por meio da equação

$$\hat{Z}_t(h) = Z_t + h\hat{T}_t + \hat{F}_{t+h-ks}$$

onde t é o período atual e $k = \begin{cases} 1 & \text{se } h < s \\ 2 & \text{se } s < h < 2s \\ \dots & \dots \end{cases}$

Portanto, para calcularmos previsões de valores futuros de série, é necessário estimar o nível e a tendência da série no período atual e os valores do fator sazonal correspondente ao último período de sazonalidade. Estas estimativas são efetuadas por meio das seguintes equações:

$$\begin{aligned} Z_t &= A(Z_t - \hat{F}_{t-s}) + (1-A)(Z_{t-1} + \hat{T}_{t-1}), & 0 < A < 1 \\ \hat{F}_t &= B(Z_t - Z_t) + (1-D)\hat{F}_{t-s}, & 0 < B < 1 \\ \hat{T}_t &= C(Z_t - Z_{t-1}) = (1-C)\hat{T}_{t-1}, & 0 < C < 1 \end{aligned}$$

onde A, B e C são constantes de suavização.

Os valores iniciais escolhidos usualmente da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Z_t &= \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s Z_k, & \hat{T}_s &= 0 \\ \hat{F}_{j=1, \dots, s} &= Z_j - \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s Z_k, \end{aligned}$$

>>> *Daisi Pereira S., Roberto Amaro B. y Suzana Leitão R.*

3. Séries com sazonalidade multiplicativa

Consideremos um modelo de série sazonal, de período s , fator sazonal multiplicativo e tendência aditiva, isto é,

$$Z_t = \mu_t F_t + T_t + \epsilon_t, \quad t=1, \dots, s$$

As projeções dos valores futuros da série se fazem por meio da equação

$$\hat{Z}_t(h) = (Z_t + h\hat{T}_t)F_{t+h-ks}$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } h < s \\ 2 & \text{se } s < h < 2s \\ \vdots & \end{cases}$$

As equações de suavização propostas por Winters são

$$Z_t = A \left[\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-s}} \right] + (1-A)(Z_{t-1} + \hat{T}_{t-1}), \quad 0 < A < 1, \quad t = s+1, \dots, n$$

$$Z_t = B \left[\frac{Z_t}{Z_t} \right] + (1-B)\hat{F}_{t-s}, \quad 0 < B < 1$$

$$\hat{T} = C(Z_t - Z_{t-1}) + (1-C)\hat{T}_t, \quad 0 < C < 1$$

Os valores iniciais necessários para uso das equações de suavização são tomados como:

$$\hat{F}_j = \frac{Z_t}{\frac{1}{s} \sum_{k=1}^s Z_k}, \quad j = 1, 2, \dots, s$$

$$Z_t = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s Z_k, \quad \hat{T}_s = 0$$

Idealmente, em ambas as situações, as constantes de suavização A, B , e C devem ser escolhidas pelo critério de minimização da soma de quadrados dos erros (SQE). Ou seja, deve-se trabalhar com os valores das constantes que produzam a menor soma de quadrados dos resíduos das previsões feitas um passo à frente.

A SQE, para efeito de cálculo das constantes, deve ser calculada em intervalo tal que haja um número suficiente de elementos entre a primeira observação da série e o período inicial desse intervalo, para diminuir os efeitos de inicialização (SOARES, 1991).

RESULTADOS

Análise exploratória dos dados

O comportamento das séries, ao longo do período observado, serão analisadas primeiramente através de análise exploratória dos dados, a seguir foram analisados graficamente. Depois utilizou-se, os mé-

todos exponenciais (Holt-Winters) como ferramentas para prever a curto prazo o número de nascimentos mensais em Santo Ângelo. Para a modelagem da série e a realização das previsões foi utilizado o pacote computacional estatístico STATÍSTICA.

Foram analisados os dados relativos aos nascimentos nos três hospitais do município, Santo Ângelo, Nossa Senhora de Lurdes e Stumpfle, o primeiro da rede pública e os outros dois da rede particular, no período compreendido entre 01/07/2000 a 31/01/2004.

Através da análise exploratória dos dados, pode-se verificar algumas considerações:

No município de Santo Ângelo no período estudado, nasceram 4.336, sendo que no ano de 2000 ocorreu o maior número de nascimentos 1.413 perfazendo um total de 32,6% no total de nascimentos no período e em 2002 o menor número de nascimentos 901 o que corresponde a 20,8% do total de nascimentos no período estudado.

Na análise da série peso dos bebês verifica-se que a média ao nascer é 3104 g., e que o menor bebê nasceu 480 g. de parto normal, proveniente de um aborto espontâneo, levando o bebê ao óbito, já o maior bebê nasceu com 7855 g. de cesariana, o peso elevado deste bebê atribuí-se ao fato de sua mãe ter diabetes. Na série relativa ao tamanho do bebês ao nascerem, constata-se que em média o bebês nascem com 51 cm, e que o menor bebê nasceu com 12 cm e o maior com 59 cm.

No que tange a série dos óbitos dos bebês, os índices indicam que 2,2% do número de nascimentos, que correspondem um total de 75 óbitos, sendo que as causas das mortes são as mais variáveis possíveis, dentre as quais podemos destacar, aborto espontâneo, enforcamento pelo cordão umbilical, deslocamento da placenta, já quanto ao óbito da mãe, não tivemos casos registrados.

Na análise das idades das mães verifica-se que a mais jovem tem 12 anos e a de maior idade 53 anos, sendo que a idade média é de 27,29 anos, e que o maior número de nascimentos, ocorreu nas mães entre 18 e 24 anos, constata-se ainda que 4,9% das mães não informaram a idade.

Através da análise dos dados referentes aos tipos de partos durante o ano observamos que o número de nascimentos por parto normal é o mais constante que o número de cesarianas, pois no conto geral constatamos que em sua maioria 54,83% dos partos é normal, o que correspondem a 2.377 nascimentos, dos quais 89,66% foram pagos pelo SUS – Sistema

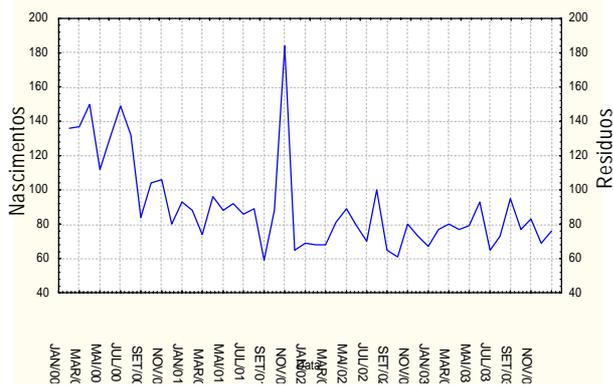


Figura 1. Gráfico representativo da série do número de nascimentos

Único de Saúde, ou seja 2.131 partos e que 10% foram pagos por convênios, o que equivale a 238 partos sendo o restante 0,34% particular, ou seja apenas 8 partos. Enquanto as cesarianas correspondem a 45,17% do total de nascimentos, ou seja 1958 partos, destes 64,28% foram pagos pelo SUS – Sistema Único de Saúde o que equivale a 1.259 nascimentos e que 34,10% foram pagos por convênios, ou seja 667 partos, apenas e 1,62% da cesarianas foram pagos os procedimentos particulares, que corresponde a 32 partos.

Constata-se ainda que durante o período nasceram 4.336 bebês deste 2.038 são meninas, o que equivale a 47% do total de nascimentos e 2.244 são meninos, correspondendo a 53% do total de nascimentos no período, ou seja a maioria, constata-se ainda que o maior número de meninos nasceu em janeiro de 2000, e que o maior número de meninas ocorreram no mês de outubro de 2001.

Após a análise exploratória dos dados, uma análise preliminar do número de nascimentos, pode ser feita observando o seu comportamento no tempo, conforme podemos observar no gráfico a seguir.

Tabela 2. Sumário dos resultados obtidos com saída automática para o MAPE da série nascimentos em Santo Ângelo – Sem Tendência

(α)	Erro Médio	Erro Médio Absoluto	Quadrado da soma	Erro M.(%)	MAPE
0,3	-0,92840	16,01224	27419,20	-5,73853	17,56905
0,4	-0,73008	15,95254	28001,39	-5,36501	17,62628
0,5	-0,60878	15,94121	29077,46	-5,14598	17,73813
0,2	-1,33652	16,42053	27561,42	-6,50891	17,88192

Tabela 1. Sumário dos resultados obtidos em Estatística Descritiva para a série de nascimentos em Santo Ângelo

Parâmetros	Valores
Média	90,333333
Erro Padrão	3,850639
Mediana	82,000000
Desvio Padrão	26,678010
Variância da Amostra	711,716300
Curtose	2,582400
Erro padrão da curtose	0,674397
Assimetria	1,619842
Erro Padrão da assimetria	0,343149
Mínimo	59,000000
Máximo	184,000000
Confiabilidade(+95%)	98,079820
Confiabilidade(-95%)	82,586850

O Gráfico da figura 1, proporciona uma visualização clara do comportamento da série do número de nascimentos no município de Santo Ângelo, no período compreendido entre 01/01/2000 a 31/12/2003, de forma geral verifica-se que os valores flutuam aleatoriamente em torno de um valor fixo, sem apresentar qualquer tendência, o que comprovaremos ou não através do ajustamento exponencial.

Observando a tabela 1, verificamos que o dados possuem uma grande variação em relação à média do conjunto, e que a curva da distribuição de frequências série possui assimetria positiva.

Modelagem

Pode-se observar na tabela a seguir os resultados obtidos através da aplicação do ajustamento exponencial sem tendência.

Para escolha do melhor modelo, verificamos qual possui o menor MAPE, logo considerando a série sem tendência, o menor valor, observado na tabela 2, é para $\alpha = 0,3$.

A seguir procede-se o ajustamento exponencial com

Tabela 3. Sumário dos resultados obtidos com saída automática para o MAPE da série nascimentos em Santo Ângelo – Com Tendência

α	β	Erro Médio	Erro Médio Absoluto	Quadrado da soma	Erro m.(%)	MAPE
0,1	0,2	2,003807	13,614	24081,61	-0,25387	14,37634
0,2	0,1	1,337527	13,90582	23280,47	-1,42654	15,16374
0,3	0,1	0,787417	14,20172	24183,60	-2,41400	15,82921
0,4	0,1	0,520694	14,51637	25678,29	-2,94060	16,37896

>>> Daisi Pereira S., Roberto Amaro B. y Suzana Leitão R.

Tabela 4. Sumário dos resultados obtidos com saída automática para o MAPE da série nascimentos em Santo Ângelo – Com Sazonalidade A

α	β	γ	Erro Médio	Erro Absoluto	M. Quadrado da soma	Erro m.(%)	MAPE
0,1	0,1	0,1	3,32435	14,85321	18814,22	0,84502	15,6066
0,1	0,1	0,2	1,97852	14,99240	18945,69	-1,00299	15,8972
0,1	0,1	0,3	0,93366	15,41459	19485,15	-2,44099	16,5688
0,2	0,1	0,1	1,59655	16,05142	19634,90	-1,62819	17,3856

Tabela 5. Sumário dos resultados obtidos com saída automática para o MAPE da série nascimentos em Santo Ângelo – Com Sazonalidade Multiplicativa

α	β	γ	Erro Médio	Erro Absoluto	M. Quadrado da soma	Erro m.(%)	MAPE
0,1	0,1	0,1	3,362028	13,82412	19018,59	0,646551	14,37654
0,1	0,1	0,2	1,993255	14,22795	19215,24	-1,22725	15,00663
0,2	0,1	0,1	1,611493	14,74384	19703,73	-1,85627	15,92798
0,1	0,1	0,3	0,920061	14,77158	19788,99	-2,69987	15,82948

tendência dos quais os resultados pode-se observar na tabela 3.

Como podemos constatar na tabela 3, considerando a série apresentando tendência, o menor MAPE encontrado foi com os fatores de amortecimento $\alpha = 0,1$ e $\beta = 0,2$.

A seguir procede-se o ajustamento exponencial com sazonalidade aditiva dos quais os resultados pode-se observar na tabela 4.

Como podemos observar na tabela 4, considerando a série com sazonalidade aditiva, o menos MAPE encontrado foi com os fatores de amortecimento $\alpha=\beta=\gamma=0,1$.

A seguir procede-se o ajustamento exponencial com

sazonalidade multiplicativa dos quais os resultados pode-se observar na tabela 5.

Comparando os valores encontrados no MAPE nas tabelas 2, 3, 4 e 5 optamos como melhor modelo, o ajustamento exponencial da série com tendência com fatores de amortecimento $\alpha = 0,1$ e $\beta = 0,2$.

Equação do modelo

$$\bar{z}_t = 0,3z_t + 0,21\bar{z}_{t-1}$$

Previsão

Após a escolha do melhor modelo para a série dos nascimentos em Santo Ângelo, efetuamos as previsões representadas na figura 2.

Os valores previstos para os nascimentos nos meses seguintes, encontram-se na tabela 4.

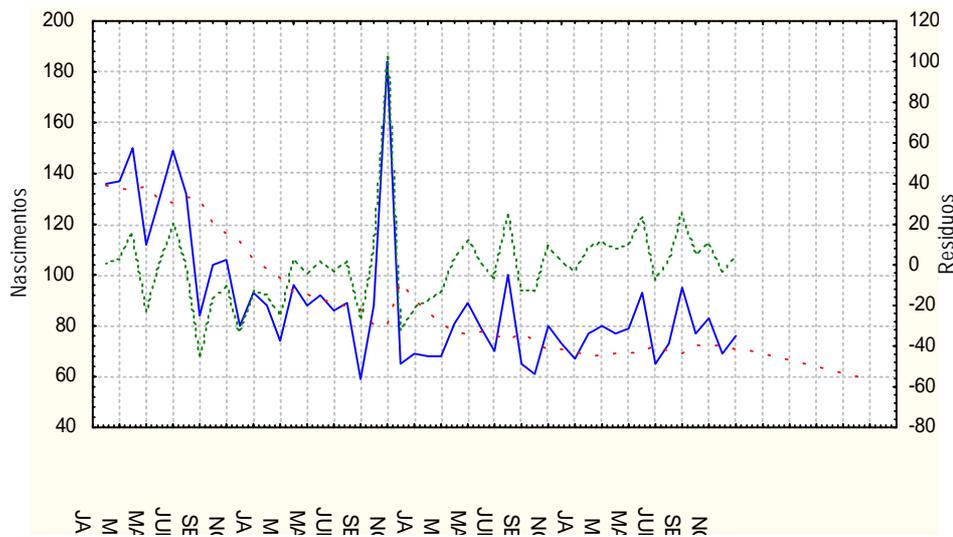


Figura 2. Gráfico representativo da previsão

Tabela 6. Sumário dos valores futuros previstos para a Série de nascimentos em Santo Ângelo

Parâmetros	Valores
Janeiro - 2004	70,3442
Fevereiro - 2004	69,0676
Março - 2004	67,7910
Abril - 2004	66,5144

CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

As análises realizadas permitem tecer alguns comentários a respeito dos dados estudados.

É fundamental escolher-se bem o modelo para a série, pois todo o processo de previsão depende dessa escolha. O melhor instrumento para tal escolha é a análise do gráfico da série, que deve sempre antecipar-se a qualquer estudo.

Numa análise preliminar do gráfico da série de nascimento em Santo Ângelo, observamos que de forma geral verifica-se que os valores flutuam aleatoriamente em torno de um valor fixo, sem apresentar qualquer tendência.

Fazendo uma análise do trabalho realizado em Ajustamento Exponencial, optamos pelo fator de amortecimento que apresentou um Erro Percentual Absoluto Médio de Previsão (MAPE), $\alpha = 0,1$ e $\beta = 0,2$.

O modelo proposto indica que a série apresenta tendência, mesmo que inicialmente tenha se apresentada mascarada.

REFERÊNCIAS

1. Bronstrup, Lélia Teresinha. Análise do fluxo de caminhões que trafegam no porto internacional de

Porto Xavier. Santo Ângelo: URI, 2000. Monografia de Especialização, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, 2000.

2. Downing, Douglas & CLARK, Jeffrey. Estatística Aplicada. São Paulo: Saraiva, 1998.
3. Mattos, Viviane Leite Dias de. Utilização Do Método Holt-Winters Para Previsão Do Leite Entregue Às Indústrias Catarinenses. Disponível em <<http://www.qualimetria.ufsc.br/>> Acesso em: 20 fev. 2004.
4. Makridakis, S. G.; Wheel Wright, S. C.; Hyndman, R. J. Forecasting: methods and applications. 3 ed. New York: John Willey & Sons, 1998. 642p.
5. Moretim, Pedro Alberto; Toloy, Célia. Modelos para previsão de Série Temporais. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro: 1981.
6. Silva, E.M. & Gonçalves, V. Estatística. Ed. Atlas. São Paulo. 1996.
7. Soares, José F.; Farias, Alfredo A; Cesar, Cibele C.. Introdução à Estatística. Rio de Janeiro: Guanabara, 1991.
8. Souto, Daise; RUSSO, Suzana. Verificação da Normalidade da Série de Nascimentos no Município de Santo Ângelo através da estatística Não-Paramétrica. Santo Ângelo: URI, 2000. Monografia de Especialização, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e da Missão URI, 2000.
9. Vechia, Vera Lúcia Prinazzo Dalla. Análise da Série Representativa do número de consultas na unimed Missões através dos pacotes computacionais: Excel e Statística. Santo Ângelo: URI, 1999. Monografia de Especialização, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, 1999.