

# Desarrollo de un modelo de optimización de los procesos productivos de un laboratorio farmacéutico aplicando programación lineal entera mixta con múltiples objetivos

Recepción Enero 2009/ Aceptación Julio 2009

Dante Cuadros Segovia<sup>1</sup>  
 Miguel Mejía Puente<sup>2</sup>

## RESUMEN

El presente artículo trata sobre la aplicación de un modelo de programación lineal entera mixta con múltiples objetivos al sistema productivo de un laboratorio farmacéutico, con la finalidad de mejorar la toma de decisiones al planificar la producción. Comprende la descripción del caso de estudio, los supuestos considerados, la formulación del modelo y los resultados del mismo.

**PALABRAS CLAVE:** Programación lineal entera mixta, múltiples objetivos, programa de producción.

OPTIMIZED MODEL DEVELOPMENT OF A  
 PRODUCTION PROCESS IN A PHARMACEUTICAL  
 LABORATORY APPLYING INTEGER MIX LINEAR  
 PROGRAMMING WITH MULTIPLE OBJECTIVES

## ABSTRACT

The present article tries on the application of a model of mixed integer linear programming with multiple objectives for the planning of the production system of a pharmaceutical laboratory, with the purpose of improving the taking of decisions when planning the production. It understands the description of the case of study, the considered suppositions, formulation of the model and the results of the same one.

**KEYWORDS:** Mixed integer linear programming, multiply objectives, schedule production.

## INTRODUCCIÓN

La experiencia juega un papel importante en la toma de decisiones, sin embargo, es más efectivo combinarla con el análisis científico para obtener resultados que sean más confiables (Winston, 2006; Hillier y Lieberman, 2005). En esta investigación se analiza la planificación de la producción de Laboratorios S.A.C., labor que se realiza de manera empírica; además, la demanda de los productos elaborados es muy volátil, dificultando el cumplimiento de cualquier plan de producción, la ejecución de políticas de priorización en la atención de clientes ocasiona que se generen una serie de problemas tales como: bajo nivel de respuesta a la demanda de los clientes, empleo de horas extras, deficiente asignación de recursos e inadecuada utilización de las máquinas. Todas estas razones constituyen una oportunidad de mejora del proceso de planificación de la producción, para lo cual es posible emplear la programación lineal con múltiples objetivos. Se desarrolla un modelo que propone un plan de producción que cumple con la atención de los pedidos recibidos durante un período de tiempo determinado y con los pedidos pendientes al inicio de dicho período.

## 1. CASO DE ESTUDIO

El modelo de programación lineal entera con objetivos múltiples presentado a continuación determina el plan de producción para un mes determinado en la empresa Laboratorios S.A.C. Se recopiló toda la información necesaria de las áreas de producción y ventas. Se analizaron más de trescientas órdenes de compra recibidas en el mes previo y su nivel de atención para el mes en estudio.

Los productos elaborados por Laboratorios S.A.C. se clasifican en esterilizados y no esterilizados. Los productos esterilizados son 39: 27 soluciones, 6 suspensiones, 1 gel y 5 ungüentos. Los productos no esterilizados son 11: 4 soluciones tópicas, 2 suspensiones orales, 1 loción y 4 cremas. La información de los pedidos pendientes de entrega fue proporcionada por el área Comercial. La empresa fabrica los productos y los envases y materiales de embalaje necesarios para los productos (etiquetas

<sup>1</sup> Ingeniero Industrial, PUCP, Analista de Proyectos, BBVA Banco Continental. E-mail: dcuadros@pucp.edu.pe

<sup>2</sup> Doctor en Ingeniería Industrial, UNMSM, Profesor del Departamento de Ingeniería, PUCP. E-mail: miguel.mejia@pucp.edu.pe

Desarrollo de un modelo de optimización de los procesos productivos de un laboratorio farmacéutico aplicando programación lineal entera mixta con múltiples objetivos

y cajas). Los costos de producción de los productos farmacéuticos consideran costos de mano de obra directa, materia prima, material de envasado y empaque. La información de los costos variables unitarios por producto tanto en horario diurno como en horario extra fue proporcionada por el área de Contabilidad.

Cada producto está compuesto por dos tipos de elementos denominados principios activos y excipientes. En este sentido, para las restricciones de balance y materia prima disponible, sólo tendremos en cuenta los principios activos de cada producto, puesto que los excipientes son de menor importancia, dado que son más baratos y son productos nacionales. Las soluciones, lociones y suspensiones deben tener un frasco, una tapa y un tapón. Los ungüentos, gel y cremas requieren de un tubo y una tapa. La información de los requerimientos de los principios activos en cada producto y la cantidad disponible de cada principio activo fue proporcionada por el área de Producción. Asimismo, la información de los productos terminados y los envases disponibles fue proporcionada por esta área.

Los tiempos unitarios de envasado de frascos y tubos en minutos por unidad por cada operador son 0,48 y 0,50 respectivamente, lo cual representa una capacidad de proceso de 6 000 y 5 760 unidades respectivamente por día de trabajo en horario diurno. Todo producto que ingresa a este proceso debe ser envasado el mismo día que se fabricó, pues la mezcla a envasar pasa directamente de los tanques a los envases, es decir, de no envasarse todo el producto no se podría fabricar al día siguiente. Además, existe una restricción de disponibilidad de espacio en las salas de envasado; por lo que en cada área de fabricación, tanto estéril como no estéril, sólo pueden ingresar a envasar seis obreros. Respecto al proceso de embalaje, los tiempos de embalaje para cada frasco y tubo son 0.46 y 0.47 minutos, respectivamente. En este proceso se asignan a siete obreros. Otra restricción importante, implementada para garantizar la calidad de los productos, es la preparación previa de esterilización. La política de producción es que sólo un tipo de producto se fabrique en un día de trabajo en cada una de sus líneas, uno en la línea estéril y otro en la línea no estéril. La información referida a los requerimientos de materia prima para cada tipo de envase y la cantidad disponible de materia prima para los envases fue proporcionada por el área de Producción. Asimismo, la información referida a las tasas de fabricación de las máquinas empleadas en la producción de frascos, tubos, tapas y tapones fue proporcionada por esta área. La planta trabaja

un turno por día, y tiene la posibilidad de trabajar tiempo adicional si la situación lo requiere. El turno regular es de ocho horas (sin incluir el tiempo de refrigerio); los trabajadores se quedan dos horas más para dejar los ambientes aptos para la producción del día siguiente. En el caso de programarse horas extras, el tiempo máximo es de cuatro horas diarias.

## 2. SUPUESTOS DEL MODELO

A continuación se detallan los supuestos del modelo de programación lineal entera con objetivos múltiples a desarrollar.

- El modelo incorpora uno de los principios de la filosofía *Just in Time*, que es optimizar la utilidad disminuyendo el exceso de existencias con la finalidad de asignar de mejor manera el presupuesto para la adquisición de materia prima.
- El período de estudio es de un mes, para el cual se determinará un programa de producción. Sólo se tomarán en cuenta las materias primas y productos terminados disponibles al inicio del mes de estudio.
- Las materias primas tomadas en cuenta en el modelo serán los principios activos (componente básico de cada producto), pigmento blanco y polietileno para la elaboración de material de envase. No se tomarán en cuenta los excipientes por su bajo *lead time* y desabastecimiento casi nulo.
- Se definirá un precio de venta unitario que varía en función al producto y al cliente a quien va dirigido, debido a la política diferenciada de negociación por parte de la empresa con sus clientes. En el caso de que se presentaran precios unitarios diferentes de un mismo producto en los diferentes pedidos efectuados por un mismo cliente, se definirá un solo pedido acumulado con un precio unitario único para ese producto calculando la media ponderada.
- Para el cálculo del costo variable unitario por producto se han considerado los costos de materia prima, material de envasado, material de embalaje y mano de obra directa.
- La línea de embalaje no se modela debido a que su cadencia es mucho mayor que los otros procesos, nunca se encuentra desabastecida y la disponibilidad de sus productos terminados (cajas y etiquetas) no es factor de decisión en la elaboración del programa de producción, puesto que en caso no se tengan estos materiales, los productos que se elaboren y se envasen, son almacenados hasta que sean embalados.
- La prioridad que tiene cada producto de ser

producido para inventario de productos terminados, se establecerá en función de las ventas esperadas en soles en el mes de estudio.

### 3. FORMULACIÓN DEL MODELO

#### Parámetros

$d_{ij}$ : pedidos del producto  $i$  del cliente  $j$   
 $dp_{ij}$ : pedidos pendientes del producto  $i$  del cliente  $j$   
 $p_{ij}$ : precio unitario del producto  $i$  destinada el cliente  $j$  (soles/unidad)  
 $c_i$ : costo unitario del producto  $i$  en horario diurno (soles/unidad)  
 $ch_i$ : costo unitario del producto  $i$  en horario extra (soles/unidad)  
 $pif_i$ : valor que permite priorizar la fabricación del producto  $i$  destinado al almacén de productos terminados (soles/unidad)  
 $pmp$ : valor que permite priorizar la fabricación de envases en horario diurno  
 $vc_i$ : valor de conversión del producto  $i$  (gramos = unidades, mililitros = unidades)  
 $xapt_i$ : inventario inicial del producto  $i$  (unidades)  
 $yampi_k$ : inventario inicial de la materia prima  $k$  (gramos)  
 $cmxf$ : capacidad máxima diaria de producción de productos que se envasan en frascos en horario diurno  
 $cmxt$ : capacidad máxima diaria de producción de productos que se envasan en tubos en horario diurno  
 $cmxfhh$ : capacidad máxima diaria de producción de productos que se envasan en frascos en horario extra  
 $cmxthh$ : capacidad máxima diaria de producción de productos que se envasan en tubos en horario extra  
 $Tf$ : velocidad de envasado de productos en frascos (minutos/unidad)  
 $Tt$ : velocidad de envasado de productos en tubos (minutos/unidad)  
 $Taf$ : velocidad de embalado de productos en frascos (minutos/unidad)  
 $Tat$ : velocidad de embalado de productos en tubos (minutos/unidad)  
 $Tacon$ : tiempo disponible diario en proceso de embalado en horario diurno (minutos)  
 $Thacon$ : tiempo disponible diario en proceso de embalado en horario extra (minutos)  
 $eampi_h$ : inventario inicial de materia prima  $h$  (kilogramos)  
 $vc_m$ : variable de conversión del producto  $m$  (gramos = unidades)  
 $ets_{qm}$ : velocidad de la máquina de soplado  $q$  para producir el producto  $m$  minutos/unidad)

$etsenva_q$ : tiempo disponible de la máquina de soplado  $q$  en horario diurno (minutos)  
 $etshenva_q$ : tiempo disponible de la máquina de soplado  $q$  en horario extra (minutos)  
 $eti_{qm}$ : velocidad de la máquina de inyección  $q$  para producir el producto  $m$  (minutos/unidad)  
 $etienva_q$ : tiempo disponible de la máquina de inyección  $q$  en horario diurno (minutos)  
 $etihenva_q$ : tiempo disponible de la máquina de inyección  $q$  en horario extra (minutos)  
 $eapt_m$ : inventario inicial de productos de envase tipo  $m$

#### Variables de decisión

$x_{ij}$ : cantidad producida de producto  $i$  destinada al cliente  $j$  (horario diurno)  
 $xhh_{ij}$ : cantidad producida de producto  $i$  destinada al cliente  $j$  (horario extra)  
 $z_{id}$ : decisión de producir el producto  $i$  el día  $d$   
 $vap_{ij}$ : cantidad vendida de producto  $i$  destinado al cliente  $j$  (pedidos pendientes)  
 $va_{ij}$ : cantidad vendida de producto  $i$  destinado al cliente  $j$  (pedidos del mes analizado)  
 $xaptf_i$ : inventario final de producto  $i$   
 $xpti_{ij}$ : inventario inicial de producto  $i$  destinada al cliente  $j$   
 $y_{ki}$ : cantidad de gramos de materia prima  $k$  destinada a la fabricación del producto  $i$   
 $efrascad$ : frascos de alta densidad necesarios para proceso de envasado  
 $etapafad$ : tapas de alta densidad para frascos necesarios para proceso de envasado  
 $etaponad$ : tapones de alta densidad necesarios para proceso de envasado  
 $efrascbd$ : frascos de baja densidad necesarios para proceso de envasado  
 $etapafbd$ : tapas de baja densidad para frascos necesarios para proceso de envasado  
 $etaponbd$ : tapones de baja densidad necesarios para proceso de envasado  
 $etubosad$ : tubos de alta densidad necesarios para proceso de envasado  
 $etubosbd$ : tubos de baja densidad necesarios para proceso de envasado  
 $etapatad$ : tapas de alta densidad para tubos necesarios para proceso de envasado  
 $etapatbd$ : tapas de baja densidad para tubos necesarios para proceso de envasado  
 $e_{hm}$ : cantidad de kilogramos de materia prima  $h$  de envases destinadas a fabricar los productos de envase tipo  $m$   
 $e_m$ : cantidad de producto  $m$  a producir en horario diurno  
 $ehh_m$ : cantidad de producto  $m$  a producir en horario extra

Desarrollo de un modelo de optimización de los procesos productivos de un laboratorio farmacéutico aplicando programación lineal entera mixta con múltiples objetivos

Aetiq: etiquetas necesarias  
 Acaja: cajas necesarias

**Función objetivo**

Minimiza las desviaciones de seis objetivos  
 Minimizar  $Z = M_1 * U_1 + M_2 * U_2 + M_3 * U_3 + M_4 * U_4 + M_5 * V_5 + M_6 * U_6$

Los objetivos en orden de prioridad son:

1. Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos pendientes de instituciones públicas.
2. Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos de instituciones públicas demandados en el mes de estudio.
3. Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos pendientes de cadenas de farmacias, mayoristas y pequeñas farmacias.
4. Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos de cadenas de farmacias, mayoristas y pequeñas farmacias demandados en el mes estudiado.
5. Minimizar la producción de material de envase para reducir costos en esta línea.
6. Maximizar el grupo de productos terminados que se deben tener en inventario.

**Restricciones de metas**

Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos pendientes de instituciones públicas

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^2 (p_{ij} * vap_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^2 (c_i * x_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^2 (chh_i * xhh_{ij}) + U_1 - V_1 = 1000000$$

Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos de instituciones públicas demandados en el mes estudio

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^2 (p_{ij} * vap_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^2 (c_i * x_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^2 (chh_i * xhh_{ij}) + U_2 - V_2 = 1000000$$

Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos pendientes de cadenas de farmacias y distribuidores

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=3}^{13} (p_{ij} * vap_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=3}^{13} (c_i * x_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=3}^{13} (chh_i * xhh_{ij}) + U_3 - V_3 = 1000000$$

Maximizar la utilidad sin costos fijos considerando únicamente los pedidos de cadenas de farmacias,

mayoristas y doctores particulares demandados en el mes estudiado

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=3}^{13} (p_{ij} * vap_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=3}^{13} (c_i * x_{ij}) - \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=3}^{13} (chh_i * xhh_{ij}) + U_4 - V_4 = 1000000$$

Minimizar la producción de productos de la línea de envases para reducir costos en esta línea

$$\sum_{m=1}^{10} (e_m + pmp * ehm_m) - V_5 = 0$$

Maximizar el grupo de productos terminados que se deben tener en inventario

$$\sum_{i=1}^{50} (pif_i * xapf_i) + U_6 - V_6 = 1000000$$

**Restricciones estructurales**

• Línea de manufactura del producto

Atención de la demanda  
 $xapti_{ij} + x_{ij} + xhh_{ij} \leq d_{ij} \quad \forall_i = 1, \dots, 50. \quad \forall_j = 1, \dots, 13.$

Relación entre los productos fabricados y los pedidos atendidos  
 $xapti_{ij} + x_{ij} + xhh_{ij} - va_{ij} - vap_{ij} = 0 \quad \forall_i = 1, \dots, 50. \quad \forall_j = 1, \dots, 13.$

Atención de los pedidos que están pendientes de entrega  
 $vap_{ij} \leq dp_{ij} \quad \forall_i = 1, \dots, 50. \quad \forall_j = 1, \dots, 13.$

Disponibilidad de materia prima

$$\sum_{i=1}^{50} y_{ki} \leq yampi_k \quad \forall_k = 1, \dots, 32.$$

Disponibilidad de producto terminado

$$\sum_{j=1}^{13} xapti_{ij} \leq xapti_i \quad \forall_i = 1, \dots, 50.$$

Balance entre materias primas y productos terminados

$$y_{ki} = [ \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + xhh_{ij}) + xapf_i ] * vc_i \quad \forall_k = 1, \dots, 32. \quad \forall_i = 1, \dots, 50.$$

Fabricación de un solo un tipo de producto por día en cada área: estéril y no estéril

$$\sum_{i=1}^{50} z_{id} = 1 \quad \forall_d = 1, \dots, 23. \quad \forall_i: \text{ productos estériles.}$$

$$\sum_{i=1}^{50} z_{id} \leq 1 \quad \forall_d = 24, \dots, 31. \quad \forall_i: \text{ productos estériles.}$$

$$\sum_{i=1}^{50} z_{id} = 1 \quad \forall_d = 1, \dots, 23. \quad \forall_i: \text{ productos no estériles.}$$

$$\sum_{i=1}^{50} z_{id} \leq 1 \quad \forall_d = 24, \dots, 31. \quad \forall_i: \text{ productos no estériles.}$$

Producción mínima y máxima (considera productos estériles y no estériles)

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{ij}) + x_{aptf_i} - c_{maxf} * \sum_{d=1}^{31} z_{id} \leq 0 \quad \forall_i: \text{ productos}$$

que se envasan en frascos.

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{ij}) + x_{aptf_i} - \sum_{d=1}^{31} z_{id} \geq 0 \quad \forall_i: \text{ productos que se}$$

envasan en frascos.

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{ij}) + x_{aptf_i} - c_{maxt} * \sum_{d=1}^{31} z_{id} \leq 0 \quad \forall_i: \text{ productos}$$

que se envasan en tubos.

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{ij}) + x_{aptf_i} - \sum_{d=1}^{31} z_{id} \geq 0 \quad \forall_i: \text{ productos que se}$$

envasan en tubos.

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{hh_{ij}}) - c_{maxfh} * \sum_{d=1}^{31} z_{id} \leq 0 \quad \forall_i: \text{ productos}$$

que se envasan en frascos.

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{hh_{ij}}) - \sum_{d=1}^{31} z_{id} \geq 0 \quad \forall_i: \text{ productos que se}$$

envasan en frascos.

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{hh_{ij}}) - c_{maxth} * \sum_{d=1}^{31} z_{id} \leq 0 \quad \forall_i: \text{ productos}$$

que se envasan en tubos.

$$\sum_{j=1}^{13} (x_{hh_{ij}}) - \sum_{d=1}^{31} z_{id} \geq 0 \quad \forall_i: \text{ productos que se}$$

envasan en tubos.

Requerimiento de envases (proceso de envasado)

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{efrascad}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{efrascbd}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etapafad}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etapafbd}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etubosad}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etubosbd}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etaponad}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etaponbd}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etapatad}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{etapatbd}$$

Capacidad del proceso de embalado

$$T_{af} * \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{aptf_i}) + T_{at} * \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{aptf_i}) \leq \text{tacon}$$

$$* \sum_{i=1}^{50} \sum_{d=1}^{31} z_{id}$$

$$T_{af} * \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} x_{hh_{ij}} + T_{at} * \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} x_{hh_{ij}} \leq \text{thacon} * \sum_{i=1}^{50} \sum_{d=1}^{31} z_{id}$$

Requerimiento de material de embalado

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{aeti}$$

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^{13} (x_{ij} + x_{hh_{ij}} + x_{aptf_i}) \leq \text{acaja}$$

• Línea de productos de envase

Disponibilidad de materia prima

$$\sum_{m=1}^{10} e_{hm} \leq e_{ampi_h} \quad \forall_h = 1, \dots, 5$$

Balance entre materias primas y productos terminados

$$e_{hm} = (e_m + e_{hh_m}) * v_{c_m} \quad \forall_h = 1, \dots, 5. \quad \forall_m = 1, \dots, 10.$$

Capacidad del proceso de soplado

$$\sum_{m=1}^{10} (e_m * e_{ts_{qm}}) \leq e_{tsenva_q} * \sum_{i=1}^{50} \sum_{d=1}^{31} z_{id} \quad \forall_q = 1, \dots, 3.$$



Desarrollo de un modelo de optimización de los procesos productivos de un laboratorio farmacéutico aplicando programación lineal entera mixta con múltiples objetivos

$$\sum_{m=1}^{10} (ehh_m * ets_{qm}) \leq etshenva_q * \sum_{i=1}^{50} \sum_{d=1}^{31} z_{id} \quad \forall q = 1, \dots, 3.$$

Capacidad del proceso de inyección

$$\sum_{m=1}^{10} (e_m * eti_{qm}) \leq etienva_q * \sum_{i=1}^{50} \sum_{d=1}^{31} z_{id} \quad \forall q = 1, \dots, 3.$$

$$\sum_{m=1}^{10} (ehh_m * eti_{qm}) \leq etihenva_q * \sum_{i=1}^{50} \sum_{d=1}^{31} z_{id} \quad \forall q = 1, \dots, 3.$$

Relación entre los productos fabricados y los productos requeridos para el proceso de envasado

$$e_1 + eh_1 + eapti_1 = efrascad$$

$$e_2 + eh_2 + eapti_2 = efrascbd$$

$$e_3 + eh_3 + eapti_3 = etapafad$$

$$e_4 + eh_4 + eapti_4 = etapafbd$$

$$e_5 + eh_5 + eapti_5 = etubosad$$

$$e_6 + eh_6 + eapti_6 = etubosbd$$

$$e_7 + eh_7 + eapti_7 = etaponad$$

$$e_8 + eh_8 + eapti_8 = etaponbd$$

$$e_9 + eh_9 + eapti_9 = etapatad$$

$$e_{10} + eh_{10} + eapti_{10} = etapatbd$$

4. RESULTADOS DEL MODELO

El plan de producción generado por el modelo, obtiene una utilidad de S/. 62 188,11 por encima de los resultados reales de la empresa para el mes estudiado. Esto se aprecia en la Tabla 1.

TABLA 1. COMPARACIÓN DE UTILIDADES

Tipos de pedidos	Utilidad Esperada	Utilidad Real	Utilidad obtenida por el modelo
Pedidos pendientes de instituciones públicas, cadenas de farmacias, mayoristas, pequeñas farmacias	S/. 226 749,77	S/. 203 841,37	S/. 226 754,00
Pedidos del mes estudiado de instituciones públicas, cadenas de farmacias, mayoristas, pequeñas farmacias	S/. 382 887,41	S/. 299 905,77	S/. 339 181,25
Total	S/. 609 637,18	S/. 503 747,14	S/. 565 935,25

De igual forma, el modelo nos proporciona las unidades producidas, las utilizadas y el inventario final de los productos elaborados en la línea de envases. En la Tabla 2 se observa que los niveles de inventario al final del mes en estudio son cero excepto en dos envases.

Finalmente, en la Tabla 3 se indica la cantidad de unidades producidas y el inventario final de cada producto. Se observa que los niveles de inventario al final del mes en estudio son cero excepto en cinco productos.

CONCLUSIONES

Las principales conclusiones son:

- El programa de producción obtenido por el modelo de programación lineal entera con objetivos múltiples permite obtener una utilidad adicional (sin considerar costos fijos), con respecto a la utilidad obtenida por el programa de producción

establecido por la empresa estudiada, de S/. 62 188; incrementando de 82,6% a 92,3% el nivel de atención a la demanda.

- Los resultados obtenidos indican que los niveles de inventarios de los productos terminados en las dos líneas estudiadas son casi nulos.
- Si se reformula la política de los inventarios de materias primas se puede emplear el modelo matemático para estimar un mejor nivel de ingresos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. HILLIER, Frederick S. y LIEBERMAN, Gerald J. (2006). Introducción a la Investigación de Operaciones. McGraw-Hill. México. Octava edición.
2. WINSTON, Wayne L. (2005). Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos. Thomson. México. Cuarta edición.

TABLA 2. INVENTARIO DE PRODUCTOS EN LA LÍNEA DE ENVASES

Código envase	Producto	Inventario inicial	Unidades producidas	Unidades utilizadas	Inventario final
e1	Frasco de alta densidad	25 000	0	25 000	0
e2	Frasco de baja densidad	40 000	0	40 000	5 116
e3	Tapa para frascos de alta densidad	25 000	0	25 000	0
e4	Tapa para frascos de baja densidad	20 000	14 884	34 884	0
e5	Tapón para frascos de alta densidad	30 000	0	30 000	5 000
e6	Tapón para frascos de baja densidad	30 000	4 884	34 884	0
e7	Tubo alta densidad	2 000	13 101	15 101	0
e8	Tubo baja densidad	1 200	13 925	15 125	0
e9	Tapa para tubos de alta densidad	1 500	13 601	15 101	0
e10	Tapa para tubos de baja densidad	1 800	13 325	15 125	0

TABLA 3.- INVENTARIO DE PRODUCTOS EN LA LÍNEA DE MANUFACTURA

Código producto	Descripción del Producto	Presentación	Inventario inicial	Unidades producidas	Unidades vendidas	Inventario final
1	Aciprovir 3%	tubo x 3.5gr	160	232	392	0
2	Atropina 1%	frasco x 5ml	100	115	215	0
7	Cityll-e	tubo x 12gr	200	6 282	392	6 090
9	Clorin	frasco x 5ml	2 100	8 137	10 237	0
10	Clorin 250 mg / 5 ml	frasco x 60ml	80	784	864	0
11	Clorinex	frasco x 5ml	0	15	15	0
12	Diproderm	tubo x 20gr	40	25	65	0
14	Floril n.f.	frasco x 15ml	1 320	6 001	6 902	419
15	Floril n.f.	frasco x 8ml	2 600	9 472	12 072	0
16	Framidex n.f.	frasco x 2.5ml	1 620	6 834	8 454	0
17	Gentamicina 0.3%	frasco x 5ml	800	5 122	5 922	0
18	Gentamicina 0.3%	tubo x 3.5gr	1 450	327	1 777	0
19	Hard & Soft cleaner	frasco x 15ml	0	0	0	0
20	Humed	frasco x 15ml	2 700	14 639	17 339	0
21	Kenaderm-l	frasco x 60ml	290	0	290	0
22	Lágrimas isotónicas	frasco x 15ml	620	90	710	0
23	Lanciprodex	frasco x 5ml	0	20	20	0
24	Lanciprox	frasco x 5ml	1 350	4 714	6 064	0
27	Lubrifiilm	frasco x 60ml	0	0	0	0
29	Naphavit	frasco x 15ml	120	2 307	142	2 285
30	Neotrol n.f.	frasco x 5ml	120	0	120	0
31	Orbi	frasco x 15ml	910	262	1 172	0
32	Otidol n.f.	frasco x 5ml	0	0	0	0
33	Prednisolona 1%	frasco x 5ml	40	6	46	0
34	Predso	frasco x 5ml	320	104	424	0
36	S-10	frasco x 12ml	380	1 302	1 682	0
39	Terramisol-a	tubo x 6gr	100	5 683	5 783	0
41	Tetralan	tubo x 6gr	1 340	8 883	10 223	0
43	Timolol 0.5%	frasco x 5ml	51	0	51	0
44	Timox	frasco x 5ml	752	0	752	0
45	Tobrazol	frasco x 5ml	105	70	175	0
46	Tobrazol dx	frasco x 5ml	333	0	27	306
47	Tropicamida 1%	frasco x 15ml	250	255	505	0
48	Vistagel	tubo x 12gr	1 600	8 793	10 393	0
49	Xalaprost	frasco x 2.5ml	520	143	663	0
50	Xalaprostol	frasco x 2.5ml	1 060	0	15	1 045