

Análisis de variables en el diseño de pilares para sostenimiento minero subterráneo

PILLAR DESIGN VARIABLES FOR UNDERGROUND MINING SUPPORT

Oswaldo Ortiz Sánchez*, Gudelia Canchari Silverio*

RECIBIDO: 14/10/2013– APROBADO: 20/11/2013

RESUMEN

El buen diseño de pilares es de gran importancia para brindar sostenimiento de bajo costo y alta seguridad por largos periodos en la explotación minera subterránea. Es por lo tanto fundamental conocer las variables que influyen el comportamiento de los pilares subterráneos. Este estudio analiza las posibles variables que inciden en la resistencia y en la generación de esfuerzos de los pilares subterráneos en modelos de dos dimensiones. El material utilizado para pruebas de laboratorio consta de placas transparentes birrefringentes sensibles a esfuerzos de compresión, tensión y corte. Ante la acción de esfuerzos, la placa genera bordes o franjas que representan niveles calibrados de esfuerzo. A mayor número de bordes mayor nivel de concentración de esfuerzo. Se calcula el grado de importancia de cada posible variable por correlación multilínea desarrollando el modelo para el diseño del pilar. La información requerida se obtiene por experimentación mediante pruebas de laboratorio simulando la excavación con el uso del polariscopio. A la información generada se aplica regresión y correlación múltiple para medir el comportamiento de la variable dependiente (resistencia o esfuerzo del pilar), en función de las variables independientes y de las interrelaciones entre variables independientes y la variable dependiente. Se obtuvieron dos modelos analíticos que pueden aplicarse en el dimensionamiento de pilares para sostenimiento minero subterráneo.

Palabras clave: Pilar, concentración de esfuerzos, nivel de extracción, predicción de esfuerzos, variables

ABSTRACT

Reliable pillar design is of great importance for low cost and safe underground mining support for long periods of time in underground exploitation.

This study analyses pillar variables which have a bearing on underground pillar resistance and stress generation. Two dimensional models were prepared and tested simulating underground mining excavations supported by pillars. Laboratory tests were performed on transparent doubly refracting plates tested in the field of a plane polarized light of a polariscope. On compression the plate generates fringes of many orders which have values in terms of shear. The level of importance of each variable is obtained by correlation and regression analysis of the data. Values of the pillar stress was generated as a function of each of the independent variables and also as a function of the inter relationships of independent variables and the influence of each of these variables on the dependent variable. Two analytical models were obtained. These expressions can be used in underground mining pillar design.

Key words: Pillar, stress concentration, extraction ratio, stress prediction, variables

* Docente de la Escuela Académico Profesional de Ingeniería de Minas. E-mail: www.osoos1990@gmail.com

I. INTRODUCCIÓN

Un pilar es un elemento fundamental de sostenimiento de labores mineras subterráneas. Es el sistema de más bajo costo comparado con cualquier otro tipo de sostenimiento (madera, pernos de acero, cerchas, concreto rociado, concreto monolítico, relleno hidráulico, relleno detrítico, relleno en pasta, etc). Puede instalarse en labores mineras horizontales como en el minado por cámaras y pilares aplicado a mantos horizontales y de baja pendiente, o en tajeos generados en cuerpos minerales tabulares de gran inclinación (tipo veta). El pilar puede ser de tipo temporal o permanente, en roca estéril o en mineral. Si es un pilar de roca estéril no hay que preocuparse excepto por su estabilidad y competencia. Pero, si es un pilar de mineral podría “amarrar” valores por lo que debe planearse su recuperación en el futuro cercano y esto dependerá de si el valor del mineral recuperable contenido en el pilar es mayor que el costo total de producción del metal vendible más los gastos de reemplazo del pilar por otros tipos de sostenimiento.

No se conocen estudios recientes sobre diseño de pilares en la minería metálica subterránea. Estudios sobre esfuerzos en pilares fueron efectuados entre los años 1960 y 1970 en minas subterráneas de carbón en Norteamérica y África del Sur. Estos yacimientos son generalmente de tipo mantos horizontales donde se prefiere el método de minado por cámaras y pilares sin relleno. El resultado es el pronóstico del esfuerzo o resistencia de un pilar basado en el porcentaje de extracción del mineral de un horizonte determinado.

El conocimiento del comportamiento del pilar es limitado y su diseño se basa en la experiencia y el buen juicio. La medición de los esfuerzos y el cálculo de la capacidad portante son complejos e imprecisos. No se tienen equipos geo mecánicos que nos reporten con precisión la distribución tridimensional de los esfuerzos en pilares debido a que intervienen gran número de factores y variables de difícil medición.

II. OBJETIVO DEL ESTUDIO

Identificar las variables y el orden de importancia de estas en el cálculo de un pilar de sostenimiento minero subterráneo. Deducir modelos simplificados para el cálculo de la resistencia o esfuerzo de un pilar basado en variables independientes significativas que pueda aplicarse al diseño confiable de un pilar como elemento básico de sostenimiento en interior mina. Probar este modelo comparando el esfuerzo pronosticado con mediciones reales efectuadas en el campo.

III. DESARROLLO DEL ESTUDIO

La investigación consiste en pruebas de laboratorio en placas de material plástico transparente calibrado y el uso del polariscopio simulando la excavación subterránea con pilares y sometándolo a compresión uni axial y biaxial.

La información recopilada en el laboratorio se usa para desarrollar dos modelos para calcular los esfuerzos en pilares en función de sus variables para lo cual se aplica correlación y regresión multilínea estableciendo

la interdependencia entre pares de variables y el nivel de importancia o peso de cada variable influyente en la generación del esfuerzo del pilar. La determinación del grado de interdependencia entre variables independientes nos permite eliminar variables pares de igual peso usando solo una de ellas en el modelo.

Se genera modelos con variables independientes que tengan gran peso sobre el esfuerzo o resistencia del pilar y que contribuyan al cálculo de su resistencia.

3.1 Condiciones generales

Los esfuerzos generados en labores subterráneas se deben a la combinación de 3 componentes: Fuerza gravitacional debido al peso de la sobrecarga, fuerza residual debida a perturbaciones de la corteza terrestre y esfuerzos generados en la excavación minera. Los modelos que se usen para generar datos deben representar estas condiciones de la excavación, algo que todavía no ha sido posible superarlo. En modelos, se asume las siguientes condiciones: Homogeneidad, isotropía, linealidad y elasticidad. Estas condiciones se cumplen parcialmente en modelos del macizo rocoso.

En cualquier punto de la corteza terrestre, el estado de los esfuerzos se puede expresar por 3 componentes principales de los cuales la fuerza vertical puede estimarse por la relación: $p = \rho \cdot h$ donde ρ es la gravedad específica de la roca y h es la profundidad bajo la superficie. El esfuerzo horizontal puede calcularse por $q = \mu \cdot p / (1 - \mu)$ donde μ es la constante de Poisson. En esta ecuación si $\mu = 0$ la fuerza horizontal es nula, para $\mu = 0.5$ la fuerza horizontal es Igual a la vertical. En la mayoría de casos se acepta que μ varía entre 0.2 y 0.3 y así el esfuerzo horizontal fluctúa entre 0.25 y 0.43 veces el esfuerzo vertical. Aunque esta premisa trabaja en teoría, podría estar lejos de la realidad si se considera que con frecuencia se encuentra que las mediciones horizontales del esfuerzo exceden varias veces la magnitud del esfuerzo vertical (Parker, 1966).

Heywood (1952) indica que modelos de excavaciones pueden representar el estado real de esfuerzos si la constante de Poisson es la misma que la del prototipo. Dally y Riley (1965, p. 52), encontraron además que los esfuerzos en modelos no dependen del módulo de elasticidad y que en foto elasticidad bidimensional los esfuerzos obtenidos en modelos de material plástico son similares a los del prototipo si el modelo se somete a un campo de esfuerzo uniforme.

3.2 Relación esfuerzo-deformación en roca

En el análisis de variables en pilares se asume que la roca tiene una relación esfuerzo-deformación lineal en el rango de esfuerzos aplicables al pilar, tramo BC de la Figura N.º 1, no obstante los extremos de la curva se comportan según curvas de grado superior. La parte intermedia de la curva sigue el comportamiento elástico e incluye los esfuerzos originados por la sobrecarga, la carga residual y la carga generada por la excavación.

3.3 Requerimientos del modelo

Un modelo que genera información confiable debe reunir ciertas condiciones: Debe tener geometría similar a su prototipo pero la relación de escala según Panek (1951), puede

escogerse a voluntad. Langhaar (1951, p. 60), demostró que para cumplir similitudes dinámicas y geométricas entre modelo y prototipo, debe mantenerse constante ciertas relaciones adimensionales. Así, cumpliendo con estas condiciones, los modelos pueden ser de cualquier material sin importar sus propiedades. De esta manera, en este estudio, se usan las siguientes variables adimensionales:

$R = R$ relación de extracción entre área excavada y área de influencia.

$N = N$ número de pilares en un área subterránea excavada.

$S_t/S_o = k$ campo de esfuerzos

$E/E_p = r$ relación de compresibilidad entre techo y piso de la labor

$B/L =$ Ancho adimensional del pilar

$H/L =$ Altura adimensional del pilar

$x'/l = x$ distancia adimensional que ubica el pilar en el área de minado.

$z'/l = z$ profundidad adimensional del pilar

$\mu =$ relación adimensional de Poisson.

Donde además: S_t y S_o son esfuerzos horizontal y vertical, E y E_p son módulos de elasticidad de la roca in situ y roca del pilar respectivamente. L y l son la luz y la semiluz del área minada, x' es la distancia de cualquier pilar desde el origen y z' es la profundidad del pilar (ver Figura N.º 6).

Adicionalmente, en modelos para análisis foto elástico, la distancia de la excavación al borde debe ser suficiente como para simular un medio infinito. Coker & Filon (1957, p.473), encontraron que para modelos de pilares en placas, la distancia entre borde y excavación debe ser $3a$ y $2a$ para tener errores de 3 % y 5 % respectivamente donde a es el semieje mayor de una excavación elipsoidal en el centro de la placa. También Duvall (1948, p. 3), encontró que si el ancho de una placa modelo es tal que la distancia del borde al centro de la excavación lateral es igual o mayor que 4 veces el radio de la excavación lateral, el efecto del borde de la placa en la concentración de esfuerzos alrededor de la abertura produce un error inferior a 7 % en el cálculo de esfuerzos. Trumbachev & Molodtsova (1963, p. 10), demostraron también que si la profundidad de una excavación es igual o mayor a 20 veces el radio de la labor, el error al usar una carga en el borde del modelo en lugar de una carga repartida en todo el modelo es insignificante.

3.4 Teoría de la fotoelasticidad

Se puede resumir como sigue: La luz que pasa en cualquier dirección normal a la línea de fuerzas, a través de una placa sometida a esfuerzos y hecha de un material isotrópico, transparente, y la onda que vibra paralela a la línea de esfuerzos, viaja a mayor velocidad que aquella que vibra en dirección perpendicular (Jessop y otro, 1949, p. 62).

Esta ley se puede expresar como: $R = r_1 - r_2 = C.(P - Q).d$ donde R es el retardo relativo, r_1 y r_2 son retardos de las ondas paralela y perpendicular a la línea de esfuerzo respectivamente. P y el Q son dos fuerzas normales que actúan en la placa, perpendiculares entre sí y perpendicu-

lares al rayo incidente de la luz. d es el espesor de la placa y C es la constante de proporcionalidad.

Según Jessop y Harris (1949, p. 64), la luz polarizada que pasa a través de una placa sometida a esfuerzos, emerge después de pasar el analizador de un polariscopio con nicoles cruzados, como una honda que sigue la expresión: $u' = a.Seno(2\alpha).Seno(\pi.r/\lambda).Cos(2\pi/\lambda).(V_o.t - x - r/2)$ donde el desplazamiento u de la onda incidente en el tiempo t , es: $u = a.Seno(2\pi/\lambda). (V_o.t - x)$.

En estas ecuaciones $r = C(P - Q)$. d , λ es longitud de onda del rayo de luz, a es una constante de la onda que vibra, V_o es velocidad de la luz monocromática en el aire, x es la distancia recorrida por la luz monocromática en el tiempo t , y α es el ángulo entre el eje x y la dirección de la fuerza mayor aplicada p o el ángulo XOP mostrado en la Figura N.º 2.

La ecuación de la variable u' representa la vibración con una amplitud dada por la expresión:

$A = a.Seno(2\alpha).Seno(\pi.r/\lambda)$. Adicionalmente, $I = K.A^2$ donde I es la intensidad de la onda saliente y K es la constante de proporcionalidad.

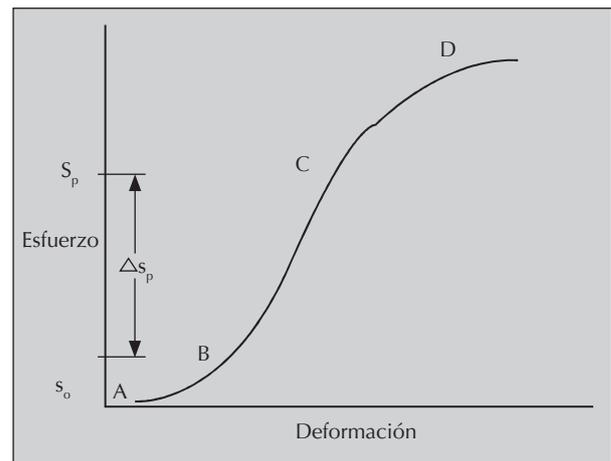


Figura. N.º 1. Curva típica esfuerzo-deformación en roca.

Se tiene que si $I = 0$ $A = 0$ o sea que cuando $2\alpha = n \pi$ o $\pi r/\lambda = n \pi$ donde $n = 0$ o cualquier otro dígito, I es máximo cuando $\alpha = \pi/4$.

Si la intensidad de la onda emergente es cero, para la condición $2\alpha = n \pi$, los esfuerzos principales en la placa son paralelos al polarizador y analizador. Si se proyecta la imagen de la placa en la pantalla del sistema se observarán regiones oscuras que son los lugares geométricos de los puntos de la placa en que los esfuerzos principales son paralelos al eje del polariscopio. Estos conjuntos constituyen las isóclinas que son independientes del valor $P-Q$ o sea del esfuerzo de corte.

Si el polarizador y el analizador se rotan simultáneamente, manteniéndolos cruzados, las isóclinas se moverán pero siempre serán los puntos de la placa en los que las direcciones de los esfuerzos principales son paralelos a aquellos de los nicoles cruzados. De esta forma se puede obtener diferentes grupos de isóclinas para cada inclinación del polarizador y analizador.

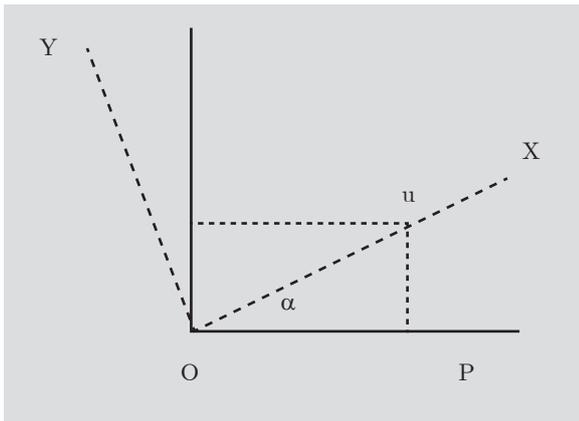


Figura N.º 2. Desplazamiento de la onda incidente en una placa sometida a esfuerzo.

Pero si se produce intensidad cero expresado por la ecuación $\sin \alpha = \frac{r}{\lambda} = \frac{n \cdot \omega}{r} = \frac{n \cdot \lambda}{C} \cdot (P - Q) \cdot d$ y si se dispone de una fuente de luz monocromática incidente, el efecto será una serie de líneas negras. La luz se extingue en todos los puntos donde la diferencia entre esfuerzos principales es cero o es tal que se produce un retardo relativo de un número entero de longitud de ondas. Este efecto es independiente de las direcciones de los ejes principales. Las líneas negras son las isocromáticas o bordes que forman los patrones de bordes.

3.4.1 Descripción del equipo

La Figura N.º 3 presenta un diagrama lineal de un banco foto elástico estándar. Los componentes enumerados en la Leyenda se montan sobre barras de acero. El polarizador y analizador están graduados en grados y pueden rotar alrededor de un eje que conforma la vía óptica. Existe además un riel sobre el que puede moverse colocando y sacando de la línea óptica las placas de un cuarto de onda.

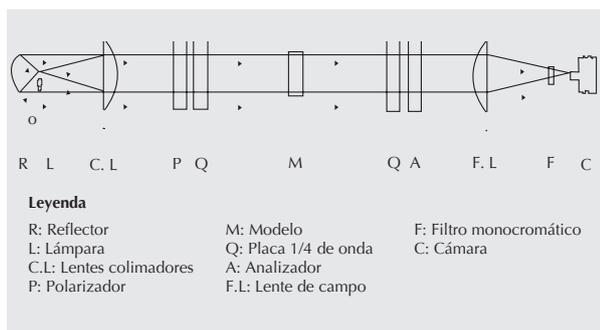


Figura. N.º 3. Diagrama lineal del sistema fotoelástico estándar.

3.4.2 Banco foto elástico

Para variar la carga sobre la placa, se cuenta con un marco de aplicación de la carga de hasta 10,000 libras/pulg.². Al aplicar la fuerza de compresión los bordes del modelo permiten una carga uniforme. El haz de luz debe estar perpendicular al plano del marco de carga para evitar distorsiones de los bordes. El sistema es provisto de un armazón para carga vertical y horizontal con presiones de hasta 10,000 libras/pulg.² para lo cual se puede instalar

cilindros hidráulicos de doble acción y bomba hidráulica de dos velocidades en cada dirección. (Figura N.º 4)

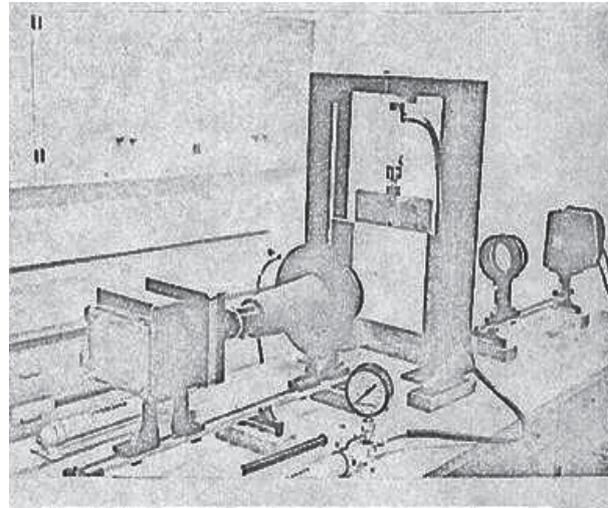


Figura N.º 4. Banco del polariscopio y del sistema de carguo de la placa modelo.

Los lados de la base y las dos aletas laterales verticales en los que se sostiene la plancha modelo sometida a compresión, están pulidas a un cierto grado de precisión. Al ejercer presión las dos cuchillas verticales así como la aleta horizontal movable pueden rotar para ajustar en posición

los bordes externos del modelo. Esto permite una carga uniforme en los bordes del modelo.

Es importante que el plano del armazón de carguo se ubique perpendicular al rayo de luz pasante para evitar distorsiones en las líneas isocromáticas o patrones de bordes.

Luz monocromática se obtiene mediante un filtro verde que permite el paso de la luz por el modelo con una longitud de onda de solo 5461 Å. El filtro puede ponerse o sacarse de la trayectoria óptica según los requerimientos.

Otros componentes del equipo son

1. Herramientas de construcción de los modelos de prueba que consiste en una sierra vibradora para corte de los modelos, esmeril de alta velocidad y limas manuales para el terminado de los modelos,
2. Accesorios fotoelásticos estándar.

3.4.3 Materiales fotoelásticos

Se tienen resinas calibradas y sistemas epóxicos en placas de diferentes tamaños. Estos materiales son transparentes y dejan pasar la luz monocromática. Se tiene además diferentes planchas de varias densidades que permiten variar los módulos de elasticidad. La Tabla N.º 1 presenta algunas de las propiedades foto elásticas de los materiales. La Tabla N.º 2 muestra los bordes inferiores al límite de fluencia de las placas de los materiales empleados en las pruebas. Se da el primer borde y el número total de bordes en el límite proporcional.

Para cada material se calculó su constante de borde, su módulo de elasticidad y su constante de Poisson.

Tabla N.º 1. Propiedades de los materiales foto elásticos.

Material	Resistencia a la tensión (lb/ pulg. ²)	Límite proporcional (lb/ pulg. ²)	E (lb/ pulg. ²)	Factor Poisson (μ)	Valor de borde (lb/pul l)
Resina epóxica	6,000	3,000	320,000	0.458	87,3
Sistema A	8,900	3,500 1,000		0.416	90,0
Sistema B	2,390		400,000 160,000	0.460	45,7

Tabla N.º 2. Bordes inferiores al punto de fluencia en los materiales de modelaje.

Material	Espesor (pulg.)	Primer borde (lbs/pul ²)	Total bordes al pto.de f.
Resina epóxica			9
	1/4	350	13
			17
Sistema A	3/8	233	26
	1/2	175	9
	3/4	116	14
Sistema B			5
	1/4	360	8
	3/8	240	
	1/4	183	
	3/8	122	

El valor de cada borde se estima mediante la expresión:

$$f = 8.P/(D.N.\pi)$$

donde: P = Carga aplicada a la placa, D = diámetro de la placa, N = Nivel del borde, f = Valor de borde del material en psi/pulgada/borde. Adicionalmente, se calculó el valor de borde de las placas mediante la expresión:

$$n = (\text{Carga aplicada en libras/pulg.}^2)/\text{Valor de borde del modelo.}$$

Esta relación se deriva de la ecuación básica:

$$n = C.d.(p-q) \text{ ó } p - q = n.F \text{ De esta forma si } q = 0, n = p/F.$$

Entonces para la carga crítica uniaxial (960 lbs/pulg.²) aplicada en los bordes de una placa epóxica birrefringente de 9 pulg. x 9 pulg. x ¼ pulg., el nivel de borde en los extremos será $960/350 = 2.74$ donde 350 psi corresponde al valor del primer borde de una placa epóxica de ¼ de pulg. de espesor.

3.5 Procedimiento experimental

3.5.1 Preparación de modelos

Los modelos se prepararon en placas de 3 clases de materiales transparentes y de 3 espesores. El sistema de carguío del polariscopio permite placas de hasta 12 pulg. x 12 pulg. x ½ pulg. Las placas se cortan y pulen sus extremos para cumplir con las especificaciones.

En resina transparente se probó 3 modelos de 12 pulg. x 12 pulg. x 3/8 pulg., 2 modelos de 12 pulg. x 12 pulg. x 1/2 pulg. y un modelo de 9 pulg. x 9 pulg. x 1/4 pulg.

En el Sistema A se probó un modelo de 9 pulg. x 9 pulg. x 3/8 pulg.

En el Sistema B se probó un modelo de 9 pulg. x 9 pulg. x 3/8 pulg.

En estos modelos se colocaron 2, 4 y 6 excavaciones ovaloidales. La forma ovalada se usó en este estudio porque proporciona la mejor aproximación de la alta concentra-

ción de esfuerzos en los bordes centrales de la excavación aunque la forma rectangular se aproxima más a la forma real, ver Figura N.º 5. Se deduce que existe una distancia crítica desde la superficie de un pilar de lados rectos donde el esfuerzo de compresión alcanza su máximo nivel lo que puede obtenerse con pilares de bordes cóncavos. Formas prismáticas en pilares pueden inducir esfuerzos de tensión en la roca.

Las aberturas se perforaron en las placas cuidando de no inducir deformación por calentamiento en el plástico. El afinamiento de los bordes se obtuvo con el lijado. La Figura N.º 6 presenta la geometría de un modelo de 3 pilares preparado en placa transparente epóxica.

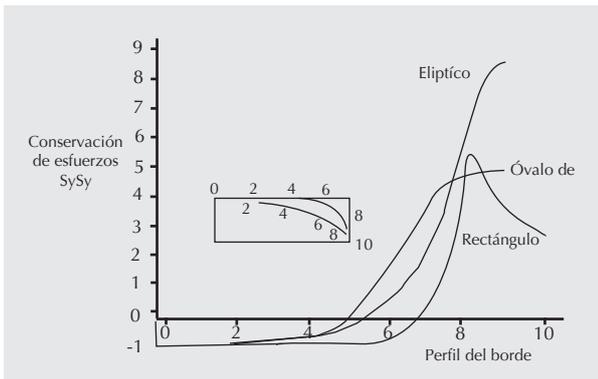


Figura N.º 5. Concentración de esfuerzos en los bordes de 3 formas de excavaciones en un campo vertical de fuerzas. Relación ancho de abertura / ancho pilar = 4.0 (Obert & otros, 1960, p. 10)

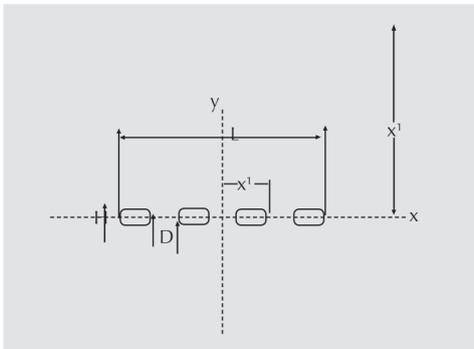


Figura N.º 6. Modelo de 3 pilares en placa epóxica transparente mostrando posición de ejes coordenados y otras variables.

3.5.2 Procedimiento de las pruebas

Luego de la preparación de los modelos se procedió a las pruebas con el polariscopio y el registro de las concentraciones de esfuerzos para los diferentes parámetros adimensionales de cada pilar.

El primer paso es la calibración de los cilindros hidráulicos para lo cual se usó un equipo probador hidráulico Tinius Olsen de 60,000 libras de capacidad.

El modelo se inserta en el espacio de carguío y se chequea que polarizador, analizador y placa de ¼ de onda se hallen en cero. Luego de aplica la carga requerida al modelo haciendo ajustes por posible excentricidad en la carga, se ajusta el filtro para dar luz monocromática y se registra el nivel del borde en los lados del pilar.

En algunos casos se ploteó las isóclinas para trazar las trayectorias de los esfuerzos. Estas isóclinas se trazaron a intervalos de 5°. Las isóclinas aparecen como contornos oscuros y difusos en razón de que las direcciones de los esfuerzos principales cambian gradualmente. Así la verdadera isóclina es la línea de menor iluminación.

Con la fotografía del borde y la trayectoria de las isóclinas, se obtiene un análisis foto elástico completo de la placa.

3.5.3 Resultados

La información se presenta en la Tabla N.º 7 (véase anexo) e incluye a pilares verticales solamente. Para usar estos datos en el programa de correlación multilineal, debe transformarse a cifras adimensionales como se indica en el numeral 3.3.

Las isostáticas se dan en la Figura N.º 7 para modelos de cinco pilares. Estas líneas de esfuerzos principales se trazaron manualmente obteniendo dos grupos de trayectorias p y q que son siempre normales entre sí.

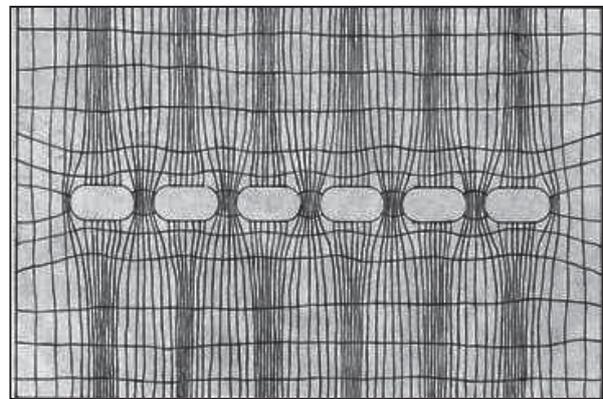


Figura N.º 7. Isostáticas en modelo de 5 pilares. Eje mayor a 0° con la horizontal.

La Figura N.º 8 muestra los contornos isocromáticos en placas de 5 pilares a dos niveles de la variable campo de esfuerzo (k).

En cada placa sometida a prueba, se variaron las cargas con el objeto de probar la influencia de la variable campo de esfuerzo. Las demás variables se probaron cambiando tamaño de aberturas, pilares, espesor del pilar y el tipo de material.

La variable dependiente, concentración de esfuerzo, es el cociente de esfuerzo principal en el borde del pilar entre la carga aplicada. Sin embargo si se conoce los niveles de los contornos en los bordes entre placa y pilar, puede calcularse la concentración de esfuerzos en forma directa. En el caso de la placa epóxica transparente si P es la carga aplicada y t es el espesor del modelo, el nivel del borde en el contorno de la placa es: $n = P / (87.3 \times t)$.

El valor de n puede variar sustancialmente en los diferentes bordes de la placa debido al carguío desigual en los contornos y al efecto de la abertura o excavación que se extiende al borde de la placa en algunas direcciones. Así por ejemplo un valor $n' = 0.90n$ podría considerarse alto. Las concentraciones de esfuerzos se calcularon a partir del conocimiento del valor del contorno del material.

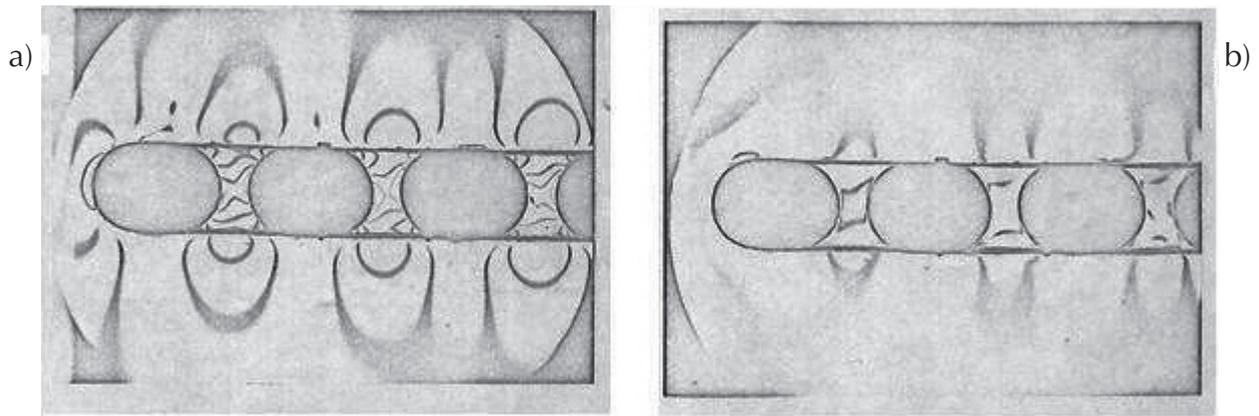


Figura N.º 8. Isocromáticas en modelo de 5 pilares. $r = 1.33$, $t = 1/2$ pulg., $t_p = 3/8$ pulg., $L = 6.859$ pulg., $B = 0.219$ pulg., $H = .703$ pulg., Nicoles cruzados: a) $k = 0$, b) $k = 3$

La coordenada x del borde del pilar (variable ubicación del pilar), desde el pilar central se identifica del modo siguiente:

- $x'1 = B/2$ para el primer pilar en todos los modelos.
- $x'2 = \text{Ancho de excavación} + B/2$ para el segundo pilar en modelos de 3 o más pilares.
- $x'3 = 2(\text{ancho de excavación}) + 3(B/2)$ para el tercer pilar en modelos de 5 pilares.

Las coordenadas de ubicación del pilar corresponden al más alto nivel del borde en el centro de la superficie del pilar. Para otro pilar lateral distinto del central, los esfuerzos en las superficies adyacentes del pilar no son iguales, el menor esfuerzo corresponde al lado del hastial.

IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Las figuras N.ºs 9-17 dan las concentraciones de esfuerzos versus cada una de las variables consideradas. La verdadera influencia de cada factor sobre la concentración de esfuerzos solo puede obtenerse aislando las variables una de otra.

4.1 Variables propuestas

Se seleccionó las siguientes variables que pueden tener gran influencia en la resistencia y generación de esfuerzos en un pilar: Índice de extracción (R), ancho de pilar (b), altura de pilar (h), ubicación de pilar (x), campo de esfuerzos (k), índice de compresibilidad entre techo-piso y pilar (r), profundidad de pilar (z), número de pilares (N), índice de Poisson (μ).

4.2 Variables sometidas a prueba

4.2.1 Nivel de extracción (R)

De acuerdo al índice de correlación r entre cada variable independiente y la variable dependiente, el factor R es el de mayor peso y de más influencia. Se obtuvo $r = 0.53$ para 190 observaciones. El rango medido del parámetro R fue 0.38 a 0.960. La figura N.º 9 presenta el efecto relativo de R sobre la concentración de esfuerzos en el pilar. Por encima de un nivel de extracción de 60 %, la concentración

de esfuerzos crece rápidamente y es aproximadamente constante por debajo de 50 %.

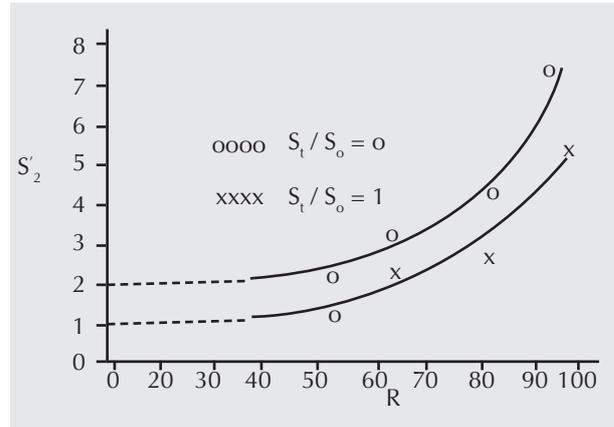


Figura N.º 9. Esfuerzo en pilar (S'_2) vs. Nivel de extracción (R).

4.2.2 Ancho del pilar (b)

El ancho normalizado del pilar se define por la relación: $b = B/L$ donde B es el ancho del pilar y L es el ancho de la zona minada.

El coeficiente de correlación -0.37 para 190 observaciones muestra que b tiene cierta importancia. El rango de b probados es desde 0.030 hasta 0.600 que cubre un amplio rango de anchos de pilares en la práctica. La Figura N.º 10 presenta la relación inversa con la variable dependiente pero esta variable está fuertemente inter relacionada con la variable R . En este estudio el ancho de los pilares en todos los modelos son iguales por lo que el coeficiente de correlación entre ancho del pilar y concentración de esfuerzos no es tan significativo como podría esperarse con pilares de anchos desiguales. Debe indicarse que pilares de anchos iguales no son la mejor combinación para lograr un diseño estable. Un diseño de excavación estable puede obtenerse mediante pilares de anchos variables o pilares que ceden en zonas cercanas a los hastiales para permitir el incremento de la rigidez local de la excavación.

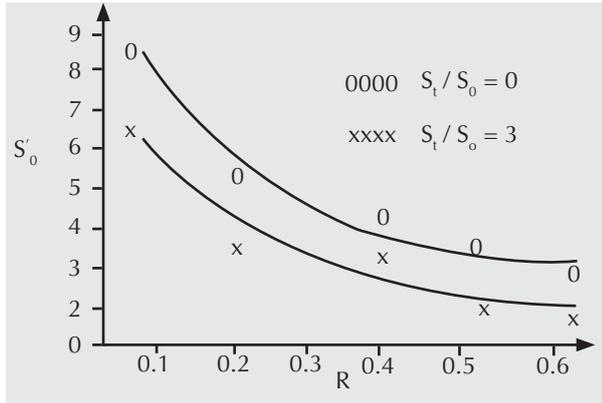


Figura N.º 10. Esfuerzo en pilar (S'_0) vs. Ancho de pilar (B).

4.2.3 Ubicación del pilar (x)

Esta variable se expresa como x'/l donde x' es la distancia del centro del pilar al borde del próximo pilar más cercano y $l = L/2$. La Figura N.º 11 muestra que pilares cercanos a los hastiales soportan menor carga que aquellos ubicados cerca o en el centro de la excavación. Rango de variación de x : 0,030 a 0,65. Su coeficiente de correlación con la concentración de esfuerzos es -0.34 para 190 observaciones pero no tiene un rol importante para predecir esfuerzos en pilares.

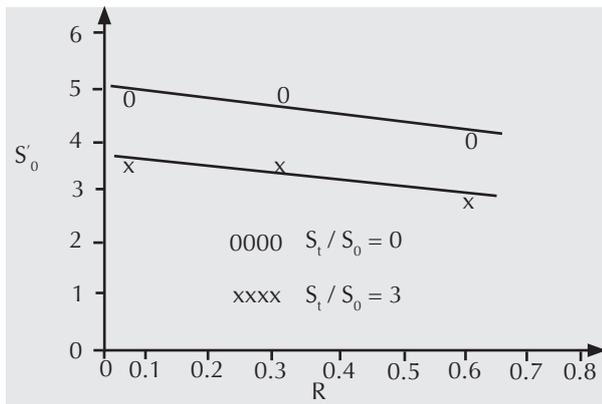


Figura N.º 11. Esfuerzo en el pilar (S'_0) vs. Ubicación del pilar (X)

4.2.4 Compresibilidad techo/piso (r)

Esta variable traduce en números la reacción del pilar al efecto de cierre que ejerce el techo contra el piso. Es un factor importante en la predicción de esfuerzos en pilares. El coeficiente de correlación r con la concentración de esfuerzo es -0.42 para 190 observaciones. El rango de este parámetro fue de 0.50 a 2.00 y puede expresarse como la relación de espesores de la placa (t) y el pilar (tp): $r = t/tp$ aplicable a formaciones muy compactas en un medio infinito. También r puede traducirse como la relación De módulos de elasticidad de la roca encajonante (E) y del pilar (E_p) o $r = E/E_p$. En la Figura N.º 12 se tiene r vs concentración de esfuerzos para placas con uno, tres y cinco pilares. Estas curvas nos sugieren que r decrece y se aproxima a cero a medida que la resistencia del pilar crece.

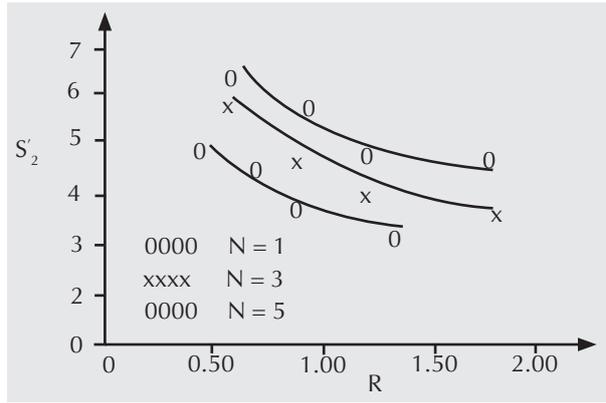


Figura N.º 12. Esfuerzo en el pilar (S'_0) vs. Compresibilidad (r).

4.2.5 Campo de esfuerzos (k)

Esta variable se expresa adimensionalmente como la relación esfuerzos horizontal a vertical $k = St/So$.

El coeficiente de correlación de k con la concentración de esfuerzos es bajo $r = -0.02$ pero k se combina con otras variables para producir factores de gran influencia como muestra la ecuación del modelo. Se considera que k es importante en terrenos no estratificados y muy accidentados. El rango de variación de k en el laboratorio es de 0 a 5. La Figura N.º 13 indica que k se incrementa cuando la relación de concentración en el pilar decrece pudiendo alcanzar un valor constante mínimo.

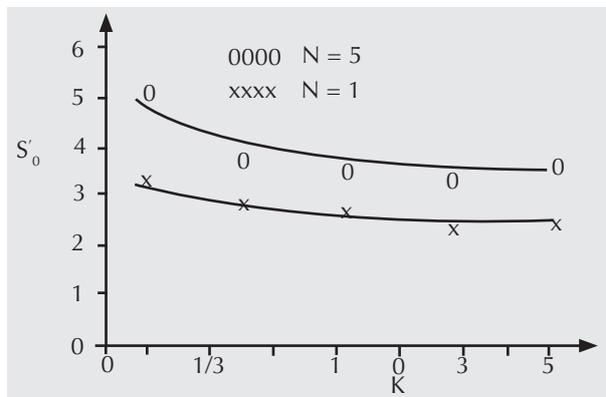


Figura N.º 13. Esfuerzo del pilar (S'_0) vs. Campo de esfuerzo (k).

4.2.6 Profundidad de la labor (z)

La variable adimensional $z = z'/l$ posee bajo índice de correlación $r = -0.26$. Esta variable no aplica en el medio infinito, no obstante en minas de poca profundidad z puede tener influencia apreciable en el esfuerzo del pilar. Los modelos en este estudio caen dentro del rango de poca profundidad y el intervalo de variación de z está entre 0.47 y 5.50. La Figura N.º 14 muestra un ligero incremento de la concentración de esfuerzos con la profundidad.

4.2.7 Número de pilares en la labor (N)

Esta variable no tiene influencia significativa en la concentración de esfuerzos en un pilar. El coeficiente de correlación con el esfuerzo en el pilar es de $r = 0.004$ para

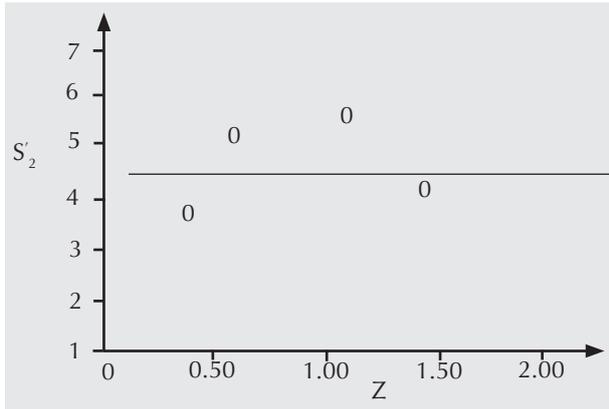


Figura N.º 14. Esfuerzo en el pilar (S'_2) vs. Profundidad del pilar (z).

un rango de variación de 1 a 5 pilares más allá del cual la concentración de esfuerzos es prácticamente independiente de esta variable como muestra la Figura N.º 15.

4.2.8 Altura del pilar (h)

Esta variable normalizada es $h = H/L$ donde H es la altura del pilar y L es el ancho de la zona minada. Tiene bajo coeficiente de correlación con la concentración de esfuerzos en un pilar ($r = -0.15$) para 190 observaciones en el laboratorio. El rango de variación experimental va desde 0.034 hasta 0.371 que cubre un amplio intervalo de alturas de pilares en la práctica. La Figura N.º 16 muestra la correlación inversa entre h y esfuerzo en el pilar. Para valores de h superiores a 0.40 la acumulación de esfuerzo en el pilar tiende a ser bajo lo que se puede obtener disminuyendo en ancho de minado condición que puede ser importante al planear el minado de vetas potentes o angostas.

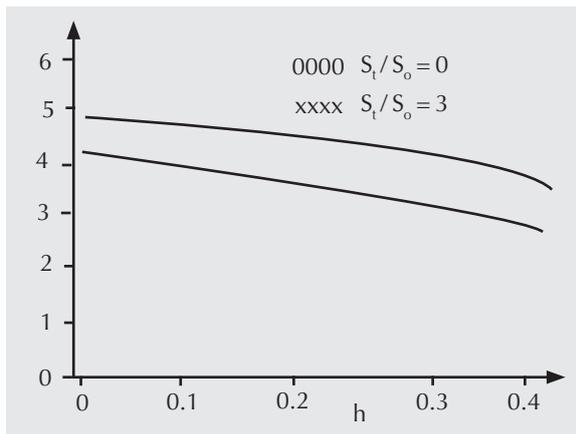


Figura N.º 16. Esfuerzo en el pilar (S'_2) vs. altura de pilar (h)

4.2.9 Razón de Poisson (μ)

La variable μ no fue considerada en el desarrollo del modelo del esfuerzo del pilar. La correlación de esta variable con la concentración de esfuerzos es muy baja. No obstante, con la poca información recopilada no se puede llegar a conclusiones definitivas.

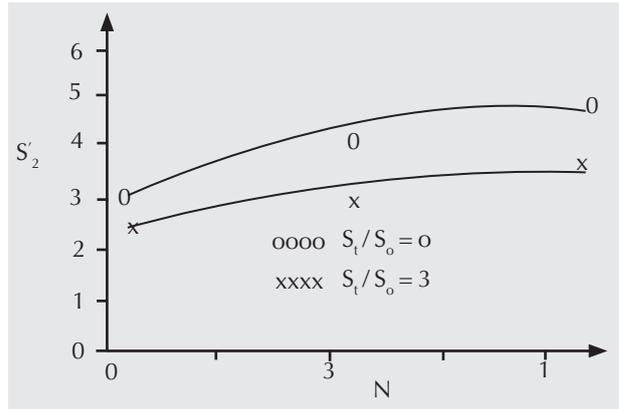


Figura N.º 15. Esfuerzo en el pilar (S'_2) vs. Número de pilares (N)

V. MODELO DESARROLLADO

El modelo del pilar se desarrolló analizando 8 variables independientes y una dependiente. La ecuación muestra como cada una de las variables más importantes o una combinación de ellas contribuye a la concentración de esfuerzos en el pilar. Es un modelo que predice la concentración de esfuerzos en un medio elástico ya que fue desarrollado con información obtenida en el laboratorio.

5.1 Variables

Todas las variables dependiente e independientes fueron normalizadas en cocientes adimensionales para aproximar el requerimiento de similitud con el prototipo. La variable dependiente S'_p , concentración de esfuerzos en el pilar, es el cociente del esfuerzo S_p , generado en el centro del borde del pilar sobre el esfuerzo vertical S_o que se aplica o $S'_p = S_p/S_o$. De esta ecuación se obtiene el esfuerzo del pilar en libras/pulg² multiplicando el factor de esfuerzo por el peso estimado del encapado en libras/pulg.²

Para el caso de los modelos del estudio, el peso del encapado en el prototipo se reemplazó por la fuerza aplicada en el borde del modelo. El S'_p para los modelos del estudio se estimó mediante la siguiente expresión deducida de la fórmula dada anteriormente:

$$S'_p = (n M t_p A)/(1.767 P_p t)$$

Dónde: n = nivel del borde en el centro de la superficie del pilar, M = valor del borde en relación al pilar, t_p = espesor del pilar, A = área de borde del pilar sobre el que se aplica la carga vertical, P_p = esfuerzo en libras/pulg² desarrollado por el cilindro hidráulico, t = espesor de la placa y 1.767 = factor de conversión para el esfuerzo generado en el equipo hidráulico de compresión.

Las variables independientes que se midieron directamente en el modelo fueron número de pilares, altura de pilar, ancho de pilar, ubicación del pilar y profundidad. Las variables nivel de extracción, índice de compresibilidad y campo de esfuerzos se estimaron en forma analítica.

5.2 Análisis de correlación

La información empleada en el programa de regresión se muestra en el Anexo. Se obtuvo 190 pares de obser-

vaciones sobre 8 variables independientes y una variable dependiente.

5.2.1 Variables dependientes vs. Variables independientes

Los coeficientes de correlación entre la variable dependiente e independientes se presentan en la Tabla N° 3.

Tabla N.º 3. Coeficientes de correlación entre concentración de esfuerzos en el pilar vs. variables independientes.

N	R	h	b	x	K	r	z
0.00							
3	0.530*	-0.152*	-0.380*	-0.343*	0.017	0.420*	0.264*

* Significante a 95% de certeza. La hipótesis de nulidad se acepta en $0.129 > r > 0.129$.

Las variables nivel de extracción (R), relación de compresibilidad (r), ancho de pilar (b), ubicación del pilar (x), profundidad del pilar (z) y altura de pilar (h) son los factores que más influyen en la concentración de esfuerzos en el pilar. De estas variables las más influyentes son R y r. Tanto campo de esfuerzos como número de pilares no parecen ser significantes a 95 % de certeza. Sin embargo existe notable inter relación entre estas variables y los otros factores haciéndolos aparecer en el modelo. La variable Poisson (μ) no interviene por falta de datos.

Se ejecutó varias corridas de computadora con variables simples y combinadas. En el análisis de correlación se probó variables cúbicas, cuadradas, raíces cuadradas, raíces cúbicas y términos lineales.

5.2.2 Interrelación de variables independientes

Aunque en teoría se asume que las variables son independientes y que sus efectos pueden sumarse, en realidad existe interrelación entre ellas. El análisis de regresión multilíneal permite determinar el grado de interrelación entre variables por medio de los coeficientes de correlación entre pares de variables como muestra la Tabla N.º 4.

Tabla N° 4: Matriz de correlación entre variables independientes.

	h	b	x	k	r	z	N
R	0.071	-0.836*	-0.507*	-0.148	0.035	-0.037	-0.021
h		0.165	-0.238	0.119	0.229	0.716*	-0.560*
b			0.273	-0.160	0.174	0.156	0.400*
x				0.036	0.106	-0.109	0.371
k					0.015	-0.038	0.245
r						-0.149	0.245
z							-0.365

*Alta correlación a 95 % de certeza.

A medida que el ancho del pilar decrece el nivel de extracción aumenta. Lo cual es obvio en particular para el caso bidimensional cuando el ancho de la zona minada es constante.

El número de pilares es inversamente correlacionado con el ancho del pilar o sea a mayor número de pilares menores anchos de estos.

Un incremento en el ancho de pilar produce un menor efecto del esfuerzo horizontal. El índice de compresibilidad puede ser más significativo a medida que se incrementa la variable profundidad. El efecto de cierre entre techo y piso de una labor minera decrece a medida que se incrementa la profundidad de las mismas. Debido a que la profundidad del pilar es menos significativa en minas de gran profundidad, esta variable es inversamente correlacionada con el número de pilares.

Hay cierta significancia entre las correlaciones de número de pilares y ubicación del pilar, campo de esfuerzo y relación de compresibilidad. En realidad, a medida que el número de pilares se incrementa el efecto de la variable ubicación del pilar también se incrementa. Para alcanzar un diseño estable de pilares a medida que el esfuerzo horizontal y el efecto de cierre entre techo y piso aumentan, el número de pilares también debe incrementarse. Concordantemente, el ancho de los pilares decrece como muestra la correlación inversa entre ancho del pilar e índice de compresibilidad y campo de esfuerzo.

5.3 Análisis de regresión

El programa de regresión múltiple enumera una serie de ecuaciones de predicción cada una con una variable independiente adicional a la precedente.

Con este método, se agrega una nueva variable al modelo precedente hasta obtener una ecuación predictiva final que es controlada por la prueba del F a un nivel de significancia elegido. La nueva variable seleccionada es aquella que origina una ecuación de predicción con el menor error de estimación. Si dos variables están muy correlacionadas la ecuación de predicción mantendrá solo una de ellas ya que la adición de esta segunda variable al modelo duplicaría el valor de la variable ya considerada.

El primer paso en el análisis de regresión fue estimar con qué aproximación puede predecirse la concentración de esfuerzos en el pilar usando una función lineal de la variable independiente. Al agregar la séptima variable al modelo el coeficiente de correlación múltiple es $r' = 0.783$. Pero los ploteos individuales de la variable dependiente vs cada una de las variables independientes indican tendencias curvilíneas por lo que se pensó que se tendría un modelo de predicción más exacto si se agregaran variables con exponentes cúbicos, cuadrados y/o raíces cúbicas y cuadradas y productos cruzados de las 8 variables independientes. Se generaron 44 variables independientes en el análisis final de regresión. Tabla N.º 5 presenta la lista de expresiones que se agregó como variables independientes en la corrida N.º 19.

La mejor ecuación para predecir concentración de esfuerzos en pilares con la información de laboratorio es:

$$S'p = 30.9927 - 11.5681 h - 10.5568 b + 8.7867 r - 0.8661 z - 0.9468 h k - 1.1252 k^2/3 + 0.1202 B3/b - 0.0639/(b r) +$$

$$0.4865/(Rk) - 8.8682 Rr - 12.8026/(bz+1) + 0.4247 h/b - 5.9788/(hr+1) - 0.1302 R/[(1-R)(1+1/N)] + 9.9192 R^3 - 13.6834 r^{1/3} - 0.0328 x/b$$

Tabla N.º 5. Variables independientes del modelo de estimación de esfuerzos en el pilar.

Variable	Símbolo	Variable	Símbolo
3	h	16	$1/(b.z+1)$
4	b	17	h/b
7	r	18	$R/[(1-R)(1+1/N)]$
8	z	19	R^3
9	$k^{1/3}$	21	$r^{1/3}$
10	R^3/b	22	hk
11	$1/(br)$	23	$1/(hr+1)$
14	Rk	24	x/b
15	Rr		

MODELO A

En este modelo todas las variables se expresan en números adimensionales. El coeficiente de correlación multilínea es 0.883 y el error estándar de la variable dependiente es 0.645.

Un modelo simplificado para predecir esfuerzos en pilares lo da la ecuación: $S'p = -7.9584 + 6.0701 r - 1.1166 R^{1/3} + 0.2605 Rk - 7.5690 R + 9.2983 R^3 + 8.0607/(hr+1)$.

MODELO B

La correlación multilínea para esta ecuación es $r' = 0.835$ y el error estándar de la variable dependiente es 0.736 lo cual considerando aproximación normal al 95 % de certeza, genera un error de $1.96 \times 0.736 = 1.44$ concentraciones de esfuerzo en una medición individual.

5.4 Discusión

La Tabla N.º 6 muestra esfuerzos de concentración medidos vs. Pronosticados para el modelo A. El error que se comete al usar este modelo es $1.96 \times 0.645 = 1.264$ concentraciones de esfuerzo. El modelo A puede usarse para predecir esfuerzos en pilares en los rangos probados de las 8 variables independientes.

5.5 Comparación de mediciones: Modelo vs. Valores reales

La Tabla N.º 6 hace una comparación de esfuerzos de concentración medidos en 16 pilares reales en minas Subterráneas y los valores estimados usando el Modelo A. Esta información fue tomada de los estudios efectuados por N. Hast (1958) y E. Leeman y otro (1964).

Puede verse que algunas mediciones tienen notorias desviaciones. Estas diferencias pueden deberse a errores en las mediciones subterráneas de los esfuerzos en los pilares o a perturbaciones de los macizos rocosos. Debe

considerarse además que las ecuaciones desarrolladas en este estudio usa esfuerzos en el centro de la superficie del pilar. Las mediciones reales hechas por Hast y Leeman se hicieron en el centro o cerca del centro del cuerpo del pilar. Adicionalmente, el modelo fue desarrollado para condiciones ideales: medio isotrópico, elástico e infinito.

Tabla N.º 6. Comparación de esfuerzos en pilares: Valores reales vs. Valores pronosticados.

Esfuerzo real medido S'p	Esfuerzo pronosticado (modelo) S'p	Desviación	Desviación porcentual
4.600	4.776	-0.176	-3.8
2.800	1.656	1.144	40.8
5.200	4.876	0.324	6.2
1.400	1.616	0.216	15.4
5.500	4.798	0.720	12.7
5.900	4.966	1.008	16.8
6.500	5.001	1.499	21.6
4.000	4.900	0.900	22.2
4.100	4.920	-0.820	-20.0
4.000	4.950	0.950	23.7
6.600	4.874	1.726	26.1
6.800	4.977	1.823	26.8
3.800	4.992	1.192	31.3
2.800	1.656	1.144	40.8
2.800	1.793	1.007	35.9
3.400	4.816	1.416	41.6

VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

1. Aunque excavaciones ovaloidales en comparación con formas rectangulares no son geoméricamente similares al prototipo, permiten tener mejor aproximación del esfuerzo máximo en el pilar.
2. Es apropiado el método empleado para medir la reacción de un pilar al efecto de cierre o compresión del techo de una labor minera. El cociente del espesor de la placa entre el espesor del pilar en un modelo foto elástico es además una medida de la rigidez de un pilar como muestra la comparación entre concentración de esfuerzo y cada uno de las relaciones E/Ep y t/tp . La medida de las otras variables y su transformación a relaciones adimensionales también son consistentes con la información recopilada para el prototipo como se muestra en la Tabla N.º 6.
3. El modelo desarrollado puede usarse como una primera aproximación en el diseño de pilares tomando en cuenta las limitaciones del modelo. Cada operación minera es un problema particular con sus condiciones geológicas que afectan el esfuerzo de un pilar.

4. Todas las variables del modelo se expresan en cocientes adimensionales de los cuales los más significantes al 95 % de certeza son nivel de extracción de la labor, razón de compresibilidad, ancho de pilar, altura de pilar y profundidad del pilar en operaciones mineras poco profundas.
5. Nivel de extracción es la variable más influyente en la generación de esfuerzos en un pilar. Otras variables importantes son ancho de pilar, profundidad y campo de esfuerzo.

6.2 Recomendaciones

1. Debido a que generalmente se diseñan pilares para sostenimiento por largos periodos de tiempo, otras variables como el escurrimiento y el efecto del tiempo van a influenciar en su diseño por lo que deberían también considerarse.
2. El esfuerzo máximo soportado por un pilar no está ubicado en los bordes ni en el centro del pilar sino en algún punto entre los dos dependiendo del espesor del pilar, el campo de esfuerzos, la rigidez del pilar y otras variables.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Coker E. & Filon L., 1957, A treatise on photoelasticity. Cambridge University Press, London, p. 473-474 .
2. Duvall W. (1948). Stress analysis applied to underground mining problems. Stress analysis applied to single openings. *U.S. Bur. Mines* RI 4192, pp. 1-18.
3. Dally J. W. and Riley F.J. (1965). *Experimental stress analysis*. McGraw-Hill, New York, 520 p.
4. Hast N. (1958). The measurement of rock pressure in mines. *Sveriges Geologiska undersokning, Arsbok* 52, N.º 3. Stockholm.
5. Heywood R. B. (1952). *Designing by photoelasticity*. Chapman and Hall, London, p. 195.
6. Jessop H. T. and Harris F.C. (1958). *Photoelasticity, principles and methods*. Cleaver- Hume Press Ltd., London, 225p
7. Langhaar H. L. (1951). *Dimensional analysis and theory of models*. John Wiley and sons, New York, N.Y., 166 p.
8. Obert L., Duvall W. I. and Merrill R. H. (1960). Design of underground openings in competent rock. *U. S. Bur. Mines. Bull.* 587, 36 p.
9. Leeman E. R. & Van Heerden W. (1964). Stress measurements in coal pillars, *Colliery Engineering*, N.º 1, p. 12.
10. Panek L. (1951). *Stresses about mining openings in a homogeneous rock body*. Edwards Brothers Inc., Ann Arbor, Michigan, p. 45.
11. Parker J. (1966). Mining in a lateral stress field at White Pine. *The Canadian Mining and Metall. Bull.*, N° 10, p. 1190
12. Trumbachev V. and Molodtsova L, 1963. The application of the optical method for investigation of stress conditions of rocks around mine workings. Academy of Sciences, Moscow.

ANEXO

Tabla N.º 7. Información experimental con el polariscopio. Escala dimensional.

Placa N.º	L	H	B	x'	t _p	E _p	S _t *	S _o	Nivel de borde	S'p
1 9x9x3/8 z' = 4.5 N = 1	4.531	0.686	1.250	0.625	1/4	320,000	0	1,500	10.00	2.98
							500	1,500	9.06	2.67
							1,000	1,000	5.02	2.22
	4.531	0.686	0.750	0.375	1/4	320,000	0	1,000	7.60	3.38
	4.531	0.686	0.312	0.156	1/4	320,000	0	760	7.51	4.39
	4.531	0.686	0.141	0.971	1/4	320,000	200	600	7.90	5.85
							600	600	7.05	5.19
	4.531	0.686	1.250	0.625	1/4	320,000	0	900	6.20	3.10
	4.531	0.686	0.250	0.125	1/2	320,000	200	600	6.20	4.59
							600	600	5.20	3.86
	4.531	0.688	0.281	0.140	3/8	160,000	0	400	5.90	3.43
							100	300	3.40	2.44
							300	300	2.90	2.25
							300	100	0.61	1.41
	4.531	0.688	0.265	0.133	3/8	400,000	200	600	6.40	4.94
						600	600	5.50	4.24	
2 9x9x1/4 z' = 4.47 N = 1	4.312	1.266	1.281	0.640	1/4	320,000	0	800	5.38	2.96
	4.312	1.266	0.781	0.390	1/4	320,000	0	800	5.49	3.03
	4.312	1.266	0.781	0.390	1/4	320,000	0	800	9.50	5.21
							300	900	8.41	4.12
							500	500	4.31	3.81
	4.312	1.266	0.172	0.085	1/4	320,000	600	600	8.50	6.26
							600	200	3.10	6.84
							500	100	1.25	5.52
	4.312	1.260	1.187	0.593	1/2	320,000	0	800	5.92	3.25
							300	900	5.50	2.69
	4.312	1.260	0.312	0.156	1/2	320,000	0	600	7.80	5.73
							500	500	7.20	5.20
							600	200	4.10	5.30
	3.797	0.828	1.125	0.563	1/4	320,000	0	900	6.70	3.27
							300	900	6.51	3.17
3.797	0.828	0.703	0.351	1/4	320,000	0	900	7.30	3.56	
						500	500	4.52	3.95	
3 9x9x1/4 z' = 4.47 N = 1										

Placa N.º	L	H	B	x'	t _p	E _p	S _t *	S _o	Nivel de borde	S'p
3 9x9x1/4 z' = 4.47 N = 1	3.797	0.828	0.312	0.156	1/4	320,000	0	600	8.50	6.22
							200	600	7.72	5-64
							600	600	6.90	5.06
							600	200	2.30	5.05
	3.787	0.824	0.172	0.086	1/4	320,000	600	600	10.00	7.32
	3.787	0.828	1.110	0.556	1/2	320,000	0	700	6.61	4.14
	3.787	0.828	0.312	0.156	1/2	320,000	0	600	7.41	5.42
							500	500	6.00	5.27
	3.797	0.828	1.110	0.556	1/4	160,000	0	500	5.00	2.30
	3.797	0.828	0.297	0.555	1/4	160,000	0	300	4.11	3.14
							200	600	7.10	2.77
	3.797	0.824	0.297	0.555	1/4	320,000	600	600	6.41	2.45
	3.797	0.828	1.110	0.555	1/4	400,000	0	600	5.60	4.22
	3.797	0.828	0.281	0.140	1/4	400,000	200	600	7.80	5.87
							600	600	6.80	5.12
							600	200	2.05	4.52
						500	100	1.00	4.52	
4 12x12x 3/8 z' = 6.00 N = 3	6.000	0.750	0.687	0.343	3/8	320,000	0	1,000	4.65	2.70
							400	1,200	4.85	2.35
							1,200	400	1.41	2.03
				1.156			0	1,000	4.35	2.52
							400	1,200	4.10	2.27
							1,200	400	1.00	1.45
	6.265	0.750	0.391	0.196	3/8	320,000	0	900	4.51	2.90
				1.469			0	900	4.45	2.87
	6.453	0.751	0.172	0.086	3/8	320,000	0	900	11.10	7.17
							300	900	9.06	5.87
							900	900	8.05	5.16
				1.570			0	900	10.20	6.58
							300	900	7.85	5.03
							900	900	7.05	4.52

Placa N.º	L	H	B	x'	t _p	E _p	S _t *	S _o	Nivel de borde	S'p
5 9x9x1/4 z' = 4.50 N = 1	2.750	0.500	1.625	0.812	1/4	320,000	0	600	3.06	2.19
							200	600	2.35	1.71
							600	600	1.55	1.14
							600	200	0.60	1.30
	3.343	0.515	1.610	0.805	1/4	320,000	0	600	3.50	2.56
6 12x12x3/8 z' = 6.00 N = 1	2.141	0.734	0.230	0.109	1/2	320,000	0	900	6.05	3.94
							300	900	4.86	3.14
							900	900	4.61	2.98
							900	300	1.55	3.00
							1,000	200	1.00	2.91
	2.187	0.750	0.234	0.117	3/4	320,000	0	900	6.80	4.39
	2.203	0.734	0.234	0.117	1/4	320,000	0	900	4.31	2.77
							300	900	3.47	2.23
							900	900	3.23	2.10
							900	300	1.02	1.98
7 12x12x1/2 z' = 6.00 N = 3	4.469	0.703	0.230	0.115	1/2	320,000	0	900	6.90	4.45
							300	900	5.20	3.58
							900	900	4.62	3.16
							900	300	1.61	
										3.10
	4.469	0.703	0.230	0.115	1/2	320,000	1,000	200	1.10	3.19
				1.060			0	900	6.02	3.88
							300	900	5.21	3.36
							900	900	4.62	2.97
							900	300	1.61	2.90
							1,000	200	1.00	2.90
	4.469	0.718	0.230	0.115	3/8	320,000	0	900	5.67	3.66
				1.060			0	900	5.61	3.62
	4.484	0.718	0.230	0.115	3/4	320,000	0	900	8.20	5.29
				1.060			0	900	7.72	4.98
	4.485	0.718	0.230	0.115	1/4	320,000	0	900	4.68	3.02
						300	900	3.95	2.55	
						900	900	3.65	2.36	
						900	300	1.14	2.21	

Placa N.º	L	H	B	x'	t _p	E _p	S _t *	S _o	Nivel de borde	S'p
8 12x12x1/2 z'=6.00 N = 5				1.060			0	900	4.55	2.94
							300	900	3.71	2.40
							900	900	3.39	2.18
							900	300	0.95	1.82
	6.859	0.703	0.219	0.109	1/2	320,000	0	900	7.75	5.00
				1.070			0	900	7.51	4.85
				2.248			0	900	6.60	4.26
	6.859	0.703	0.219	0.109	1/2	320,000	300	900	5.98	3.87
							900	900	5.81	3.75
							900	300	1.92	3.69
							1,000	200	1.29	3.78
				1.070			300	900	5.72	3.70
							900	900	5.22	3.36
							900	300	1.81	3.50
	6.859	0.703	0.219	1.070	1/2	320,000	1,000	200	1.15	3.34
				2.248			300	900	4.61	2.98
							900	900	4.40	2.84
	6.859	0.718	0.219	0.110	3/8	320,000	0	900	6.78	4.37
				1.070			0	900	6.61	4.27
				2.245			0	900	5.95	3.87
	6.906	0.719	0.218	0.109	3/4	320,000	0	900	9.00	5.80
				1.078			0	900	8.21	5.29
				2.265			0	900	7.25	4.71
	6.906	0.734	0.218	0.109	1/4	320,000	0	900	6.31	4.07
							300	900	4.90	3.17
							900	900	4.83	3.10
							900	300	1.72	3.33
							1,000	200	1.20	3.49
				1.078			0	900	6.18	4.00
							300	900	4.18	3.10
						900	900	4.61	2.98	
						900	300	1.60	3.10	
						1,000	200	1.15	3.33	
			2.265			0	900	5.54	3.57	
						300	900	4.92	3.17	
						900	900	3.95	2.55	
						900	300	1.33	2.58	
						1,000	200	0.94	3.97	

Placa N.º	L	H	B	x'	t _p	E _p	S _t *	S _o	Nivel de borde	S'p
9 9x9x1/4 z' = 4.367 z' = 3.164 z' = 2.273 z' = 1.437 z' = 0.953 N = 1	4.047	0.467	0.437	0.219	1/4	320,000	0	300	4.93	7.26
							200	600	8.33	6.11
							600	200	2.05	4.40
	4.047	0.467	0.437	0.219	1/4	320,000	500	100	1.10	4.42
	4.047	0.467	0.437	0.219	1/4	320,000	0	300	3.16	4.66
	4.047	0.467	0.437	0.219	1/4	320,000	0	400	4.55	5.00
	4.047	0.467	0.437	0.219	1/4	320,000	0	400	4.34	4.78
	4.047	0.467	0.437	0.219	1/4	320,000	0	400	3.15	3.42
10 12x12x3/8 z' = 6.00 N = 1	5.047	0.172	0.515	0.258	3/8	320,000	0	900	7.10	4.59
							300	900	6.32	4.07
							900	300	2.03	3.87
	5.062	0.468	0.515	0.258	3/8	320,000	0	900	7.08	4.52
							300	900	5.76	3.71
							900	300	2.95	5.70
	5.077	0.887	0.500	0.250	3/8	320,000	0	900	6.55	4.23
							300	900	5.10	3.29
							900	300	1.68	3.29
	5.092	1.484	0.500	0.250	3/8	320,000	0	900	5.91	3.81
5.092	1.890	0.500	0.250	3/8	320,000	0	900	5.52	3.62	
SY 11 9x9x3/8 z' = 4.50 N = 1							900	300	1.44	2.81
							1,000	200	0.91	2.62
	4.610	0.690	1.110	0.550	3/8	400,000	0	800	6.61	3.75
	4.610	0.690	0.719	0.359	3/8	400,000	0	900	8.71	4.39
	4.610	0.690	0.281	0.140	3/8	400,000	0	500	6.50	5.91
							200	600	6.85	5.19
							600	600	5.56	4.17
							600	200	1.56	3.54
	4.610	0.690	0.160	0.080	3/8	400,000	300	300	4.41	6.67
	4.547	0.672	1.141	0.570	3/8	160,000	0	500	7.02	3.25
	4.547	0.672	0.719	0.360	3/8	160,000	0	500	8.02	3.71
	4.547	0.672	0.344	0.172	3/8	160,000	0	400	11.30	6.53
						100	300	6.72	5.21	
						300	300	6.39	4.97	
						300	100	2.00	4.66	
SY 12 9x9x3/8 z' = 4.50 N = 1							200	600	6.85	5.19
							600	600	5.56	4.17
							600	200	1.56	3.54
	4.610	0.690	0.160	0.080	3/8	400,000	300	300	4.41	6.67
	4.547	0.672	1.141	0.570	3/8	160,000	0	500	7.02	3.25
	4.547	0.672	0.719	0.360	3/8	160,000	0	500	8.02	3.71
	4.547	0.672	0.344	0.172	3/8	160,000	0	400	11.30	6.53
							100	300	6.72	5.21
							300	300	6.39	4.97
							300	100	2.00	4.66
							200	600	6.85	5.19
							600	600	5.56	4.17