

## MODELOS MATEMÁTICOS PARA SIMULAR FLOTACIÓN INDUSTRIAL A PARTIR DE PRUEBAS DE LABORATORIO

ÁNGEL AZANERO ORTIZ

### Resumen

Este trabajo de investigación tiene por objeto dar a conocer el flow sheet, balance de materiales, planteo de ecuaciones y desarrollo de modelos matemáticos que nos permitirán predecir resultados finales tales como: leyes, recuperaciones y radio de concentración que un mineral reportará cuando sea procesado por flotación a escala industrial con información obtenida de pruebas batch a nivel de laboratorio, método que se puede aplicar a una amplia variedad de minerales y poder evaluarlos técnica y económicamente con un alto nivel de confianza.

### Abstract

This research work has the purpose of making well known the flow sheet, material balance, planning of equations and development of mathematic models which will allow us to predict final results, such as: laws, recoveries and concentration ratio that a mineral will obtain when it is processed by flotation in an industrial scale with information taken from batch tests at a laboratory level, method- that can be applied in a big variety of minerals and being able to test them in a technical and economical way with a high level of trust.

### I.-INTRODUCCIÓN

Cuando observamos una planta concentradora en operación, el mineral es concentrado: iniciando el proceso en trituración, continua la molienda, clasificación y finalmente, flotación, donde se obtiene el producto final o concentrado(s); para lograr este objetivo se ha tenido que pasar por una serie de estudios metalúrgicos hasta llevar a cabo el Proyecto Final; estas etapas se resumen en los siguientes pasos:

- 1- Pruebas tipos batch a nivel de laboratorio.
- 2- Pruebas cerradas en cadena o simulación continua a escala de laboratorio.
- 3- Pruebas en Planta Piloto.
- 4- Pruebas industriales por campañas.
- 5- Procesamiento industrial del mineral.

Llevar a cabo las etapas anteriores para ejecutar un proyecto requiere de fuertes gastos y un largo período de tiempo por lo que esta investigación propone un método capaz de simplificar y/o eliminar alguna(s) de las fases anteriores, en este caso con solo resultados de pruebas batch, desarrollando una diagrama de flujo, planteando ecuaciones que relacionen el balance de materiales, con estos modelos matemáticos podemos predecir resultados con perfectas coincidencias en la práctica, que se obtendrán cuando se beneficie industrialmente el mineral.

## **II.-ANTECEDENTES**

Desde los inicios de la flotación ha existido interés por desarrollar métodos eficientes y rápidos para evaluar metalúrgicamente un mineral, así por los años 60 se introducen los conceptos de eficiencia de separación en base a índices cinéticos, posteriormente mediante flotación Rougher y múltiples etapas de limpieza y planteando los resultados se podían determinar por aproximación el grado final del concentrado; por la década del 80 los investigadores canadienses Agar y Kipie introducen los conceptos SPLIT FACTOR o factores de separación considerando la fracción no flotable en pruebas batch; complicando severamente el número y desarrollo de ecuaciones conforme se aplican más etapas de limpieza. En el presente trabajo se desarrollan modelos matemáticos considerando la fracción flotable simplificando notablemente el manejo de ecuaciones sin complicaciones cuando se realizan varias etapas de limpieza.

Estos modelos se pueden aplicar con un alto nivel de confiabilidad en:

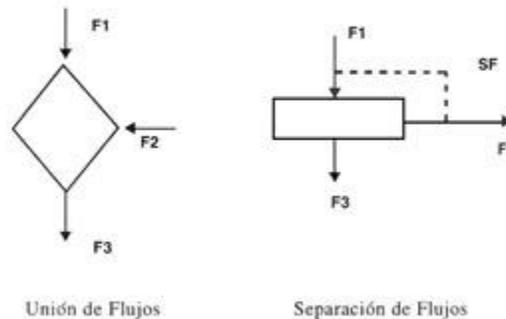
- a. Exploración minera, para continuar con este trabajo se necesita resultados metalúrgicos rápidos y económicos.
- b. Evaluación técnico-económica de minerales donde los recursos económicos son escasos.
- c. Comercialización de concentrados minerales previamente a su tratamiento, porque se pueden calcular el efecto de los productos intermedios o middlins en el concentrado final.

## **III.-METODOLOGÍA**

El concepto para presentar un circuito de flotación es atribuido al factor de distribución o SPLIT FACTOR (SF) de cada componente y en cada etapa de separación, este SF no es más que la fracción de alimentación que reportan los flujos no flotables o relaves en cada caso o etapa de separación o junta de flujos en flotaciones, rougher, cleaner, recleaner o scavenger, entre otros.

La magnitud de los SF dependen principalmente del tiempo de flotación, condiciones físico-químicas del mineral, datos suficientes que son determinados en una prueba de flotación batch, cuantificando así los factores de distribución y con estos factores se puede calcular los resultados que se obtendrán en una flotación continua, piloto o industrial. Los estudios de todos los investigadores han sido desarrollados en función de los SF o flujo no flotables, complicando severamente el desarrollo de estos modelos cuando se tiene más etapas de limpieza o se obtienen más productos; nosotros postulamos y desarrollamos estos modelos matemáticos considerando la fracción flotable, simplificando notablemente el manejo de ecuaciones y los cálculos que se realizan para evaluar una prueba de laboratorio y su escalamiento industrial.

*Módulos de Operación en Circuitos de Flotación*



Estos módulos nos servirán de base para realizar el balance de materiales mediante el planteo de ecuaciones para un diagrama de flujo de beneficio de minerales. El rombo indica la unión de dos o más flujos para formar un tercero y las etapas de separación están identificadas por un rectángulo y numeradas secuencialmente en un circuito de varias separaciones, los SF del primer separador son mencionados como SF1, del segundo separador como SF2 y así sucesivamente, relacionándolo con alguno de los constituyentes para su fácil identificación, si es el caso; ejemplos:

WSF1 = Factor de distribución del primer separador relacionado al peso.

RSFI = Factor de distribución del primer separador relacionado a la recuperación.

PbSF2 = Factor de distribución del segundo separador relacionado al plomo.

AgSF3 = Factor de distribución del tercer separador relacionado al contenido de plata



## CUADRO No 1

$$W_1 = 1 - SF_1 \quad \text{-----} \quad SF_1 = 1 - W_1$$

$$W_2 = 1 - SF_2 \quad \text{-----} \quad SF_2 = 1 - W_2$$

$$W_3 = 1 - SF_3 \quad \text{-----} \quad SF_3 = 1 - W_3$$

$$W_4 = 1 - SF_4 \quad \text{-----} \quad SF_4 = 1 - W_4$$

$$R_1 = 1 - SF_1 \quad \text{-----} \quad SF_1 = 1 - R_1$$

$$R_2 = 1 - SF_2 \quad \text{-----} \quad SF_2 = 1 - R_2$$

$$R_3 = 1 - SF_3 \quad \text{-----} \quad SF_3 = 1 - R_3$$

$$R_4 = 1 - SF_4 \quad \text{-----} \quad SF_4 = 2 - R_4$$

### 4.1 PLANTEO DE ECUACIONES

#### a) Primer Circuito

$$F_3 = F_1 + F_2 \quad \text{-----} \quad (1)$$

$$F_4 = F_3 SF_1 \quad \text{-----} \quad (2)$$

$$F_5 = F_3(1 - SF_1) \quad \text{-----} \quad (3)$$

$$F_2 = F_5 SF_2 \quad \text{-----} \quad (4)$$

$$F_6 = F_5(1 - SF_2) \quad \text{-----} \quad (5)$$

DE (5) Y (3)

$$F_6 = F_3(1 - SF_1)(1 - SF_2)$$

Para reemplazar en (1); de (4) y (3)

$$F_2 = F_3(1 - SF_1) SF_2 \quad \text{en (1)}$$

$$F_3 = F_1 + F_3(1 - SF_1) SF_2$$

$$F_3 = \frac{F_1}{1 - (1 - SF_1) SF_2}$$

$$F6 = \frac{F1 (1 - SF1) (1 - SF2)}{1 - (1 - SF1) SF2} \quad (6)$$

**b) Segundo Circuito**

$$F8 = F4 + F7 \quad (7)$$

$$F9 = F8 SF3 \quad (8)$$

$$F10 = F8 (1 - SF3) \quad (9)$$

$$F7 = F10 SF4 \quad (10)$$

$$F11 = F10 (1 - SF4) \quad (11)$$

De (11) y (9)

$$F11 = F8 (1 - SF3) (1 - SF4) \quad (12)$$

$$F8 = F4 + F7 \quad (13)$$

$$F4 = F3SF1$$

$$F4 = \frac{F1 SF1}{1 - (1 - SF1) SF2}$$

$$F7 = F10 SF4$$

$$F7 = F8 (1 - SF3) SF4$$

Reemplazando en (13)

$$F8 = \frac{F4}{1 - (1 - SF3) SF4}$$

Reemplazando en (12) los valores de F8 y F4

$$F11 = \frac{F1 SF1 (1 - SF3) (1 - SF4)}{[1 - (1 - SF1)SF2] \times [1 - (1 - SF3) SF4]} \quad (14)$$

Si reemplazamos los términos del cuadro N° 1 en ecuaciones 6 y 14 que implica considerar la fracción flotable tendremos las ecuaciones N° 6 A y 14 A que son de fácil aplicación para predecir resultados de flotación continua a partir de pruebas de laboratorio con muy buen nivel de confiabilidad, para un mineral con dos valores metálicos, considerando pesos:

$$F6 = \frac{F1 \times W1 \times W2}{1 + W1 (W2 - 1)} \quad (6 A)$$

$$F11 = \frac{F1 (1 - W1) \times W3 \times W4}{[1 + W1 (W2 - 1)] [1 + W3 (W4 - 1)]} \quad (14 A)$$

#### IV.-RESULTADOS

La prueba tipo batch se llevó a Cabo bajo las mismas condiciones de trabajo de flotación en planta concentradora los cálculos y resultados se demuestran enseguida.

Prueba de Laboratorio Resultados Cuadro N° 2								
Producto	Peso %	Leyes % Pb	Ag Zn	OZ/TC Ag	DISTRIBUCIÓN Pb	% Zn	% Ag	R.C.
<b>CONC. Pb</b>	1.47	58.00	11.67	150.00	35.57	4.98	58.38	68.03
<b>MEDIOS</b>	1.07	11.10	18.00	6.0	4.68	5.55	1.70	
<b>CONC. Zn</b>	3.59	7.55	42.33	4.0	10.67	43.98	3.81	27.86
<b>MEDIOS</b>	10.63	2.43	3.98	5.0	10.15	12.24	14.08	
<b>RELAVE</b>	83.24	1.25	1.38	1.0	40.93	33.25	22.03	
<b>CAB. CAL.G</b>	100.00	2.54	3.46	3.78	100.00	100.00	100.00	

Primero determinamos los SF de todo el circuito y también las fracciones flotables, con estos valores podemos calcular los pesos y recuperaciones reemplazando valores en ecuaciones 6A y 14A

#### -Cálculos para pesos:

$$SF1 = (3.59 + 10.63 + 83.24)/100 = 0.9746 \dots\dots\dots W1=0.0254$$

$$SF2 = 1.07/(1.47 + 1.07) = 0.4212 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots W2=0.5788$$

$$SF3 = 83.24/(3.59 + 10.63 + 83.24) = 0.8541 \dots\dots\dots W3=0.1459$$

$$SF4 = \frac{10.63}{10.63 + 3.59} = 0.7455 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots W4=0.2525$$

**- Peso de concentrado de Plomo**

$$W_{pb} = \frac{100 \times 0.0254 \times 0.5788}{1 - 0.0254 + 0.0254 \times 0.5788}$$

$$W_{pb} = 1.49$$

**- Peso de concentrado de Zinc**

$$W_{zn} = \frac{100 (1-0.0254) \times 0.1459 \times 0.2525}{[1 - 0.0254 + 0.0254 \times 0.5788] [1 - 0.1459 + 0.1459 \times 0.2525]}$$

$$W_{zn} = 4.07g$$

**- Peso de relave (T)**

$$100 = W_{pb} + W_{zn} + W_t$$

$$W_t = 100 - (W_{pb} + W_{zn})$$

$$W_t = 94.44$$

**Recuperaciones**

Para calcular las Recuperaciones el procedimiento es el mismo seguido para el cálculo de pesos.

**- Recuperaciones de Pb**

$$\text{Pb en concentrado Pb} = 35.22$$

$$\text{Pb en concentrado Zn} = 13.40$$

$$\text{Pb en relave} = 51.38$$

**- Recuperaciones de Zn**

$$\text{Zn en concentrado Pb} = 5.27$$

$$\text{Zn en concentrado Zn} = 53.95$$

$$\text{Zn en relave} = 40.78$$

**- Recuperaciones de Ag**

$$\text{Ag en concentrado de Pb} = 59.39$$

Ag en concentrado de Zn = 5.98

Ag en relave = 34.63

### Cálculo de Ley para Flujo Continuo

Una vez determinado los pesos y recuperaciones, el siguiente paso consiste en calcular las leyes de los concentrados a obtenerse en una operación de flotación continua.

#### - Ejemplos de cálculos

Ley de plomo en concentrado de plomo:

Contenido metálico de plomo total: 25.41

Recuperación de plomo en concentrado de Pb: 35.22%

Peso de concentrado de plomo: 14.90 Gr.

$$\text{Pb} = \frac{25.41 \times 35.22}{14.9}$$

% Pb = 60.06

#### - Radio de concentración (R.C.)

$$\text{R.C.} = \frac{100}{1.49}$$

R.C. = 67.11

De igual manera se continua con los cálculos siguientes hasta completar el balance metalúrgico, como a continuación se indica.

<b>Balance Metalúrgico para Flujo Continuo</b>								
<b>RESULTADOS</b>								
<b>Cuadro N° 3</b>								
PRODUCTO	PESO %	LEYE S Pb	% Zn	Ag. Oz/Tc Ag	RECUPERACIÓN Pb	% Zn	1 Ag	R. C.
CONC. Pb	1.49	60.06	12.22	150.50	35.22	5.27	59.39	67.11
CONC. Zn	4.07	8.36	45.81	5.55	13.40	53.95	5.98	24.57

Relave	94.44	1.38	1.49	1.38	51.38	40.78	34.63	
CAB. CAL.	100.00	2.54	3.46	3.78	100.00	100.00	100.00	

### Proceso Industrial

El mineral fue procesado por flotación en una planta concentradora. Los resultados se muestran en el cuadro N°4.

Balance Metalúrgico Industrial RESULTADOS Cuadro N° 4								
PRODUCTO	PESO %	LEYE S Pb	% Zn	Ag Oz/TC Ag	RECUPERACIÓN Pb	% Zn	1 Ag	R. C.
CONC. Pb	1.49	60.06	12.22	150.50	35.22	5.27	59.39	67.11
CONC. Zn	4.07	8.36	45.81	5.55	13.40	53.95	5.98	24.57
Relave	94.44	1.38	1.49	1.38	51.38	40.78	34.63	
CAB. CAL.	100.00	2.54	3.46	3.78	100.00	100.00	100.00	

### V.-DISCUSIÓN

1- Los modelos matemáticos desarrollados y simplificados durante este trabajo de investigación se pueden aplicar con bastante confiabilidad para evaluar técnica y económicamente proyectos iniciales de la pequeña y mediana minería, donde los recursos económicos son escasos como para realizar un estudio sistemático de 5 etapas que requiere normalmente implementar un proyecto minero-metalúrgico.

2- Las ecuaciones que se presentan en este trabajo son de aplicación para otros tipos de minerales que tengan otros valores metálicos y también pueden servir de base para desarrollar ecuaciones para otros diagramas de flujo en flotación diferencial de minerales.

3- Los resultados obtenidos a nivel de laboratorio cuadros N°2 y N° 3 comparados con los resultados obtenidos a nivel de planta concentradora cuadro N° 4, nos permite afirmar que los modelos matemáticos desarrollados son confiables y de aplicación para concentración de minerales.

4- Mediante estas ecuaciones matemáticas es posible predecir con bastante éxito, leyes, recuperaciones y radio de concentración que se obtendrían a nivel industrial si beneficiamos un mineral que requiere flotación selectiva a partir de pruebas de laboratorio donde se obtenga DOS CONCENTRADOS y un RELAVE.

## **VI.-REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1- Agar G.E. Kipkie W.B. and Roy Gordon J. 1978 - Predicting Locked Cycle Flotation Test Results from Batch Data - CIM Bulletin Mineral Processing - Pg 119 - 125.

2- Baldeón M. T. y Azañero O. A. 1993. Simulación de Flotación Continua a partir de Pruebas de Laboratorio - UNMSM - OGI - P - 3160305 - Pg. 2 a 3.

3. Banco Minero del Perú - 1989 - Informe Interno 1121 - Laboratorio Central del Callao Pg. 3 - 5.

4. Host W.E. and Mitchell D.W. 1970. A Method for Predicting Grade of Flotation Concentrate - Quaterly of the Colorado School of Mines Pg. 573 -- 583

5. Rizo Patrón R.A. Concentrabilidad Diferencial 1963 - USA - Patent N°3094, 484. Pg.5 - 15.