ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE UNA RED DE TRIANGULACION

Ing. OSWALDO ORTIZ SANCHEZ

RESUMEN:

Mediante análisis probabilístico es posible demostrar la veracidad o falsedad de una hipótesis.
La aplicación de las 3 leyes básicas de la teoría de probabilidades permite demostrar la certeza de la ubicación de los puntos de una red de triangulación topográfica de varias concesiones mineras adyacentes cuya exactitud de localización fue cuestionada por una de las partes litigantes. Los nombres de las vértices de los triángulos son verdaderos y fueron tomados para demostrar el método.

Palabra clave: Red de Triangulación

ABSTRACT:

A true or false hypothesis can by proved through probability analysis so that the appropiate decision may be taken.

Tools used are the three basic laws of the probability theory which can help in reaching the right conclusion on the real location of points of a topographic triangulation net of several adjacent mining leases, their exact location being questioned by one of the contended parties.

In trying to show the method of analysis, the actual names of the triangles vertices were used.

Key word: Triangulation net.

INTRODUCCION

La sensibilidad puede interpretarse como un concepto inverso de variabilidad a mayor variabilidad menor sensibilidad. En el caso que vamos a analizar la sensibilidad se traduce como el grado de aceptación de que la red de triangulación cuestionada no esta en su ubicación dada cuando en realidad si lo esta. Desde el punto de vista de probabilidad condicional, lo anterior se expresa como:

$$\text{Sensibilidad} = \frac{a}{a + c}$$

Donde: a = triángulos que pertenecen a la red que se encuentra unida a un triángulo base o pruebas positivas (veraces).

c = triángulos considerados no pertenecientes a la red pero que en realidad si los son o pruebas negativas falsas.

El incremento de c disminuye la sensibilidad por lo que c debe tender a cero para que la sensibilidad se acerque a 1. De este modo la sensibilidad se relaciona con la probabilidad. A mayor sensibilidad mayor probabilidad y por lo tanto mayor confiabilidad y aceptación.

SISTEMA Y SUBSISTEMA

Para el análisis, sistema es la red de triangulación y sub-sistema es un componente del triángulo con sus lados y ángulos que forman los vértices y son características típicas de cada triángulo que se materializan en coordenadas Norte-Sur, Este-Oeste referidas a la base del sistema. Los conceptos dados arriba deben considerarse tanto para sistema como para sub-sistema.

HIPOTESIS

La confiabilidad en la ubicación de la red de triangulación cuestionada debe confirmarse planteando la hipótesis de que existe otra red de las mismas características pero ubicada en algún otro lugar. Esto significa que los puntos de triangulación y visuales con sus coordenadas referidas a las coordenadas de la base (10,000 N 10,000 E), orientadas con respecto al Norte magnético, han sido trasladados en bloque a otro ambiente topográfico pero de iguales o similares características y accidentes topográficos que los usados en la fijación de la red de triangulación cuestionada.

INVALIDAD DE LA HIPOTESIS

Para descartar la hipótesis debe partirse de la ubicación de un triángulo base con vértices fijos, incompatibles, inamovibles e inalterables a través del tiempo y de la acción de los fenómenos naturales y/o artificiales incluyendo la acción del hombre. Dentro de la red de 19 o más triángulos observados y/o chequeados, existen uno o más triángulos de las características indicadas formados por los siguientes puntos o accidentes topográficos inalterables:

Torre de la iglesia la soledad
Campanario de la iglesia de parcoy
Piedra Grande en Ariabamba
Alto Ñato
Loma de Paicos entre otros

El triángulo escogido con las características anteriores es el formado por los vértices, (ver **figura**);

Torre de la Iglesia La Soledad
Piedra Grande en Ariabamba y
Campanario de la iglesia de parcoy

Descripción de los vértices del triángulo

1. Ariabamba - Torre Iglesia Soledad - Campanario - Iglesia de Parcoy Ariabamba:

Coordenadas referidas a: 9,246.905N Altura m.s.n.m. La base de triangulación 11,176.742 E 2,832.37 cuyo extremo norte tiene las siguientes coordenadas referenciales: 10,000 N; 10,000 E

Ariabamba es una roca vertical de grandes dimensiones que sobresale en la ladera del cerro Ariabamba. Este accidente topográfico natural inconfundible e indestructible está formado por cuarcitas resistentes a la erosión y al intemperismo enclavado en un material andesitico. La ladera del cerro tiene una pendiente de 39º NO.

2. Torre de la Iglesia La Soledad.

Coordenadas referidas a: 10,051.560 N Altura m.s.n.m.
base de triangulación. : 11,626.436 E 2,883.90
arriba indicada.

La Iglesia de la Soledad fue construida en la época de la colonia en el Pueblo La Soledad como demuestra la crónica.

La torre es de sección cuadrada con un techo inclinado a 4 aguas que termina en un vértice superior. Esta torre está protegida por techo de calamina en sus 4 aguas cuyas aristas confluencia en el vértice superior formando un prisma. El vértice superior constituye el punto de triangulación.

3. Campanario de la Iglesia de Parcoy:

Coordenadas referidas a: 9,247.60 N Altura m.s.n.m.
base de triangulación 11,177.20 E 3,010.20
indicada.

La iglesia del Pueblo de PARCOY ubicada en el lado norte de la plaza de Parcoy fue construido durante el siglo XIX según la historia.

El campanario da frente a la Plaza y consta de 2 torres con un espacio central entre ellas. El punto de triangulación es el centro del pasadizo. Tanto este espaciamiento como las torres están protegidos por techos de calamina. Las torres tienen sección cuadrada y terminan en forma cónica en ambos lados.

Ángulos y lados del triángulo Ariabamba-Torre iglesia soledad-Campanario iglesia de parcoy (ver **figura**).

1. Angulo Ariabamba - Campanario Iglesia Parcoy - Torre Iglesia Soledad: 35º 13´36¨. Distancia.
   Ariabamba - Torre Soledad: 2,433.07m.
2. Ángulo Torre Iglesia Soledad - Ariabamba - Campanario Iglesia de Parcoy: 12º 37´00¨. Distancia.
   Ariabamba-Campanario Iglesia de Parcoy: 3,126.96m.
3. Ángulo Campanario Iglesia de Parcoy - Torre Iglesia Soledad-Ariabamba: 132º09´24¨. Distancia.
   Torre Soledad- Campanario Iglesia de Parcoy: 921.36m.

Posición del triángulo Ariabamba - torre iglesia soledad-campanario iglesia de parcoy en la red de triangulación cuestionada (ver **triángulo en la figura**).

Este triángulo esta unido al triángulo Ariabamba - Campanario de la Iglesia de Parcoy - Frailones, por el lado Ariabamba Campanario Iglesia de Parcoy y se une al triángulo Ariabamba-Loma de Paicos - Frailones por el lado Ariabamba - Frailones. Este triángulo se une a otro triángulo de la red a través de un lado, y así sucesivamente como puede verse en la figura.

RAZONAMIENTO PROBABILISTICO

Valor esperado y dispersión en la ubicación del triángulo ariabamba-torre iglesia soledad-campanario iglesia de parcoy (Δt).

La ubicación de este triángulo debe definirse como correcta (cierta), o incorrecta (falsa), no existiendo posiciones intermedias.

Sea P (X) la probabilidad de acierto en la ubicación del triángulo ΔT.

En probabilidades se cumple que: $0 \leq P(x) \leq 1$

Ya que las probabilidades no pueden ser negativas ni mayores que : 1

También: $\sum P(X) = 1$

Para este caso la suma de las probabilidades complementarias de los eventos es igual a 1.

El valor esperado de la variable discreta X que tiene una función de probabilidad P (X) está dada por:

$$E(X) = \sum X\,P(X) \quad ^{(1)}$$

Esta es una suma de todos los valores de X para los cuales P (x) **>** 0

De acuerdo con lo anterior, el valor esperado de X solo acepta éxitos (certezas),o fracasos (falsedades) que puede traducirse como:

X = 1 y X = O respectivamente y viene dado por :

E (X) = X.P(X) = O x P(O) + P x P (1) **(2)**
= O (1-P) +1 x P = P

Porque, P (o) = 1 - P

Para tener total certeza en la ubicación:

P = 1 y la probabilidad complementaria: 1 - P = O para total falsedad.

Luego: Ex = 1

La variabilidad de esta ubicación se mide con la varianza V (x).

Donde: $V(x) = E(x)^2 - [E(x)]^2 = \sum x^2.P(x) - P^2$
$= O(1-P) + 1(P) - P^2$
$= O(1-P) +1(P) - P^2$
$= P(1-P)$

Como: P = 1 y 1-P = O

Se tiene: V(x) = O

Para el caso del triángulo analizado (∆T), que tiene total certeza (P = 1), su variabilidad es cero, no aceptándose ningún cambio de posición.

ANÁLISIS DE LA RED

El análisis para los demás triángulos de la red puede efectuarse considerando los n triángulos de la red (n=18 o más), con sus eventos de falsa ubicación G1, G2……..Gn.

La probabilidad de que estos triángulos no se encuentren en su posición establecida es la probabilidad condicional:

P (G1.G2…..Gn) =P (G1). P(G2/G1). P(G3/ G1,G2). P (G4/G1, G2, G3)….. P (Gn/G1 G2 ……….Gn - 1).

(**Segunda Ley** de probabilidad condicional sobre ocurrencia de un evento considerando la ocurrencia de otro).

Para el caso de los triángulos con sus características propias, pueden considerarse que son eventos independientes y mutuamente exclusivos uno del otro por lo que:

P(G1,G2..Gn) = P(G1). P(G2)…P(Gn) (fórmula simplificada)

La expresión anterior muestra la probabilidad en la intersección o confluencia de todos los triángulos que forman la red compacta. Si P(Gi) es la probabilidad de falsa ubicación de un triángulo, el producto de todas las probabilidades es la probabilidad de falsa ubicación de toda la red.

Llamando q a este decimal, la probabilidad de certeza en la ubicación de toda la red es p=1-q. Siendo q=O ó un cifra muy pequeña, el valor de p se aproxima a 1, ó probabilidad de certeza.

Considerar la hipótesis de que cualquiera de los 18 o más triángulos y aun todos los triángulos no analizados de la red, posean probabilidad elevada de haber sido trasladados o que no pertenecen a la red, en este caso q=1.

Se sabe que p(G1) = O ó probabilidad de falsa ubicación del triángulo analizado (triángulo Ariabamba-Torre Soledad-Campanario Iglesia de Parcoy).

Sean p(G2)= 1, p(G3) =1…p(Gn) =1 Probabilidades extremas de falsa ubicación de los triángulos 2, 3….n.

Siendo la red compacta, y por la segunda ley de probabilidades, la probabilidad en la intersección de la red (en su confluencia), es el producto de la probabilidades independientes ó p(G1), p(G2)…p(n) = Ox1x1…x1=O que resulta ser la probabilidad conjunta de que la red fue trasladada. Esta sensibilidad de cero da la probabilidad de traslado de toda la red considerando que el primer triángulo tiene p = 1 y q = O.

ANEXO

TEOREMAS DE PROBABILIDAD

1. Si Ā es el complemento de un evento A en un mismo espacio de muestra entonces:

P (Ā)=1 - P(A)

2. Si A y B son 2 eventos cualesquiera, entonces la probabilidad en la unión es:
P (A U B) = P (A) + P (B) - P (AB)

Para la unión de k eventos A1, A2, …..Ak se tiene la siguiente fórmula:

$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = \sum_{i=1} P(A_i) - \sum\sum_{i<j} P(A_i A_j) + \sum\sum\sum_{i<j<l} P(A_i A_j A_k) - \ldots + \ldots - (-1)^k . P(A_1 A_2 \ldots A_k)$

3. Si A y B son 2 eventos cualesquiera, entonces la probabilidad en la intersección o confluencia de estos eventos es:

$P(AB) = P(A)\, P(B/A)$ Probabilidad condicional para 2 eventos.
$= P(B)\, P(A/B)$

Si A y B son independientes y mutuamente exclusivos:
$P(AB) = P(A)\, P(B)$

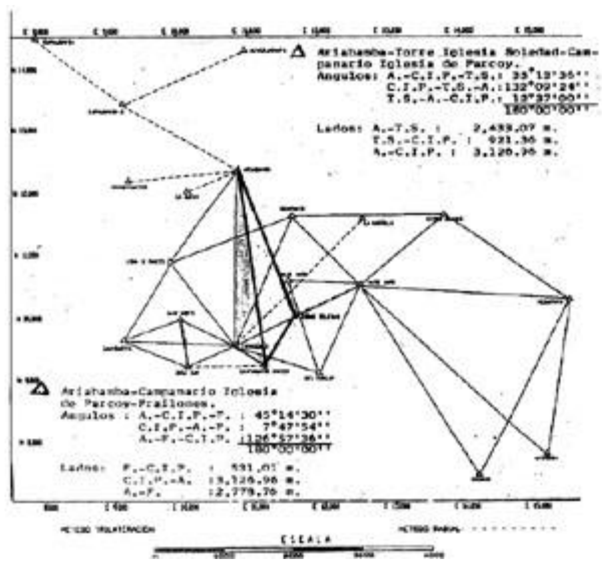

Figura 1. Triangulación Parcoy Comprobación de vértices Medidas electrónicas

4. La regla de Bayes, para cálculo de probabilidades inversas tiene la siguiente expresión general:

$$\text{Si } P(Bj/A) = \frac{P(Bj)\, P(A/Bj).}{\sum_{i=1}^{k} P(Bi)\, P(A/Bi)}$$

Donde $B_1\, B_2 \ldots B_k$ son componentes del sistema y A es cualquier evento en el todo.

En la expresión P (Bj /A) es la probabilidad condicional del componente Bj considerando el evento A. P (Bj) es la probabilidad del componente Bj, P (A/Bj) es la probabilidad condicional del evento A, considerando el componente Bj y en el denominador se tiene la suma de las multiplicaciones de las probabilidades de los componentes Bi (i = 1,….., k), por las probabilidades condicionales del evento A considerando el componente Bi.

BIBLIOGRAFIA

[1] Statistics and experimental design, in engineering and the physical ciences Vol.I,pp 50, by Norman L. Johnson and Fred C. Leone, 1964. John Wiley & Sons, New York.

[2]Probabilidad y estadistica para Ingeniería por Richard L. Sheaffer y Jomes T. MC Clave, pp 84, 1990. Versión en Español por Grupo Editorial Iberoamérica S.A., México, 1993.

[3]Investigación de operaciones. Métodos y Problemas. Por Maurice Sasieni, Arthur Yaspan y Lawrence Friedman 1974, Editorial Limusa, México.