

Recibido: 25 / 11 / 2007, aceptado en versión final: 19 / 12 / 2007

## Rectificación de redes de control horizontal para elaborar cartas geográficas

Rectification of nets of horizontal control to elaborate geographical chart

Ricardo Santos Rodríguez<sup>1</sup>, Hildebrando Buendía Ríos<sup>1</sup>, Franci Benito Cruz Montes<sup>2</sup>

### RESUMEN

Para establecer las redes horizontales, se realizó cuatro cuadriláteros contiguos o en cadena y ligados a la red nacional por medio de 4 puntos geodésicos con base de partida en S.E.B. Conchán y cuyas coordenadas geográficas se midió con el sistema de posicionamiento global GPS geodésico durante 2 horas en cada vértice. Apoyados en estos vértices, se formó la red de los cuatro cuadriláteros, y para la compensación y ajuste mediante las herramientas matemáticas clásicas y verificadas con las computacionales de las figuras formadas; se planteó los procesos de geodesia clásica o tradicional y el proceso en bloque. Se observa que el error se hace cada vez más grande y se concentra en los vértices centrales de la red siendo las máximas variaciones en las ordenadas en los vértices Pachacamac y Guayabo con -0.018m y -0.008m, respectivamente; e indica que dichos vértices del método en bloque están más al sur que del método clásico; mientras que las variaciones de las abscisas de los mismos vértices están más al este por tener +0.003m y +0.003m, respectivamente, quedando demostrado el desplazamiento de la red en el método en bloque. Aquí se propone utilizar el ajuste en bloque que es adecuado para ajustes en redes, el mismo que servirá para elaborar planos de diversas aplicaciones de ingeniería, según nuestra realidad.

También se comparó las coordenadas geográficas y UTM del vértice Templo ubicado en las Ruinas de Pachacamac, con el trabajo realizado por la Empresa Consultores Mineros en 1999 y cuyos valores difieren en el Norte en -0.006m, al Este en +0.0055m y en altura en -0.28m; por los resultados, la presente investigación tiene buena confiabilidad.

**Palabras clave:** Azimut geográfico, sistema de posicionamiento global (GPS), valor más probable, coordenadas geográficas, exceso esférico.

### ABSTRACT

In order to establish the horizontal nets four contiguous quadrilateral ones were realized or in chain and ligatures to the national net by means of 4 geodesic points with base of exit in S.E.B. Conchán and whose coordinated geographical ones it measured itself to the system of global position geodesic GPS for 2 hours in every apex. Supported on these apexes one formed the net of the four quadrilateral ones, and for the compensation and adjustment by means of the mathematical hardware classic and verified with computers hardware of the formed figures, one raised the processes of classic or traditional geodesy and the process in block.

It is observed that the error becomes bigger and bigger and concentrates on the central apexes of the net being the maximum changes in arranged in the apexes Pachacamac and Guayabo with -0.018m and -0.008m respectively, and indicates that the above mentioned apexes of the method in block are more on the South than of the classic method; where as the changes of the abscissas of the same apexes are more to the East for having 0.003 m and 0.003 m respectively, remaining demonstrated the displacement of the net in the method in block. Here it proposes to use the adjustment in block that is adapted for adjustments in netS, the same one that will serve to prepare planes of diverse applications of engineering and according to our reality.

1 Docentes de la Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.  
E-mail: rsantosr@unmsm.edu.pe / hbuendiar@yahoo.es

2 Docente de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional Federico Villarreal. Lima, Perú.

Also there compared the coordinated geographical ones and UTM of the apex Temple located in the Ruins of Pachacamac, with the work realized by the Company Consulting Miner and which values differ in the North in  $-0.006\text{m}$ , to the East in  $0.0055\text{m}$  and in height in  $-0.28\text{m}$ ; for the results, the present investigation has good reliability.

**Keywords:** Geographical azimuth, system of global positioning (GPS), geographical more probable, coordinated value, spherical excess.

## I. INTRODUCCIÓN

El presente proyecto de Investigación está enmarcado dentro del campo geodésico, teniendo en cuenta que todo proyecto de envergadura en ingeniería requiere como mínimo contar con una carta geográfica, que represente fielmente las características naturales y/o artificiales del terreno.

Este plano Cartográfico con el fin de integrar a todo el país, debe apoyarse en una red de figuras geométricas que puede ser una triangulación, trilateración, poligonación, etc., de orden "0, A, B y C", (IGN, 2005) y sirve de apoyo para establecer otras redes de orden inferior, y a partir de ellas se efectuará el levantamiento Topográfico, mediante el cual se determinará las características más saltantes del terreno, es decir, los accidentes naturales como: quebradas, elevaciones, ríos, etc., y accidentes artificiales, como centros poblados, carreteras, puentes, etc. (IAGS,1985).

También este plano cartográfico sirve de base para efectuar el saneamiento físico legal y titulación de las propiedades urbanas y rurales.

Con el fin de representar las características del terreno, es necesario apoyarse en redes de control (formadas por vértices y líneas que las unen, formando figuras geométricas); para ello, se deben fijar puntos sobre la superficie de la tierra con la precisión requerida a través de mediciones angulares y lineales (Martín, 1992).

La precisión del plano de la zona y el posterior replanteo de todas las obras de ingeniería, dependen de la exactitud en la determinación de estos puntos de control, en el cual las coordenadas "N" y "E", constituirán el control Horizontal o Planimétrico y la coordenada "Z" o altura, (cota ortométrica), constituye el Control Vertical o Altimétrico (Gutiérrez, 1991).

Para establecer las redes de control, se requiere que se efectúen mediciones angulares y lineales, las cuales dan lugar a que se introduzcan errores; algunas se pueden eliminar y otras quedan como remanente que vienen a ser los errores accidentales, y son los que afectan a las mediciones por su permanente aparición y pueden ser positivos o negativos (Chueca, 1996); estos errores afectan la posición de los puntos y, por ende, a las redes de control sobre las cuales se apoyan los planos cartográficos.

## II. MÉTODO

En este trabajo de investigación se empleó el método deductivo y la observación directa. Se procedió al análisis de la bibliografía existente con respecto al proyecto a investigar, asimismo se estableció la metodología a usarse para el desarrollo y verificación del proyecto de investigación según las etapas siguientes: planeamiento, reconocimiento y monumentación, trabajos de campo, cálculos de gabinete (ajuste), evaluación y memoria de los trabajos.

La etapa del planeamiento contempla las condiciones geométricas, técnicas, económicas y de factibilidad que permitan la elaboración de un anteproyecto para realizar el levantamiento destinado a satisfacer una necesidad. Aquí se tuvieron en cuenta los factores de precisión requerida, disponibilidad de equipo, materiales, personal y demás facilidades, así como los factores ambientales.

Se eligió una zona cercana a Lima para efectuar dicho trabajo, siendo elegida la localidad de Pachacamac, Lurín, perteneciente al distrito de Lurín, del departamento de Lima, cuyo terreno es de fácil acceso y de topografía ondulada, que permite llegar a los puntos requeridos (Figura N.º 1).

Se diseñó en gabinete una red de triangulación de dos cuadriláteros en la carta fotogramétrica escala

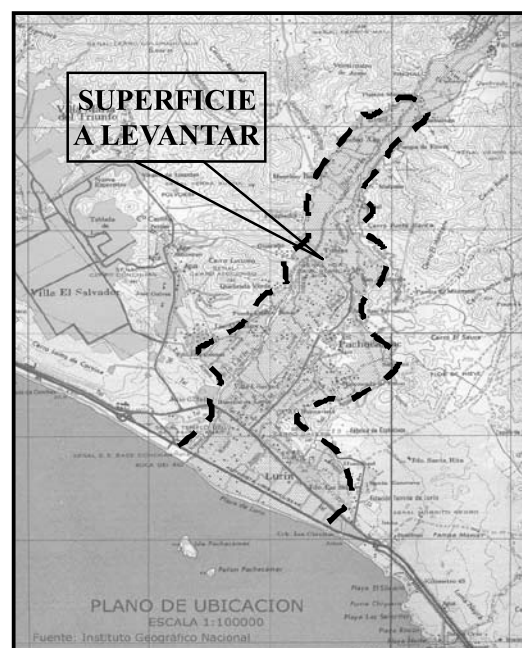


Figura N.º 1. Plano de ubicación del área de estudio.

1:100000, que cubre el área seleccionada y que sirvió de referencia para determinar alturas y accesos así como de estimación de la distancia y azimuts aproximados, y permitió un mejor planeamiento del trabajo de campo. Los puntos o vértices de las redes son ínter visibles y tiene consistencia de figuras con ángulos mayores de 30° y menores de 150°, así como lo referente a las distancias por tratarse de un modelo experimental y que la red está ligada a tres vértices geodésicos del IGN, como la señal Templo de Pachacamac a 78 msnm, señal Morrito Negro a 55 msnm y la Señal Cerros Manchay a 938 msnm.

En el reconocimiento, se observó que factores ambientales como la neblina, cubrían los puntos seleccionados, y este fenómeno duró la mayor parte del año, por lo que se estudiaron nuevos diseños de redes y siendo el cuarto diseño la red considerada de cuatro cuadriláteros, cuyos vértices se encuentran entre 100 y 200 m de altura sobre la base de los cerros y que permitió definir el proyecto final. En esta etapa se considera la monumentación de los puntos seleccionados y se dio la nomenclatura a cada vértice según el lugar en que se encuentra el mismo (Figura N.º 2).

En los trabajos de campo, se continuó con las mediciones de los lados de la red de la triangulación clásica por el método de trilateración (Figura N.º 3), es decir, se midieron todos los lados de la red con Estación Total Leica (fotos 1 y 2).

Para el enlace de la red a los puntos geodésicos del IGN, a fin de tener coordenadas absolutas del país, se estableció una base de partida y otra de llegada, amarrados a la señal S.E. Base Conchán, realizándose

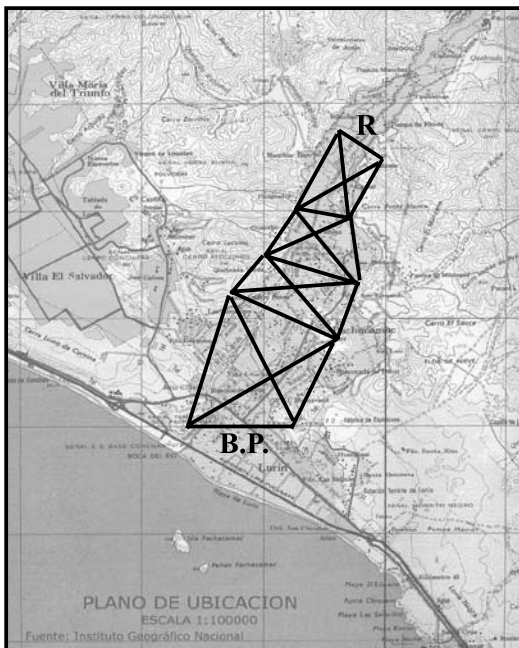


Figura N.º 2. Diseño de la red de triangulación (4 cuadriláteros).

mediciones con GPS geodésico (foto 3) cuya precisión en el modo diferencial es horizontal: 5mm+0.5ppm, vertical: 10mm+0.5ppm y que cumple las normas establecidas para fijar redes de control horizontal el cual servirá posteriormente como un indicador de la verificación del trabajo de investigación.

En el proceso de gabinete, se realizaron todas las operaciones en forma ordenada y sistemática; se calcularon ángulos, resistencia de figura, compensación de ángulos, cálculo de lados por la mejor ruta, azimuts y coordenadas de todos los vértices de la triangulación y, finalmente, el plano a escala adecuada en coordenadas UTM.



Foto 1. Vértice templo del sol con ET.



Foto 2. Vértice Cavero con ET.



Foto 3. Sistema de posicionamiento global geodésico (GPS).

Especificaciones técnicas	Equipo GPS	
Tipo de receptor	Trimble 4800	
Precisión en modo diferencial estático	Horizontal	Vertical
	5 mm + 0.5 ppm RMS	10 mm + 0.5 ppm RMS
Coefficiente de observación	10 seg.	
Tiempo de posicionamiento	60 minutos	
Doble frecuencia	L1-L2	
Número de canales	24	
Número de satélites visibles	> 4	
PDOP	< 6	
Máscara de Elevación	15	

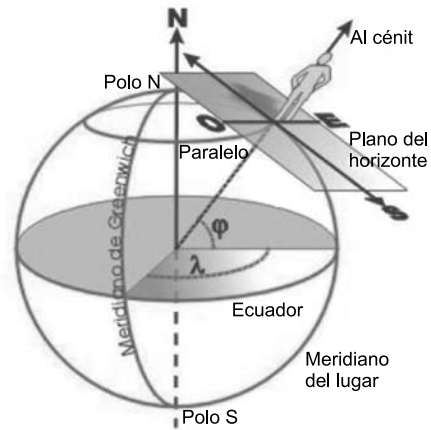


Gráfico N.º 2. Origen de Coordenadas

Para efectuar el ajuste de las redes de control horizontal geodésico, ella se funda en la aplicación de la teoría de mínimos cuadrados, el cual consiste en la minimización de los errores que se han introducido en la medida de los ángulos y distancias.

**III. RESULTADOS**

Teniendo en cuenta los sistemas de coordenadas (Gráfico N.ºs 1 y 2), y los parámetros necesarios que definen un elipsoide: Radio polar = b; Radio ecuatorial = a y Aplastamiento =  $f = (a - b)/a$ , se ha determinado el elipsoide de revolución (Gráfico N.º 3), los que se aplicaron en los cálculos geodésicos de los radios de curvatura del meridiano y del primer vertical (Gráfico N.ºs 4 y 5).

Con el análisis de los datos observados en el campo de la red de triangulación clásica (Figura N.º 3), se calculó en gabinete todas las distancias horizontales (Gráfico N.º 6) y los valores angulares de cada vértice (Tablas N.º del 1 al 4).

Con las distancias horizontales, se calculó las distancias geodésicas de la red de triangulación (Gráfico N.º 7), así como los ángulos esféricos corregidos de la triangulación (Tabla N.º 5).

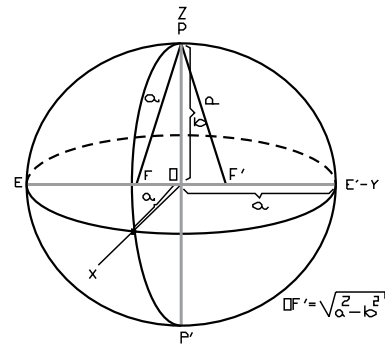


Gráfico N.º 3. Elipsoide de Revolución

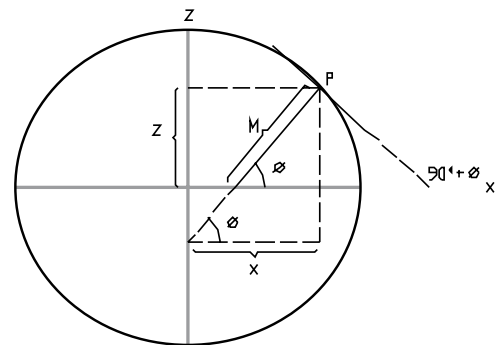


Gráfico N.º 4. Radio de Curvatura del Meridiano M

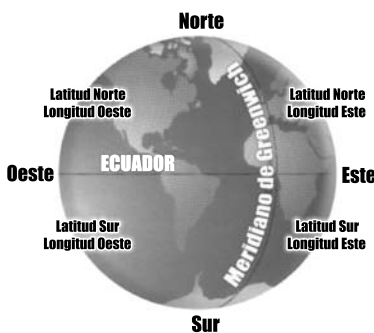


Gráfico N.º 1. Sistema de Coordenadas Geográficas

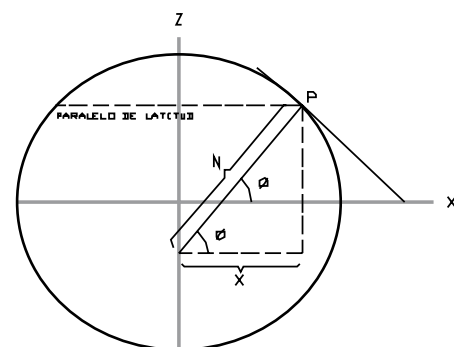


Gráfico N.º 5. Radio de Curvatura del Primer Vertical N

**Tabla N.º 1.** Ángulos horizontales del cuadrilátero

TEMPLO-CAVERO-PACHACAMAC-CRUZ

N.º	ÁNG. HORIZ	Error Cierre
1	67° 06' 55.66"	
2	26° 18' 44.55"	
3	36°23' 41.99"	
4	50° 10' 33.10"	
5	35° 43' 50.37"	
6	57° 41' 49.36"	
7	40° 29' 17.38"	
8	46° 04' 54.08"	
∑D=	359° 59' 46.49"	-13.51"

**Tabla N.º 2.** Ángulos horizontales del cuadrilátero

CRUZ-PACHACAMAC-SAN FERNANDO-GUAYABO

N.º	ÁNG. HORIZ	Error Cierre
9	38° 58' 29.80"	
10	32° 26' 09.49"	
11	40° 42' 34.85"	
12	67° 52' 45.85"	
13	34° 07' 06.21"	
14	37° 17' 33.07"	
15	64° 49' 21.06"	
16	43° 45' 59.65"	
∑D=	359° 59' 59.98"	-0.02"

**Tabla N.º 3.** Ángulos horizontales del cuadrilátero

GUAYABO-SAN FERNANDO-PICA PIEDRA-CARDAL

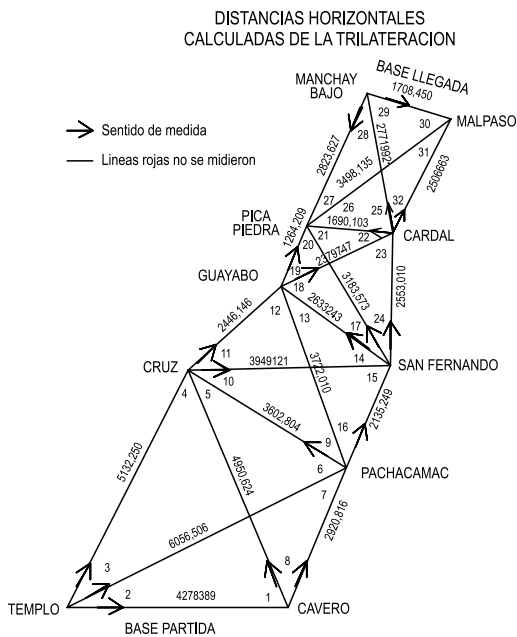
N.º	ÁNG. HORIZ	Error Cierre
17	22° 40' 12.06"	
18	60° 59' 00.67"	
19	42° 56' 36.56"	
20	53° 23' 55.59"	
21	53° 01' 00.52"	
22	30° 38' 08.05"	
23	64° 25' 02.00"	
24	31° 55' 38.06"	
∑D=	359° 59' 33.51"	-26.49"

**Tabla N.º 4.** Ángulos horizontales del cuadrilátero

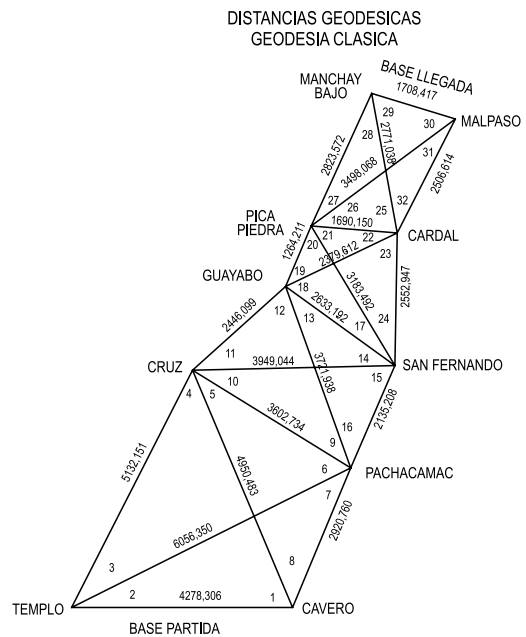
PICA PIEDRA-CARDAL- MALPASO-MANCHAY BAJO

N.º	ÁNG. HORIZ	Error Cierre
25	74° 05' 44.08"	
26	41° 50' 08.82"	
27	28° 55' 19.00"	
28	35° 08' 48.15"	
29	62° 52' 06.63"	
30	53° 03' 46.26"	
31	26° 43' 37.39"	
32	37° 20' 29.76"	
∑D=	360° 00' 00.09"	+0.09"

Fuente: Elaboración propia.



**Gráfico N.º 6.** Distancias horizontales de la red de la triangulación



**Gráfico N.º 7.** Distancias geodésicas de la triangulación (Clásico)

Tabla N.º 5. Ángulos esféricos corregidos de los cuadriláteros 1, 2, 3 y 4 de red de Triangulación (clásico)

N.º ANG		Esférico corregido		
<b>Cuadrilátero 1</b>				
1	67	6	57.262	
2	26	18	46.105	
3	36	23	42.812	
4	50	10	33.881	
5	35	43	52.207	
6	57	41	51.158	
7	40	29	20.010	
8	46	4	56.669	
	360	0	0.104	
<b>Cuadrilátero 2</b>				
9	1	38	58	29.806
10	2	32	26	9.497
11	3	40	42	34.861
12	4	67	52	45.861
13	5	34	7	6.219
14	6	37	17	33.081
15	7	64	49	21.065
16	8	43	45	59.656
	360	0	0.046	

N.º ANG		Esférico corregido		
<b>Cuadrilátero 3</b>				
17	1	22	40	15.158
18	2	60	59	1.619
19	3	42	56	43.547
20	4	53	23	59.689
21	5	53	1	5.854
22	6	30	38	10.921
23	7	64	25	5.334
24	8	31	55	37.906
	360	0	0.028	
<b>Cuadrilátero 4</b>				
25	1	74	5	44.070
26	2	41	50	8.810
27	3	28	55	18.992
28	4	35	8	48.143
29	5	62	52	6.626
30	6	53	3	46.255
31	7	26	43	37.382
32	8	37	20	29.752
	360	0	0.030	

Luego, se calculó la resistencia de figuras de los cuatro cuadriláteros, cuyos valores obtenidos son:  $R'_1=5.85$ ,  $R''_1= 3.44$ ,  $R'''_1=5.32$  y  $R^{iv}_1 = 12.30$ , respectivamente (Gráfico N.º 8); y que permitió elegir la mejor ruta de los cuadriláteros considerándose los mejores ángulos, y determinando así, la poligonal geodésica (Gráfico N.º 9), que servirá para calcular las coordenadas geodésicas.

En base, a la poligonal geodésica determinada, se procedió a calcular las coordenadas geodésicas de cada vértice por el método directo, tomando como punto inicial el vértice Cavero y como punto final el vértice Manchay Bajo en base a los datos obtenidos con GPS geodésico (Tabla N.º 6). Asimismo, se calculó el azimut fijo de la base de partida Templo-Cavero= $83^{\circ}07'35.79''$  y de la base de cierre Manchay Bajo-Malpasso= $100^{\circ}14'51.51''$ .

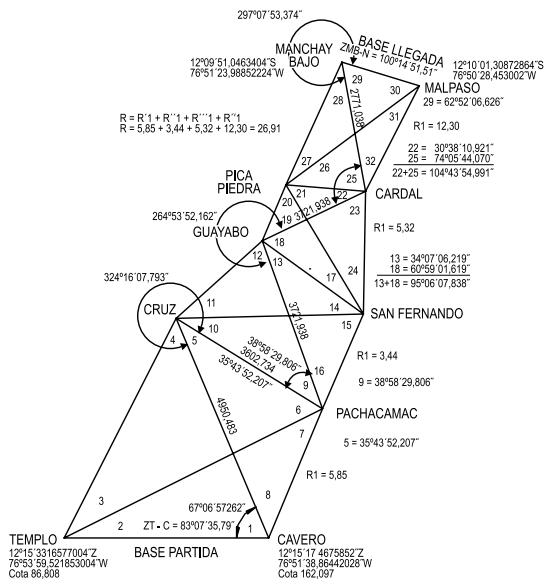


Gráfico N.º 8. Resistencia de figuras de los cuadriláteros de la red

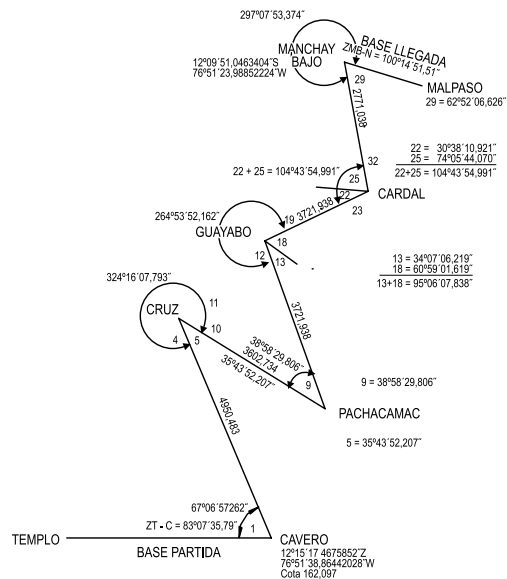


Gráfico N.º 9. Poligonal geodésica clásica

Tabla N.º 6. Coordenadas geográficas y UTM de GPS-PSAD56.

Vértice	Coordenadas geográficas						Coordenadas UTM	
	Latitud Sur			Longitud Oeste			Norte	Este
Templo	12°	15'	33,16577004"	76°	53'	59,52185304"	8'644,039.542	293,338.944
Cavero	12°	15'	17,4675852"	76°	51'	38,86442028"	8'644,551.614	297,587.065
Manchay Bajo	12°	09'	51,0463404"	76°	51'	23,98852224"	8'654,586.213	297,967.927
Malpaso	12°	10'	01,30872864"	76°	50'	28,453002"	8'654,282.257	299,649.228

Fuente: Elaboración propia

Tabla N.º 7. Resumen de Coordenadas Geográficas y UTM de la Red de Triangulación (Clásico).

Vértice	Latitud Sur			Longitud Oeste			Norte UTM	Este UTM
Templo	-12	15	33,165770	-76	53	59,521853	8644039,542	293338,944
Cavero	-12	15	17,4675852	-76	51	38,864420	8644551,614	297587,065
Cruz	-12	12	57,632990	-76	52	59,502921	8648832,136	295119,748
Pachacamac	-12	13	46,294846	-76	51	10,585638	8647359,396	298422,590
San Fernando	-12	12	39.959869	-76	50	49.041845	8649402,434	299059,911
Guayabo	-12	11	57,931487	-76	52	5,064876	8650678,283	296752,778
Picapedra	-12	11	18.286255	-76	51	53.690206	8651899,023	297088,279
Cardal	-12	11	17,348992	-76	50	57,720222	8651939,410	298780,236
Manchay Bajo	-12	9	51,046340	-76	51	23,9885222	8654586,213	297967,927
Malpaso	-12	10	1,308729	-76	50	28,453002	8654282,257	299649,228

Finalmente, se procedió al dibujo del plano en coordenadas UTM en la proyección Universal Transversa de Mercator (Gráfico N.º 10) que fueron transformadas a partir de las coordenadas geodésicas (Heighes, 1998) (Tabla N.º 8), y las elevaciones calculadas de los vértices de la triangulación Lurín (Tabla N.º 9).

Tabla N.º 8. Transformación de coordenadas geodésicas a UTM (Heighes, 1998).

<b>1. DATOS</b>	
Coordenadas Geodésicas	: $\varnothing, \lambda$ .
Elipsoide Internacional	
Parámetro	: $a = 6378388$
	: $e^2 = 0.006722670022$
	: $e'^2 = 0.006768170197$
Meridiano Central	: $\lambda_0$
Factor de escala	: $K_0 = 0.9996$
<b>2. FÓRMULAS ANALÍTICAS:</b>	
$X = tv (1 + \theta/3)$	
$Y = nv (1 + \theta) + K_0 C (\varnothing - \alpha J_2 + \beta J_4 - \gamma J_6 + \dots)$	
Donde:	
$t = \frac{1}{2} \text{Ln} [(1+A)/(1-A)]$	$\beta = (5/3) \alpha^2$
$A = \cos \varnothing \text{ sen } \Delta \lambda$	$\gamma = (35/27) \alpha^3$
$n = \text{arc tg}(\text{tg } \varnothing / \cos \Delta \lambda) - \varnothing$	$J_2 = \varnothing'^2 + (A_1/2)$
$K_0 = 0.9996$	$J_4 = (3 J_2 + A_2)/4$
$C = 6399936.609$	$J_6 = (5 J_4 + A_2 \cos^2 \varnothing)/3$
$v = C / (1 + e'^2 \cos^2 \varnothing)^{1/2} \times K_0$	Donde:
$\theta = (e'^2/2) t^2 \cos^2 \varnothing$	$A_1 = \text{sen } 2\varnothing \times 206265$
$\alpha = \frac{3}{4} e'^2$	$A_2 = A_1 \cos^2 \varnothing$

Tabla N.º 9. Elevaciones de los vértices de la Triangulación-Lurín

Estación 1	Estación 2	Alt. Señal	Alt. Intrum	t-o	-(t-o) St.sen 1"	Dist. Zenital		Dist. Zenital		Ang.vertical med.			Dist. Horiz (Sh)	Corrección	C&R	Elevación	
						Observada	Corregida	Corregida	Corregida	h=(Z2-Z1)/2	°	'				''	Provisional
Templo		1.247	1.435	0.188	-9.1	89	1	17.8	89	1	8.7	4,278.364	0.176			86.810	Templo
Cavero				0.000	0.0	91	0	49.2	91	0	49.2	4,279.012	74.477	0.000		161.463	Cavero
Cavero		1.489	1.495	0.006	-0.4	89	52	12.2	89	52	11.8	2,920.814	0.120				Cavero
Pachacamac				0.000	0.0	90	9	8.7	90	9	8.7	2,920.823	7.200	0.000	168.487	168.783	Pachacamac
Pachacamac		1.500	1.430	-0.070	6.8	90	56	0.5	90	56	7.3	2,135.252	0.088				Pachacamac
San Fernando				0.000	0.0	89	4	51.5	89	4	51.5	2,135.532	-34.557	0.000	133.930	134.314	San Fernando
San Fernando		1.500	1.580	0.080	-6.5	88	14	15.0	88	14	8.5	2,552.994	0.105				San Fernando
Cardal				0.000	0.0	91	47	1.9	91	47	1.9	2,554.218	79.075	0.000	213.005	213.494	Cardal
Cardal		1.500	1.520	0.020	-1.6	87	34	9.0	87	34	7.4	2,506.645	0.103				Cardal
Malpaso				0.000	0.0	92	27	1.7	92	27	1.7	2,508.921	106.851	0.000	319.856	320.448	Malpaso
Malpaso				0.000	0.0	95	17	1.4	95	17	1.4	1,708.435	0.071				Malpaso
Manchay B		1.500	1.465	-0.035	4.2	84	43	41.5	84	43	45.7	1,715.707	-157.800	0.000	162.056	162.719	Manchay B
Manchay B		1.700	1.465	-0.235	17.2	90	12	30.5	90	12	47.7	2,823.628	0.116				Manchay B
Picapedra				0.000	0.0	89	48	30.2	89	48	30.2	2,823.646	-9.976	0.000	152.080	152.859	Picapedra
Picapedra				0.000	0.0	88	32	14.0	88	32	14	1,264.203	0.052				Picapedra
Guayabo		1.700	1.345	-0.355	57.9	91	27	23.0	91	28	20.9	1,264.618	32.390	0.000	184.470	185.301	Guayabo
Guayabo				0.000	0.0	89	47	16	89	47	16	2,446.146	0.101				Guayabo
Cruz		1.70	1.47	-0.230	19.4	90	13	32	90	13	51.4	2,446.164	9.460	0.000	193.930	194.862	Cruz
Cruz				0.000	0.0	91	13	41.2	91	13	41.2	5,132.214	0.212				Cruz
Templo		1.489	1.435	-0.054	2.2	88	48	38	88	48	40.2	5,133.356	-108.264	0.000	85.666	86.810	Templo

Fuente: Elaboración propia

$$Sh = 27,768.695 \quad 0.000$$

$$St = 27,781.997$$

$$\text{Elevación Llegada} = 85.666 \text{ TEMPLO}$$

$$\text{Elevación Conocida} = 86.810 \text{ TEMPLO}$$

$$\text{(ECA)Error Cierre Altimétrico} = -1.144$$

$$fc = -ECA \cdot St = -(-1.144) \cdot St = 0.00041177745 \cdot St \quad T = \pm 0.20k = 1.054$$

$$\Delta St = 27,781.997$$



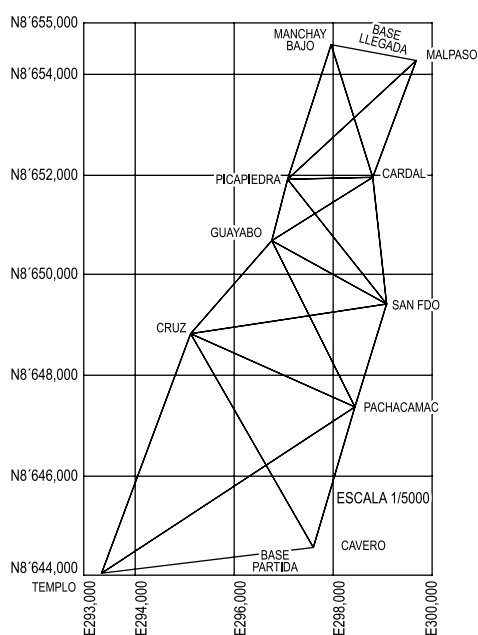


Gráfico N.º 10. Plano de la Red de Triangulación en Coordenadas UTM.

**Solución de la poligonal geodésica-Lurín (Método en bloque)**

Con la aplicación del método en bloque, se pretende dar pautas o normas a quienes no tengan acceso a estos cálculos y puedan tomarlas para resolver los problemas de coordenadas geodésicas, debido a que se cuenta con escasa bibliografía referente a este tema. Se tomarán en cuenta las siguientes aclaraciones:

- Tener en cuenta que partiendo de una base de inicio y llegando a la base de cierre, la unión de figuras intermedias están en movimiento (Figura N.º 4). En el caso tradicional o clásico pasar de una figura a otra, la base se considera rígida para la siguiente figura, y así hasta llegar a la base de cierre.
- Por tanto se va a comparar los resultados del proceso de la red bajo el método de geodesia tradicional o clásica y el resultado en bloque.
- A partir de las figuras, plantear las ecuaciones.
- Resolver un Canevas independientemente del número de figuras geométricas que contenga la red con una condición de contar con un punto de inicio y finalización de cada tramo.

Se toman los datos iniciales de distancias geodésicas (Gráfico N.º 7), y ángulos horizontales sin corregir (Tablas N.º del 1 al 4).

Se determinó 17 ecuaciones condicionales: 12 de ángulos y 5 de lados.

**Formación de las ecuaciones angulares**

En general, se tiene:

$$\text{Ángulo } X = \text{Ángulo } X' + Vx;$$

Donde: X = Ángulo corregido

X' = Ángulo medido en el campo

Vx= Corrección para el ángulo X

Se obtuvo las ecuaciones angulares para cada uno de los cuadriláteros que conforman la red (Tabla N.º 10 y 11). Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtienen los ángulos compensados en bloque (Tabla N.º 12).

**Selección de la poligonal geodésica en bloque-Lurín**

La poligonal geodésica seleccionada sigue la mejor ruta, con cuyos datos de distancias geodésicas y ángulos esféricos, calcularemos las coordenadas geodésicas de los vértices de la poligonal formada en bloque (Figura N.º 5).

**Coordenadas geodésicas de la poligonal (método directo en bloque)**

El cálculo de coordenadas es similar al método clásico, donde, a partir de las coordenadas del punto inicial Caveró, se obtiene un segundo punto llamado Cruz, luego sucesivamente de los puntos Pachacamac, Guayabo, Cardal y Manchay Bajo; siendo el vértice de cierre el vértice Manchay Bajo. El resumen muestra el resultado de las coordenadas geodésicas de la Triangulación-Lurín (Tabla N.º 13) y el plano en la Zona UTM 18 (Figura N.º 6).

Tabla N.º 10. Resumen de ecuaciones angulares

N.º	ECUACIONES ANGULARES
1	1 V1 + 1 V2 + 1 V3 + 1 V4 + 0.060 = 0
2	1 V3 + 1 V4 + 1 V5 + 1 V6 + 0.058 = 0
3	1 V1 + 1 V2 + 1 V7 + 1 V8 + 0.046 = 0
4	1 V9 + 1 V10 + 1 V11 + 1 V12 + 0.025 = 0
5	1 V11 + 1 V12 + 1 V13 + 1 V14 + 0.022 = 0
6	1 V9 + 1 V10 + 1 V15 + 1 V16 + 0.024 = 0
7	1 V17 + 1 V18 + 1 V19 + 1 V20 + 0.013 = 0
8	1 V21 + 1 V22 + 1 V23 + 1 V24 + 0.015 = 0
9	1 V17 + 1 V18 + 1 V23 + 1 V24 + 0.017 = 0
10	1 V25 + 1 V26 + 1 V27 + 1 V28 + 0.015 = 0
11	1 V29 + 1 V30 + 1 V31 + 1 V32 + 0.015 = 0
12	1 V27 + 1 V28 + 1 V29 + 1 V30 + 0.016 = 0

Tabla N.º 11. Resumen de Ecuaciones de Lado.

Nº	ECUACIONES DE LADO
13	$0.902 V_1 + 1.086 V_2 - 1.770 V_3 - 1.605 V_4 + 0.151 V_5 + 0.303 V_6 + 2.769 V_7 + 2.929 V_8 + 0.031 = 0$
14	$-0.268 V_9 + 0.638 V_{10} - 1.809 V_{11} - 1.303 V_{12} - 0.447 V_{13} + 0.452 V_{14} + 1.442 V_{15} + 1.930 V_{16} + 0.001 = 0$
15	$1.496 V_{17} + 0.522 V_{18} + 2.784 V_{19} + 2.184 V_{20} + 0.620 V_{21} - 0.186 V_{22} - 1.194 V_{23} - 1.883 V_{24} + 4.092 = 0$
16	$0.827 V_{25} + 0.735 V_{26} - 3.076 V_{27} - 3.287 V_{28} - 0.296 V_{29} - 0.379 V_{30} + 3.802 V_{31} + 3.587 V_{32} + 0.003 = 0$
17	$1.086 V_2 + 1.086 V_3 - 1.756 V_4 + 0.303 V_6 + 0.303 V_7 + 2.027 V_8 + 0.638 V_{10} + 0.638 V_{11} - 0.856 V_{12} + 0.452 V_{14} + 0.452 V_{15} + 2.198 V_{16} +$
sigue..	$1.496 V_{17} + 2.262 V_{19} + 0.620 V_{20} + 0.620 V_{21} - 1.008 V_{23} + 1.496 V_{24} + 0.735 V_{26} + 0.735 V_{27} - 2.991 V_{28} - 0.379 V_{30} - 0.379 V_{31} + 2.760 V_{32} - 0.050 = 0$

Fuente: Elaboración propia

Tabla N.º N.º 12. Ángulos compensados en bloque.

Cuadrilátero 1: TEMPLO-CAVERO-PACHACAMAC-CRUZ								
N.º Ángulo	Ángulo esférico calculado			Correc.	Áng. Compensado			
1	67	6	57.262	-0.050	67	6	57.212	
2	26	18	46.105	0.018	26	18	46.123	
3	36	23	42.812	0.083	36	23	42.895	
4	50	10	33.881	-0.111	50	10	33.770	
5	35	43	52.207	-0.023	35	43	52.184	
6	57	41	51.158	-0.007	57	41	51.151	
7	40	29	20.010	-0.062	40	29	19.948	
8	46	4	56.669	0.048	46	4	56.717	
	360	0	0.104	-0.104	360	0	0.000	
		Error ang=	0.104					

Cuadrilátero 2: CRUZ-PACHACAMAC-SAN FERNANDO-GUAYABO								
N.º Ángulo	Ángulo esférico calculado			Correc.	Áng. Compensado			
9	1	38	58	29.806	-0.025	38	58	29.781
10	2	32	26	9.497	-0.011	32	26	9.486
11	3	40	42	34.861	0.064	40	42	34.925
12	4	67	52	45.861	-0.052	67	52	45.809
13	5	34	7	6.219	-0.018	34	7	6.201
14	6	37	17	33.081	-0.016	37	17	33.065
15	7	64	49	21.065	-0.045	64	49	21.020
16	8	43	45	59.656	0.057	43	45	59.713
	360	0	0.046	-0.046	360	0	0.000	
		Error ang=	0.046					

Cuadrilátero 3: GUAYABO-SAN FERNANDO-PICA PIEDRA-CARDAL								
N.º Ángulo	Ángulo esférico calculado			Correc.	Áng. Compensado			
17	1	22	40	15.158	-1.792	22	40	13.366
18	2	60	59	1.619	1.303	60	59	2.922
19	3	42	56	43.547	-0.691	42	56	42.856
20	4	53	23	59.689	1.167	53	24	0.856
21	5	53	1	5.854	-1.544	53	1	4.310
22	6	30	38	10.921	1.058	30	38	11.979
23	7	64	25	5.334	-0.978	64	25	4.356
24	8	31	55	37.906	1.449	31	55	39.355
	360	0	0.028	-0.028	360	0		
		Error ang=	0.028					

Cuadrilátero 4: PICA PIEDRA-CARDAL-MALPASO-MANCHAY BAJO								
N.º Ángulo		Ángulo esférico calculado			Correc.	Áng. Compensado		
25	1	74	5	44.070	-0.027	74	5	44.043
26	2	41	50	8.810	0.025	41	50	8.835
27	3	28	55	18.992	0.114	28	55	19.106
28	4	35	8	48.143	-0.127	35	8	48.016
29	5	62	52	6.626	0.010	62	52	6.636
30	6	53	3	46.255	-0.013	53	3	46.242
31	7	26	43	37.382	-0.115	26	43	37.267
32	8	37	20	29.752	0.103	37	20	29.855
		360	0	0.030	-0.030	360	0	0.000
		Error ang=		0.030				

Cuadro N.º 13. Coordenadas geográficas y UTM – PSAD 56 en bloque – Lurín

Vértice	Latitud Sur			Longitud Oeste			Norte UTM	Este UTM
Templo	-12	15	33.165770	-76	53	59.521853	8644039.542	293338.944
Cavero	-12	15	17.4675852	-76	51	38.864420	8644551.614	297587.065
Cruz	-12	12	57.633087	-76	52	59.502861	8648832.133	295119.749
Pachacamac	-12	13	46.295054	-76	51	10.585555	8647359.39	298422.593
San Fernando	-12	12	39.959888	-76	50	49.041532	8649402.433	299059.921
Guayabo	-12	11	57.931740	-76	52	5.064693	8650678.275	296752.783
Picapietra	-12	11	18.286397	-76	51	53.690328	8651899.018	297088.275
Cardal	-12	11	17.348931	-76	50	57.720236	8651939.412	298780.236
Manchay Bajo	-12	9	51.046340	-76	51	23.9885222	8654586.213	297967.927
Malpaso	-12	10	1.308729	-76	50	28.453002	8654282.257	299649.228

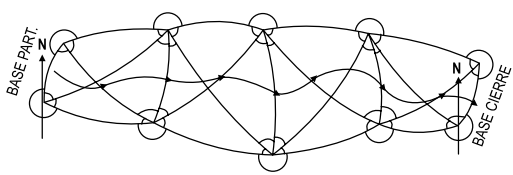


Figura N.º 3. Diseño de la Red de Triangulación (clásica).

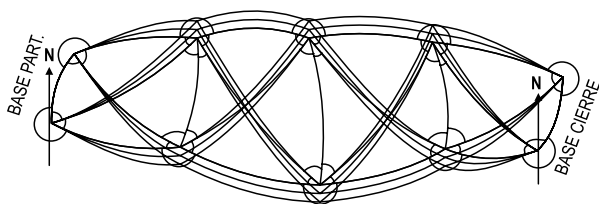


Figura N.º 4. Diseño de la Red (en bloque).

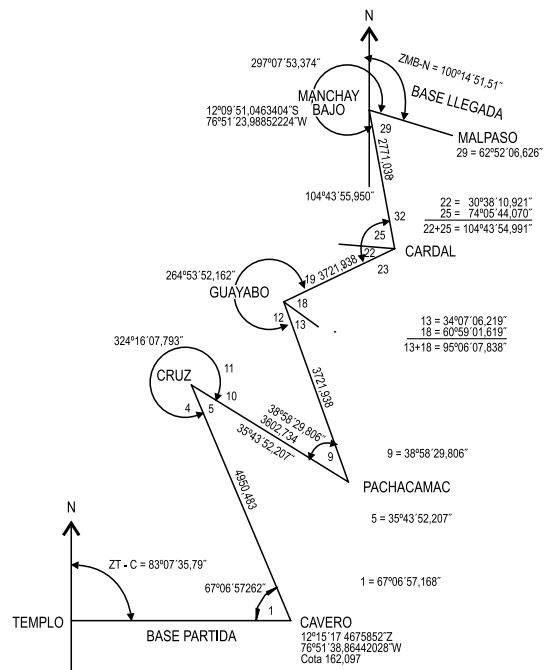


Figura N.º 5. Poligonal geodésica en bloque - Lurín.

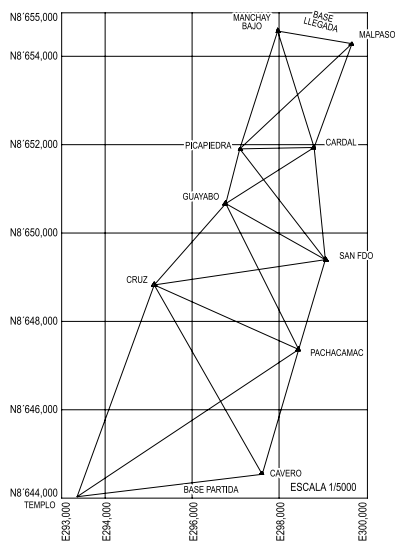


Figura N.º 6. Plano de la red de triangulación Lurín (En bloque)

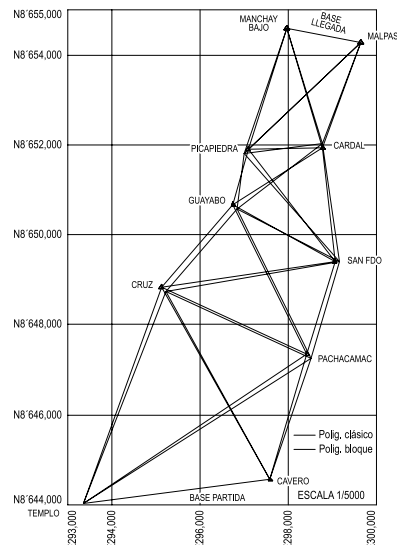


Figura N.º 7. Plano de la red de triangulación Lurín (En bloque desplazado)

**Comparación de coordenadas UTM – Lurín (método clásico y en bloque)**

Al comparar las coordenadas UTM del Método Clásico y en Bloque, teniendo como coordenadas fijas al Método Clásico (Tabla N.º 14), observamos que los vértices que se alejan del punto de inicio Caveró y final Manchay Bajo conocidos, el error se hace cada vez más grande y se concentra en los vértices centrales siendo las máximas variaciones en las ordenadas en los vértices Pachacamac y Guayabo con -0.018m y -0.008m, respectivamente, e indica que dichos vértices del método en bloque están

más al sur que del método clásico; mientras que las variaciones de las abscisas de los mismos vértices están más al este por tener +0.003m y +0.003m, respectivamente. Así queda demostrado el desplazamiento de la red en el método en bloque.

Al superponer el dibujo del plano del método clásico y en bloque, no mostrarían las variaciones de los vértices por la escala del plano, por ser valores muy pequeños y para visualizar estas variaciones se ha multiplicado los valores por 100, graficando el plano en bloque desplazado, en líneas color rosado (Figura N.º 8).

Tabla N.º 14. Comparación de coordenadas UTM–Lurín método clasico y en bloque – zona UTM 18

Coordenadas UTM - Método Clásico				
Vértice	Norte UTM	Este UTM	Variación	
			Norte	Este
Cavero	8644551.614	297587.065	0.000	0.000
Cruz	8648832.136	295119.748	-0.003	0.001
Pachacamac	8647359.408	298422.590	-0.018	0.003
Guayabo	8650678.283	296752.779	-0.008	0.004
Cardal	8651939.410	298780.236	0.002	0.000
Manchay Bajo	8654586.213	297967.927	0.000	0.000
Coordenadas UTM - Método en bloque				
Vértice	Norte	Este		
Cavero	8644551.614	297587.065		
Cruz	8648832.133	295119.749		
Pachacamac	8647359.390	298422.593		
Guayabo	8650678.275	296752.783		
Cardal	8651939.412	298780.236		
Manchay Bajo	8654586.213	297967.927		

Tabla N.º 15. Coordenadas geográficas PSAD56 (La Canoa)

Vértice: Templo el Sol			
Coordenadas geográficas PSAD56 (La Canoa)			
Latitud	12°	15'	33.165317"S
Longitud	76°	53'	59.522052"W
Coordenadas UTM PSAD56 (La Canoa)-ZONA 18			
Norte	8,644,039.5482		
Sur	293,338.9385		
Altura orthométrica	87.0947 m		

Fuente: Luis Salazar Suero & Asociados Consultores Mineros S.R.L.

Asimismo, se comparó las coordenadas geográficas y UTM del vértice Templo ubicado en las Ruinas de Pachacamac, con el trabajo realizado por la Empresa de Consultores Mineros (Salazar, 1999), (Tabla N.º 15) y cuyos valores difieren en el Norte en -0.006 m, al Este en +0.0055 m y en altura en -0.28m; por lo que se desprende que los resultados de la presente investigación tienen buena confiabilidad.

#### IV. DISCUSIÓN

Los datos obtenidos en campo se han analizado por los métodos de geodesia clásica y en bloque, los cuales permitieron calcular las coordenadas geodésicas y UTM de la triangulación, con diferente precisión de acuerdo al tipo de observación: con las distancias con la Estación Total (Trilateración) y los ángulos se calcularon por trigonometría. Asimismo las coordenadas geodésicas de las estaciones de la base de inicio y base final fueron medidas por el Sistema de Posicionamiento Global Geodésico (GPS).

La red de triangulación planteada, conformada de cuatro cuadriláteros, ha sido adecuada, puesto que los errores encontrados tanto en el eje este y norte, son aceptables (error relativo 1/100,000), y está en el rango de precisión de acuerdo a las normas técnicas establecidas por el Instituto Geográfico Nacional (IGN); por lo tanto, los resultados obtenidos son aplicables a trabajos de levantamientos de planos cartográficos y otras aplicaciones en el campo de la ingeniería (trazo de carreteras, diseño de canales de riego, construcciones, catastro urbano y rural, delimitaciones de predios, ordenamiento territorial así como todo tipo de obras civiles).

#### V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Gutiérrez E (1991). *Comportamiento de la Matriz de Incidencia en la Compensación de Redes de Nivelación Topográfica*. Tesis para optar el Grado de Maestría. Lima, Escuela Universitaria de Post Grado, Universidad Nacional Federico Villarreal, Edit. UNI.
- [2] Heighes J (1998). *Infraestructura Geodésica Minera. Cálculos geodésicos*. Lima, Edit. Área Geodesia RPM.
- [3] IAGS (1985). *Curso Cómputos Geodésicos de Oficina*. F-203, Material de Referencia.
- [4] Instituto Geográfico Nacional - IGN (2005). *Proyecto de Normas Técnicas de Levantamientos Geodésicos*.
- [5] Martín F. (1992). *Geodesia y Cartografía Matemática*. 3.ª ed., Madrid, Edit. Paraninfo S.A.
- [6] Salazar L. et al. (1999). *Plano Perimétrico de la Zona Arqueológica Pachacamac-Lurín-Lima. Levantamiento con GPS*. Memoria Descriptiva. Perú.