

## Evaluación de modelos de volatilidad con memoria larga. Evidencia de Perú

*José Luis Briones Zúñiga*<sup>1</sup>

**Resumen:** El objetivo del estudio es comparar los modelos de memoria larga para modelar la volatilidad del tipo de cambio. Para dicho objetivo se utiliza el tipo de cambio nominal sol/dólar cubriendo los periodos desde el 19 de Julio de 1999 hasta el 19 de Noviembre del 2013. Escencialmente se busca examinar la capacidad de predicción entre los modelos de memoria larga y comportamiento hiperbólico de las autocorrelaciones dadas por FIGARCH, HYGARCH e IGARCH y concluyendo que el modelo FIGARCH(1,0.637,1) utilizando una distribución t-student posee una mejor capacidad de predicción. La predicción de la volatilidad del tipo de cambio en el caso de Perú, es estructuralmente importante en el cálculo del Valor en riesgo (VaR) y en la administración de riesgos.

**Palabras claves:** volatilidad; GARCH; FIGARCH.

### Evaluation of volatility models with long memory. Evidence from Peru

**Abstract:** The objective of the study is to compare long memory models to model exchange rate volatility. For this objective, the nominal sol / dollar exchange rate is used, covering the periods from July 19, 1999 to November 19, 2013. Essentially, it seeks to examine the prediction capacity between long memory models and hyperbolic behavior of the autocorrelations given by FIGARCH, HYGARCH and IGARCH and concluding that the FIGARCH model (1,0,637,1) using a t-student distribution has a better predictive capacity. The prediction of exchange rate volatility in the case of Peru is structurally important in the calculation of Value at Risk (VaR) and in risk management.

**Keywords:** volatility; GARCH; FIGARCH.

*Recibido:* 13/06/2020. *Aceptado:* 20/11/2020. *Publicado online:* 31/12/2020.

## 1. Introducción

Analizar y estudiar la dinámica de la volatilidad ha sido objeto de investigación teórica y empírica en las últimas décadas, siendo ésta y su pronóstico una de las características de los mercados financieros con una amplia aplicación en las finanzas, administración de riesgos, administración de portafolio, política monetaria y relacionados. Por lo tanto, el modelamiento y la evaluación de la precisión de los pronósticos de la volatilidad del tipo de cambio es de vital interés en este contexto.

El objetivo del estudio fue evaluar la precisión de los pronósticos de las extensiones GARCH con memoria larga realizando las estimaciones con tres distribuciones para los errores, con una distribución t-student sesgada, distribución t-student y distribución normal, utilizando la base de datos del tipo de cambio nominal sol/dólar extraídos del Banco Central de Reserva del Perú que cubre los periodos desde el 19 de Julio de 1999 hasta el 19 de Noviembre del 2013.

## 2. Revisión de la literatura

Para estimar la volatilidad de series de carácter financiero son muy utilizados los modelos ARCH (Autoregresivos con heterocedasticidad) los cuales fueron introducidos por Engle(1986), dichos modelos tienen la facultad de predecir la varianza utilizando los errores pasados. Como consecuencia de las limitaciones de este modelo en relación a la necesidad de requerir un ARCH demasiado elevado para capturar la evolución de la volatilidad, Bollerslev (1986) introdujo los modelos generalizados (GARCH) incorporando en su estructura, no solo a las perturbaciones sino también a las varianzas rezagadas, siendo por lo tanto un modelo más general y adicionalmente con el atributo de poder detectar posibles señales de memoria larga. Una característica de los modelos GARCH; es el decaimiento exponencial de las autocovarianzas (ACF) del cuadrado de las innovaciones, generando la dificultad de no poder capturar la durabilidad de la persistencia de algún shock en la varianza condicionada o también expresado como el decaimiento geométrico de los coeficientes del proceso ARCH( $\infty$ ). Baillie, Bollerslev y Mikkelsen (1996), propusieron el modelo FIGARCH, el cual, es una natural extensión del modelo GARCH con la facultad de poder capturar esta durabilidad mediante los coeficientes de la función impulso respuesta del modelo FIGARCH(un escenario extremo de persistencia indefinida estructurado por un IGARCH). El modelo FIGARCH como se menciona en Tayefi y Ramanathan (2012), tiene la ventaja de poder ser el mejor modelo para capturar las dependencias temporales observadas en el proceso de volatilidad, pero la desventaja de no ser estacionaria en covarianza. Debido a este inconveniente, Davidson(2004) propuso el modelo HYGARCH un híbrido entre los modelos GARCH e FIGARCH, con la capacidad de poder cuantificar la persistencia de un cambio unitario en la innovación, atributo del modelo FIGARCH y con una covarianza estacionaria atributo del modelo GARCH.

## 3. Metodología

Los datos utilizados consisten de 5238 observaciones diarias del tipo de cambio nominal sol/dólar cubriendo desde 19 de Julio de 1999 hasta el 19 de Noviembre del 2013 obtenidas de la base de datos del BCRP. Para analizar la capacidad predictiva del modelos de volatilidad no se tiene una estructura definida por lo cual para el análisis, resumen estadístico y estimación de los modelos tipos GARCH se utilizó datos dentro de la muestra, los cuales consisten de 4916 observaciones (19/07/1999) hasta el 01/01/2013) y 322 observaciones se utilizaron para evaluar la precisión de los pronósticos fuera de la muestra. Los retornos diarios nominales porcentuales fueron expresados de la siguiente forma:

$$r_t = 100 \log(s_t/s_{t-1}), \tag{1}$$

donde  $s_t$  es el tipo de cambio diario en el periodo  $t$ .

En la econometría financiera aplicada actual, son muy utilizados los modelos heterocedásticos como ARCH y GARCH, siendo los primeros introducidos por Engle (1982) con el objetivo de capturar los “cluster” de volatilidad observados, en los cuales los cambios que se producen en el proceso de volatilidad de las series pueden entenderse a través de una estructura de dependencia no lineal, mientras que debido a problemas de especificación por el elevado número de coeficientes en términos autoregresivos de esta forma generando cierta pérdida de precisión en su estimación, Bollerslev(1986) desarrollo un modelo ARCH generalizado conocido como GARCH siendo estos modelos mucho más eficientes en términos de la estimación de parámetros. Ambos tipos de modelos son conocidos por ser de memoria corta debido a la duración del efecto de un cambio en la innovación obedeciendo dicho fenómeno al teorema del límite central y la ley de los grandes números estructuras del ruido gaussiano, garantizando la estacionariedad del modelo y el cumplimiento de la restricción  $\sum_{k=1}^p \alpha_k + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1$ . Engle y Bollerslev (1986) y Nelson (1990) desarrollaron el modelo IGARCH, en la cual una anomalía en la innovación generaba un impacto permanente en la varianza condicionada donde  $\sum_{k=1}^p \alpha_k + \sum_{i=1}^q \beta_i = 1$ , dicha sumatoria de los coeficientes indican que el shock es permanente por lo tanto el modelo no es estacionario en covarianza pero sigue siendo estrictamente estacionario en términos de que en el largo plazo la varianza condicional tiende a un valor constante. En la tabla 1 se muestran los modelos utilizados, extensiones GARCH como FIGARCH introducidos por Baillie, Bollerslev y Mikkel-sen(1996) con el objetivo de poder analizar la persistencia de los shocks los cuales a diferencia de los IGARCH tienden a desaparecer pero más lentamente y los HYGARCH desarrollados por Davidson (2004) para solucionar las limitaciones que existían en los modelos FIGARCH de varianza infinita, diferenciando dos fenómenos en la dinámica del proceso, la amplitud y la memoria hiperbólica.

Tabla 1. Descripción de los modelos GARCH

Modelos	Característica	Forma ARCH( $\infty$ )
GARCH	$\sum_{k=1}^p \alpha_k + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1$	$h_t = \alpha + [1 - \frac{\phi(L)}{B(L)}] \varepsilon_t^2$
FIGARCH	Memoria larga	$h_t = \alpha + [1 - \frac{\phi(L)}{B(L)} (1 - L)^d] \varepsilon_t^2$
HYGARCH	Amplitud y memoria hiperbólica	$h_t = \alpha + [1 - \frac{\phi(L)}{B(L)} [1 - \lambda(1 - (1 - L)^d)]] \varepsilon_t^2$
IGARCH	Shock permanente, $\sum_{k=1}^p \alpha_k + \sum_{i=1}^q \beta_i = 1$	$h_t = \alpha + [1 - \frac{\phi(L)}{B(L)} (1 - L)] \varepsilon_t^2$

## 4. Resultados

En la tabla 2, se muestra las estadísticas de resumen de los retornos porcentuales del tipo de cambio. Se observa que el retorno medio incondicional sujeto de estudio es de 0.000195 por ciento con un nivel de dispersión de 0.102421 por ciento. Se muestra una diferencia significativa entre el máximo y mínimo de lo retornos analizados, el coeficiente de asimetría es positivo, de este modo se sugiere una cola más larga a la derecha de la distribución mostrando una asimetría positiva en los retornos porcentuales. Del mismo modo se, observa una kurtosis de 13.96 evidenciando una leptocurtosis en su distribución configurando una distribución no gaussiana, lo cual es confirmado con la prueba de Jarque bera para un nivel de significancia del 5 por ciento.

Tabla 2. Resumen descriptivo de los retornos porcentuales y pruebas de normalidad

Principales Estadística	
Media	0,000195
Mediana	0,000000
Desviación estándar	0,102421
Varianza de la muestra	0,010490
Coefficiente de asimetría	0,156534
Maximo	0,986588
Mínimo	-0,853360
Kurtosis	13,958450
Jarque-Bera	26230,50
Probability	0,000000

En la figura 1, se muestra el histograma de la serie de los retornos, observandose una leptocurtosis en relación con la función de densidad normal. De igual forma, se observa que la función de densidad de los retornos presenta colas pesadas, por lo tanto, las variaciones de los retornos son de gran magnitud, sus oscilaciones tanto positivos como negativos son más frecuentes de lo esperado bajo la hipótesis de normalidad.

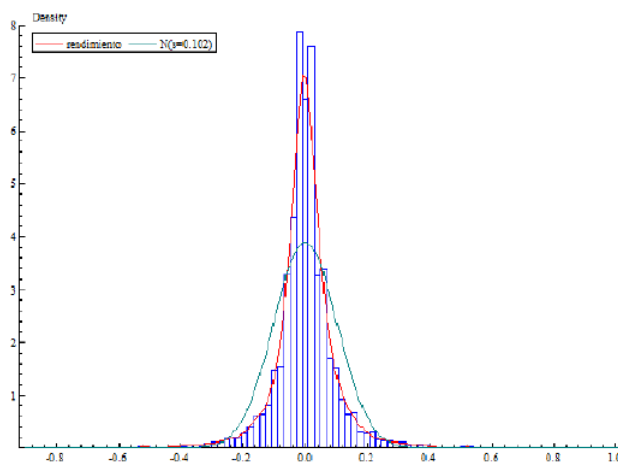


Figura 1. Histograma de los retornos y densidad de Kernel

En la figura 2, se muestran las funciones de autocorrelación de los retornos al cuadrado y en valor absoluto, evidenciado un decaimiento hiperbólico coherentes con un comportamiento de persistencia en la volatilidad, de esta manera sugiriendo la posibilidad de modelar la serie con un proceso de memoria larga.

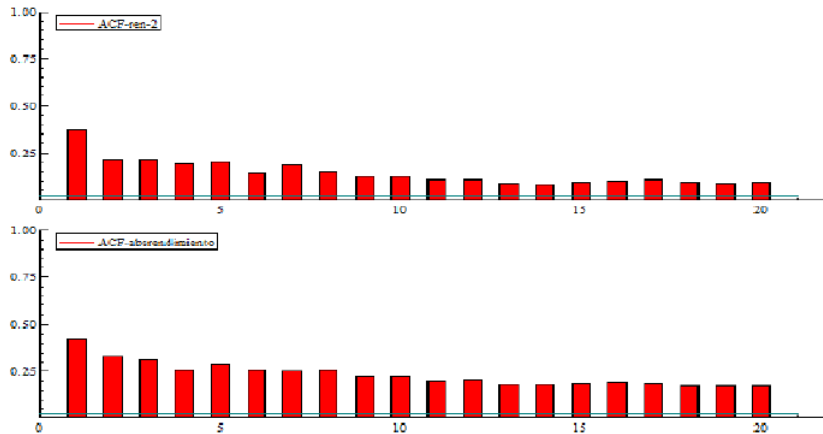


Figura 2. Función de autocorrelación de las transformaciones (ACF)

En la tabla 3, se muestran las estimaciones de los coeficientes de los modelos de volatilidad utilizados para los datos analizados con el modelo FIGARCH usando una distribución gaussiana. Todas las estimaciones de los parámetros son estadísticamente significativas con excepción de la constante, la estimación del parámetro de memoria larga es de 0.633392, por lo tanto soporta la existencia de la persistencia del efecto de un cambio en la innovación de este proceso, dicha estimación es estadísticamente significativa. Por otro lado con una distribución t-students (distribución leptocúrtica y asimétrica de los retornos), todas las estimaciones son estadísticamente significativas con excepción de la constante, se tiene una estimación de parámetro de memoria larga de 0.636576, evidenciando una dependencia a largas distancias de tiempo, es decir el shock se propaga a un ritmo de 0.636576 en la volatilidad, de igual forma en la estimación de los parámetros del modelo IGARCH (persistencia indefinida, fuerte persistencia) con una distribución student, sugieren la validez del modelo. En el caso del modelo HYGARCH (decaimiento hiperbólico del efecto de un shock e impacto sobre la varianza condicionada) se presenta la significancia de la mayoría de sus parámetros y muestra un valor de 0.63068 como ritmo de propagación del shock, la estimación del parámetro de amplitud es aproximadamente de 1.1, de acuerdo con Davidson (2011), en este caso el proceso de varianza condicional es no estacionario sugiriendo que el modelo FIGARCH captura la dinámica de la volatilidad de este proceso y por último un GARCH simétrico cuya magnitud de la persistencia en la volatilidad generan evidencia de un proceso de memoria larga.

Tabla 3. Estimación de parámetros de modelos GARCH

Modelos	C(x10 <sup>4</sup> )	ARCH	GARCH	log(alpha)	d
GARCH	0,78432	0,231122	0,804033		0
FIGARCH	0,45684	0,337067	0,668447		0,633392
FIGARCH-t	0,480502	0,282387	0,605046		0,636576
IGARCH-t	0,851702	0,201569	0,798431		1
HYGARCH-t	0,129431	0,29253	0,590107	0,143841	0,63068

En la tabla 4, se observa los criterios de información para seleccionar el modelo de mejor ajuste a los datos analizados, por lo tanto según los criterios de información los modelos FIGARCH(1,0.64,1) utilizando la distribución t-student y HYGARCH(1,0.63,1) utilizando una distribución t-student son los modelos de mejor ajuste, por lo que también presentan los más altos valores de la función de logaritmo de verosimilitud, concluyendo que los modelos antes mencionados son los más idóneos para modelar el tipo de cambio.

Tabla 4. Criterios de información y función de logaritmo de verosimilitud de modelos GARCH

Modelos	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn	Loglikelihood	t-students
GARCH	-2,385240	-2,377306	-2,382457	5868,919	
FIGARCH	-2,406424	-2,397169	-2,403178	5921,991	
FIGARCH-t	-2,541188	-2,530610	-2,537477	6254,240	4,823122
IGARCH-t	-2,527393	-2,519459	-2,524610	6218,332	4,651472
HYGARCH-t	-2,546456	-2,534555	-2,542281	6268,188	4,034242

Luego de una reestimación de los modelos GARCH(1,1) e HYGARCH suponiendo que los residuales siguen una distribución t-student sesgada y una t-student. En las tablas 5 y 6 se muestran los criterios de información y los valores de la función de logaritmo de verosimilitud confirmando que los modelos de volatilidad HYGARCH con distribución t-student y distribución t-student sesgada son más idóneos que los modelos GARCH estimados.

Tabla 5. Distribución t-student sesgada

Modelos	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn	Loglikelihood
GARCH	-2,532706	-2,522128	-2,528995	6233,391
HYGARCH	-2,546058	-2,532836	-2,54142	6268,211

Tabla 6. Distribución t-student

Modelos	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn	Loglikelihood
GARCH	-2,533111	-2,523855	-2,529864	6233,386
HYGARCH	-2,546456	-2,534555	-2,542281	6268,188

La precisión y exactitud de cada modelo es medido por el error cuadrático medio(MSE), la raíz del error cuadrático medio(RMSE), error medio absoluto(MAE) y error medio absoluto porcentual(MAPE), reflejados en la tabla 7.

Tabla 7. Medidas de error en la predicción de la varianza condicional

Modelos de volatilidad Condicional	RMSE	MAE	MAPE	MSE
GARCH	0,02173	0,02080	462600	0,0004722
GARCH-t	0,02890	0,02760	658300	0,0008351
GARCH-dts	0,02893	0,02763	659200	0,0008370
FIGARCH-t	0,01312	0,01191	242200	0,0001721
IGARCH-t	0,01525	0,01423	297300	0,0002325
HYGARCH-t	0,02429	0,02328	529700	0,0005900
HYGARCH-dts	0,02422	0,02322	527800	0,0005866

En la tabla 7, se muestra un cuadro comparativo mediante las medidas de bondad de ajuste de cada uno de los modelos estimados, evidenciando claramente que el modelo FIGARCH(1,0.64,1) asumiendo un distribución student en los residuales, tiene una mayor precisión en la predicción de la varianza condicional.

## 5. Conclusiones

El modelo estimado de memoria larga FIGARCH-t(1,0.637,1) cuyos parámetros relevantes son todos significativos (sin considerar la asimetría cuyo fenómeno podría generar un modelo más robusto para entender su dinámica) asumiendo una distribución t-student, se muestra como el más idóneo en comparación con las demás especificaciones de la familia GARCH para modelar la volatilidad de la serie sometida a análisis. Dichas conclusiones son fortalecidas tanto por los menores valores de los criterios de información pero marginalmente superiores al modelo estimado HYGARCH-t(1,0.63,1) y mínimos valores en las medidas de error de predicción de la varianza condicional así como también por los mayores valores de la verosimilitud en comparación con las demás especificaciones.

## Referencias bibliográficas

- [1] Baillie, R.T., T. Bollerslev and H.O. Mikkelsen (1996). Fractional integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 74 (1), 3-30.
- [2] Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307-327.
- [3] Davidson, J. (2004). Moment and memory properties of linear conditional heteroscedasticity models, and a new model. *Journal of Business and Economic Statistics*, 22(1), 16-19.
- [4] Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica* . 50 (4), 987-1007.
- [5] Engle, R. y T. Bollerslev (1986). Modelling the persistence of conditional variances. *Econometrics Reviews*, 5(1), 1-50.

- [6] Maryam Tayefi and T.V.Ramanathan (2012). *An Overview on FIGARCH and related Time series models*. Department of Statistics and center for Advance Studies, University of Pune, India.
- [7] Nelson (1990). Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1)Model. *Econometric Theory*, 6(3),318-344.