

REDUCCIÓN DE DATOS DE TIEMPO DE ESCURRIMIENTO PARA DETERMINAR EL FACTOR DE FRICCIÓN

Javier Armijo C. y Ricardo Lama R.

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Química e Ingeniería Química
Departamento Académico de Operaciones Unitarias

Resumen: Se ha llevado a cabo experimentos para determinar el tiempo que demora el agua en escurrir desde un tanque de base plana conectado a tubos de vidrio de diferentes diámetros y longitudes. Los datos recolectados se utilizan para determinar los parámetros de la ecuación de Prandtl en el cálculo del factor de fricción. Los resultados muestran que el factor de fricción calculado del análisis de regresión es menor que el determinado del diagrama de Moody reproducido con la ecuación de Chen. Se considera necesario evaluar experimentalmente el factor de contracción.

INTRODUCCIÓN

La determinación de la caída de presión en ductos circulares es de importancia en el diseño de los sistemas de transporte de fluidos.

La caída de presión que sufre un fluido a medida que circula a través de un tubo es consecuencia de la energía disipada por la fricción entre el sólido y el fluido, y por la fricción interna en el mismo fluido.

Cuando un fluido circula a través de un tubo de sección transversal constante en estado estacionario, la caída de presión se calcula de la ecuación (1):

$$\frac{\Delta P}{\rho} = f_D \frac{Lv^2}{2g_c d} \quad (1)$$

El factor de fricción de Darcy se determina del diagrama de Moody[1] o se calcula de la ecuación de Colebrook [2]. Este factor depende de la velocidad y de la rugosidad relativa del tubo. Experimentalmente la ecuación (1) se utiliza para estimar el factor de fricción a través de experimentos de flujo donde se varía el diámetro del tubo y/o la caída de presión.

El experimento de tiempo de escurrimiento[3], donde un líquido drena a través de un tubo conectado a un tanque de base plana, permite variar la caída de presión, que en este caso se expresa como una variación en la carga hidrostática a medida que el líquido drena. La variación en la caída de presión origina cambios en la velocidad del líquido en el tubo, y en un solo experimento podemos obtener valores

diferentes del factor de fricción. Si bien el experimento de tiempo de escurrimiento es relativamente sencillo de realizar, el tratamiento matemático es engorroso por que el análisis debe realizarse en estado no estacionario dado que la velocidad y el nivel de líquido varían con el tiempo.

Un nuevo método a sido desarrollado por J.Armijo [4] para calcular el tiempo de drenado.

En el método, se introduce la variación del factor de fricción a medida que la velocidad del líquido en el tubo cambia como consecuencia del cambio en la carga hidrostática.

En el presente trabajo se presentan los resultados de una primera investigación acerca del tratamiento de datos experimentales de tiempo de escurrimiento, para determinar por regresión los parámetros del modelo de Prandtl[5] el cual se utiliza para calcular el factor de fricción y es una ecuación derivada a partir de la distribución universal de velocidades.

FUNDAMENTOS

La figura 1 muestra un esquema del sistema de drenado de un líquido contenido en un tanque de base plana conectado a un tubo de diámetro y longitud conocida. Inicialmente el líquido llena el tubo y el tanque, luego el líquido se deja caer libremente.

Ecuaciones de balance de materia y de energía.

Del balance de materia en el tanque en estado no estacionario obtenemos la ecuación(2):

$$t = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \int_{H_f}^{H_0} \frac{dH}{v} \quad (2)$$

Por otro lado, aplicando la ecuación de la energía mecánica entre la superficie libre del líquido y el extremo de salida en el tubo, obtenemos la ecuación (3):

$$\alpha \frac{v^2}{2g_c} + Lw_f = \frac{g}{g_c} (H + L) \quad (3)$$

La ecuación(3) supone despreciable la acumulación de energía en el tanque. La energía perdida por efectos de fricción se estiman a partir de la ecuación (4) donde se incluye el factor de contracción:

$$Lw_f = f_D \frac{Lv^2}{2g_c d} + K \frac{v^2}{2g_c} \quad (4)$$

La combinación de las ecuaciones (3) y (4) da como resultado la ecuación(5):

$$F(v) = (\alpha + f_D \frac{L}{d} + K)v^2 - 2g(H + L) = 0 \quad (5)$$

A partir de la ecuación (5) se determina la velocidad del líquido en el tubo, en cualquier instante. Como el factor de fricción depende de la velocidad, la solución de la ecuación (5) se debe realizar a través de un procedimiento iterativo.

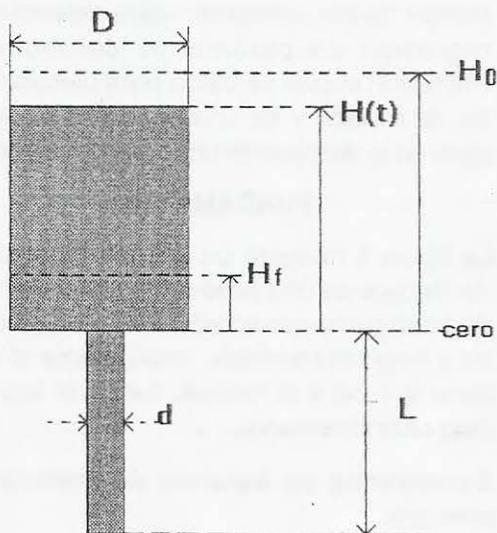


Figura N°1: Esquema del sistema de drenado de un líquido desde un tanque de base plana.

Por otro lado, la ecuación(2) puede integrarse por partes y obtenemos:

$$t = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left[\frac{H_0}{v_0} - \frac{H_f}{v_f} + \int_{v_f}^{v_0} \frac{H}{v^2} dv \right] \quad (6)$$

El termino de la integral se resuelve en conjunto con la ecuación (5), se demuestra que

$$\int = \frac{\alpha + K}{2g} (v_0 - v_f) + L \left(\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v_f} \right) + \frac{L}{2gd} \int_{v_f}^{v_0} f_D dv \quad (7)$$

Reemplazando (7) en (6), obtenemos la ecuación para calcular el tiempo de drenado entre alturas H_0 y H_f :

$$t = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left[\frac{H_0 + L}{v_0} - \frac{H_f + L}{v_f} + \frac{\alpha + K}{2g} (v_0 - v_f) \right] + \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left[\frac{L\mu}{2gd^2\rho} \int_{Re_f}^{Re_0} f_D dRe \right] \quad (8)$$

Las velocidades que aparecen en la ecuación (8) deben hallarse de la ecuación (5). En ambas ecuaciones, (5) y (8), se requiere conocer un modelo para calcular el factor de fricción. Una ecuación para el factor de fricción se puede derivar del conocimiento de la distribución de velocidades en régimen turbulento [5].

El modelo de Prandtl [5]

L. Prandtl, derivó la ecuación logarítmica de distribución de velocidades en régimen turbulento, para el flujo en tubos de paredes lisas, a partir de su teoría de la "longitud de mezcla", la ecuación tiene la forma siguiente:

$$\frac{u}{u^*} = c + 2.5 \ln \left(\frac{yu^* \rho}{\mu} \right) \quad (9)$$

Donde c, es una constante y

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w g_c}{\rho}} \quad (10)$$

Datos experimentales de los perfiles de velocidad en régimen turbulento, trabajos realizados por Nikuradse, Deissler, Reichardt y Von

Kármán, muestran que la distribución de velocidades para toda la sección transversal del tubo se expresa por las siguientes relaciones: Capa laminar (cerca de la pared del tubo).

$$\frac{u}{u^*} = \frac{yu^* \rho}{\mu} \quad \frac{yu^* \rho}{\mu} < 5 \quad (11)$$

Capa amortiguada

$$\frac{u}{u^*} = -3.05 + 5.0 \text{Ln} \left(\frac{yu^* \rho}{\mu} \right),$$

$$5 < \frac{yu^* \rho}{\mu} < 30 \quad (12)$$

Capa del núcleo turbulento (lejos de la pared del tubo).

$$\frac{u}{u^*} = 5.5 + 2.5 \text{Ln} \left(\frac{yu^* \rho}{\mu} \right), \quad \frac{yu^* \rho}{\mu} > 30 \quad (13)$$

Una de las inconsistencias de la ecuación (13) es que no predice una gradiente de la velocidad igual a cero en el centro del tubo.

La ecuación para el factor de fricción se deduce de la siguiente manera. Suponiendo flujo turbulento, la ecuación (13) se reemplaza en la ecuación de la velocidad promedio:

$$v = \frac{\int_0^{d/2} 2\pi r u dr}{\pi d^2 / 4}$$

Después de integrar y acomodar obtenemos la ecuación (14):

$$\frac{v}{u^*} = A - 1.5B + B \text{Ln} \left(\frac{du^* \rho}{2\mu} \right) \quad (14)$$

Donde $A=5.5$ y $B=2.5$. La definición del factor de fricción de Fanning es la siguiente:

$$f_F = \frac{2g_c}{\rho v^2} \tau_w \quad (15)$$

Reemplazamos las ecuaciones (10) y (15) en la (14) y obtenemos:

$$\frac{1}{\sqrt{f_F/2}} = A - 1.5B + B \text{Ln} \left(\frac{\text{Re}}{2} \sqrt{f_F/2} \right) \quad (16)$$

Si en lugar del factor de Fanning utilizamos el factor de Darcy el modelo para calcular el factor de fricción en tubos lisos, está dado por la ecuación (17):

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = m \text{Log}(\text{Re} \sqrt{f_D}) - n \quad (17)$$

Donde $m=2$ y $n=-0.80$

DATOS EXPERIMENTALES

El equipo experimental consiste de un cilindro de base plana que reposa sobre una estructura metálica. Un tubo de vidrio se encuentra acoplado al lado del cilindro el cual permite controlar el nivel del líquido en el tanque. En la

base del tanque se encuentra una conexión roscada para unir tubos de vidrio de diferentes diámetros y longitudes.

El tubo que controla el nivel del líquido es marcado en intervalos de 2 centímetros. Inicialmente el líquido llena el tanque y el tubo hasta una

altura (H_0) medida desde la base del tanque. El líquido se deja caer libremente y se lee el tiempo cada 2 centímetros, con un cronómetro digital de precisión de 1 centésimo de segundo. El tiempo final de drenado corresponde a una altura final (H), medido a partir de la base del tanque, y por encima del punto donde está conectado el tubo que controla el nivel del líquido en el tanque.

Se realizaron 13 pruebas experimentales. La temperatura del agua fue alrededor de 21 °C. Para los cálculos, la densidad y la viscosidad se tomó como 0.998g/cm³ y 0.01002g/cms, respectivamente.

Cada prueba experimental se repitió tres veces, con la finalidad de calcular el tiempo promedio así como su desviación estándar.

La Tabla 1 muestra los resultados de la prueba 2 ($d=0.69$ cm, $L=38.8$ cm). La Tabla 2 es un resumen de las trece pruebas realizadas, donde sólo se presenta el tiempo promedio final de drenado. Las figuras 1 y 2 muestran la distribución puntual de la desviación estándar en

función de la altura de nivel del líquido en el tanque.

Tabla 1: Resultados de la prueba experimental 2.

Altura de líquido H, cm	Tiempo experimental seg			
	Corrida 1	Corrida 2	Corrida 3	Promedio
32.7	0	0	0	0
30.7	4.59	4.45	4.44	4.49
28.7	9.06	8.98	8.99	9.01
26.7	13.74	13.52	13.72	13.66
24.7	18.32	18.18	18.21	18.24
22.7	22.86	22.94	22.95	22.92
20.7	27.7	27.69	27.86	27.75
18.7	32.76	32.62	32.64	32.67
16.7	37.68	37.53	37.48	37.56
14.7	42.78	42.54	42.78	42.7
12.7	47.84	47.71	47.78	47.78
10.7	53.16	52.99	53.02	53.06
8.7	58.46	58.36	58.4	58.41
6.7	64.22	64.1	64.01	64.11

Tabla 2: Tiempo experimental de drenado

Prueba exp.	Características del tubo		Altura de líquido		Tiempo promedio, s
	Longitud cm	Diámetro, cm	Ho, cm	Hf, cm	
1	30.1	0.69	32.7	6.7	64.89
2	38.8	0.69	32.7	6.7	64.11
3	45.4	0.69	32.7	6.7	62.07
4	22.7	0.79	32.7	6.7	47.95
5	22.5	0.53	32.7	6.7	105.19
6	22.5	0.70	32.7	6.7	60.45
7	22.5	0.79	33.5	7.5	46.37
8	22.5	0.52	33.5	7.5	102.28
9	22.5	0.70	33.5	7.5	57.81
10	34.2	0.55	33.5	7.5	91.7
11	33.5	0.70	33.5	7.5	78.58
12	30.1	0.70	33.5	7.5	62.76
13	30.1	0.79	33.5	7.5	44.54

Figura 1: Desviación estándar en la lectura del tiempo, correspondiente a la prueba 2

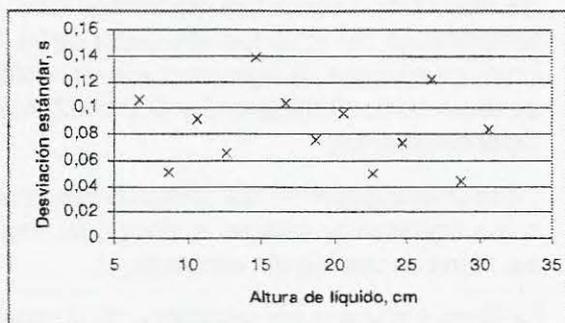
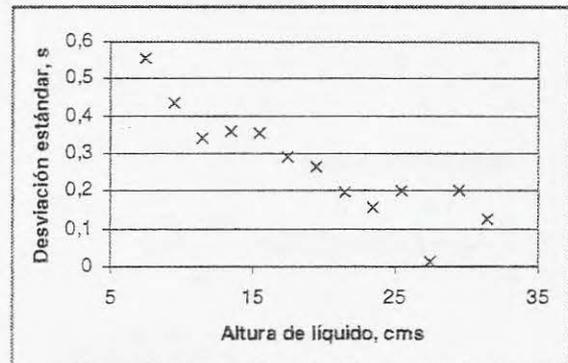


Figura 2: Desviación estándar en la lectura del tiempo, correspondiente a la prueba 8.



RESULTADOS DE LA REDUCCIÓN DE DATOS

Regresión no lineal

Los datos experimentales de tiempo de escurrimiento se utilizan para determinar las constantes de la ecuación (17) mediante un ajuste por mínimos cuadrados. Los parámetros del modelo se determinan minimizando la función:

$$\phi = \sum_{i=1}^N \omega_i (t_{i \text{ exp}} - t_{i \text{ cal}})^2 \quad (18)$$

Las ecuaciones (8) y (17) se utilizan para calcular $t_{i \text{ cal}}$.

Debido a que cada observación tiene una desviación estándar diferente, como se muestra en las figuras 1 y 2, se introduce en los cálculos el factor peso definido como:

$$\omega_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N 1/\sigma_i^2} \quad (19)$$

Para la realización de los cálculos se preparó un programa en Visual Basic. El coeficiente a de la ecuación (8) se tomó igual a 1, mientras que el factor de contracción, K se calcula de acuerdo a la ecuación (20):

$$K = 0.45 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right] \quad (20)$$

Debido a que la relación de diámetros tubo a tanque es pequeña, el factor K en todas las pruebas resulta en un valor igual a 0.449.

Los parámetros de las ecuaciones (16) y (17), obtenidos del ajuste, se muestran en la Tabla 3. En las figuras 3 y 4, los parámetros A y B de la ecuación (16) se presentan en función del diámetro del tubo.

Tabla 3: las constantes de las ecuaciones 16 y 17 obtenidos por regresión.

Prueba exp.	Características del tubo		Altura de líquido		Tiempo promedio, s
	Longitud, cm	Diámetro, cm	H ₀ , cm	H _f , cm	
1	30.1	0.69	32.7	6.7	64.89
2	38.8	0.69	32.7	6.7	64.11
3	45.4	0.69	32.7	6.7	62.07
4	22.7	0.79	32.7	6.7	47.95
5	22.5	0.53	32.7	6.7	105.19
6	22.5	0.70	32.7	6.7	60.45
7	22.5	0.79	33.5	7.5	46.37
8	22.5	0.52	33.5	7.5	102.28
9	22.5	0.70	33.5	7.5	57.81
10	34.2	0.55	33.5	7.5	91.7
11	33.5	0.70	33.5	7.5	78.58
12	30.1	0.70	33.5	7.5	62.76
13	30.1	0.79	33.5	7.5	44.54

Figura 3: Parámetro A, de la ecuación de Prandtl

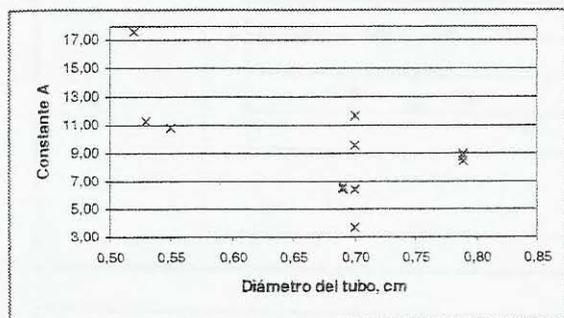
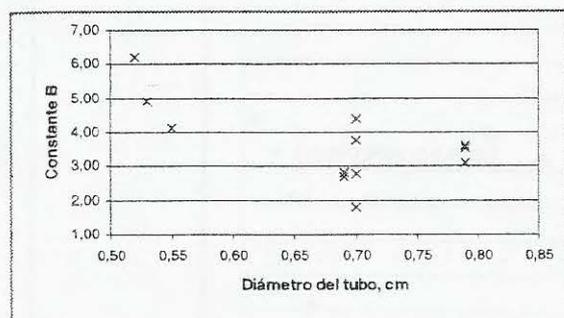


Figura 4: Parámetro B, de la ecuación de Prandtl



La velocidad experimental se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$v_{\text{exp}} = \left(\frac{D}{d} \right)^2 \frac{\Delta H}{\Delta t}$$

Una gráfica de la velocidad experimental frente a la altura media entre cada intervalo se muestra en las figuras 5, 6 y 7. En las mismas figuras aparece la velocidad calculada con la ecuación (5), el factor de fricción es calculado con los parámetros de la Tabla 3.

Figura 5: Velocidad experimental y velocidad calculada de la prueba 2.

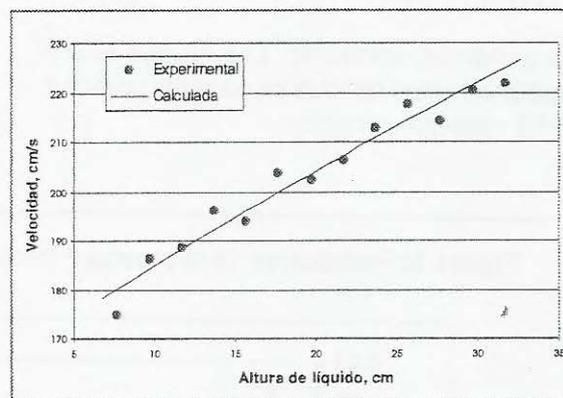


Figura 6: Velocidad experimental y velocidad calculada de la prueba 8.

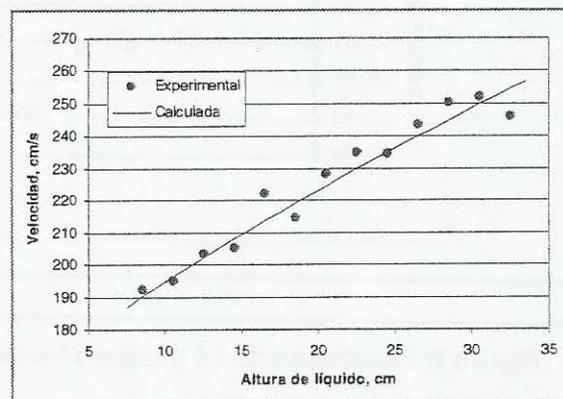
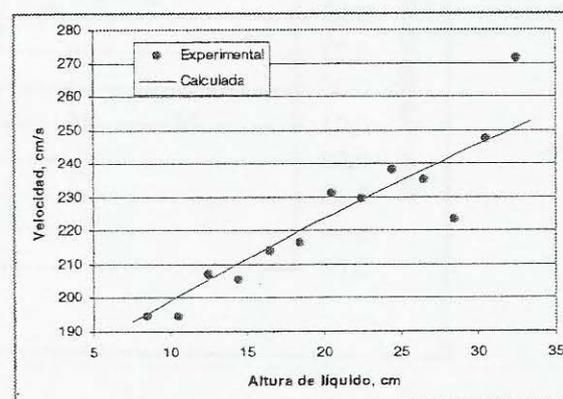


Figura 7: Velocidad experimental y velocidad calculada de la prueba 13.



Al llevar a cabo el análisis de regresión se supone que los errores son independientes, de media cero y varianza constante con una distribución normal. Si el modelo es correcto, los residuales definidos como $(t_{i\text{exp}} - t_{i\text{cal}})$ representan a los errores; y la tendencia de los residuales deben confirmar las suposiciones respecto a los errores. Debido a que en el ajuste se ha introducido el factor peso (ecuación 18), se ha creído conveniente mostrar gráficas de

$$\omega_i^{0.5} (t_{i\text{exp}} - t_{i\text{cal}})$$

frente al tiempo calculado. Las figuras 8, 9 y 10 muestran estos residuales para las pruebas 2, 8 y 13 respectivamente.

FACTORES DE FRICCIÓN

Las figuras 11, 12, 13 y 14 muestran los factores de fricción en función del número de Reynolds calculados con los parámetros de la tabla 3, así mismo se muestra el factor de fricción calculada con la ecuación de Chen [6].

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = 2 \log \left[\frac{\epsilon/D}{3.7065} - \frac{5.0452}{\text{Re}} \log \left[\frac{(\epsilon/D)^{1.1098}}{2.8257} + \frac{5.8506}{\text{Re}^{0.8981}} \right] \right]$$

La desviación relativa entre el factor de fricción calculada con la ecuación de Chen y la que se obtiene del diagrama de Moody [1], varía entre 0.01% a 0.36% correspondientes a números de Reynolds 20000 a 4000 respectivamente, para tubos de paredes lisas ($\epsilon/D=0$).

Figura 8: Residuales de la prueba 2 frente al tiempo calculado por la ecuación (8).

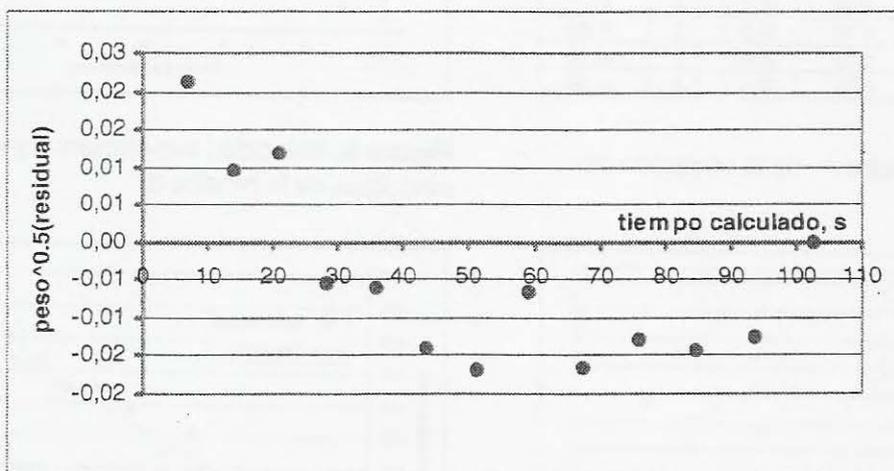
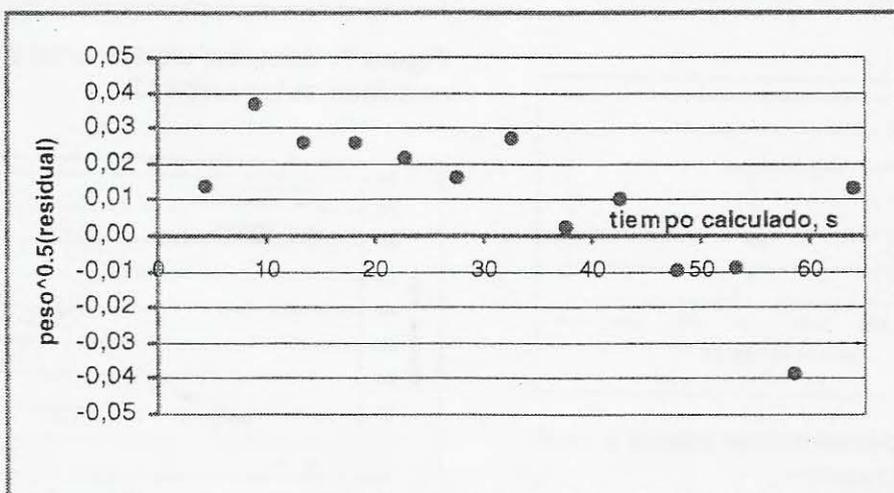


Figura 9: Residuales de 1 & prueba 8 frente a 11 tiempo calculado por 1 & ecuación (8).



la gráfica de los factores de fricción están agrupados de acuerdo a los diámetros de los tubos de vidrio usados en las pruebas, como se muestra en las figuras 11, 12, 13 y 14.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

los resultados de esta investigación muestran que las lecturas del tiempo son muy sensibles a la forma como se llevan a cabo estas; así también, efectos como la formación de vórtice y vibraciones del tanque influyen en la lectura, aunque en todos los casos no se notó la formación de vórtice. En la figura 3 se observa cierta tendencia de correlación en la distribución de la desviación estándar. Esta tendencia se observa en las pruebas 3, 8, 10 y 13; en las otras

pruebas se nota una distribución alrededor de un valor medio.

Por ejemplo en la figura 2, se puede tomar un valor medio igual a 0.08 s, y notese que los puntos se distribuyen alrededor de dicho valor en un banda de ancho igual 60.04 s.

Para todas las pruebas experimentales, la distribución de los residuales muestran cierto grado de correlación como se observa en las figuras 8, 9 y 10. Esta correlación indica que los errores no son independientes y que el modelo usado para calcular el factor de fricción es inapropiado por la falta de ajuste a los datos experimentales. En las figuras 11, 12, 13 y 14 se observa que los factores de fricción calculados

Figura 10: Residuales de la prueba 13 frente al tiempo calculado por la ecuación (8).

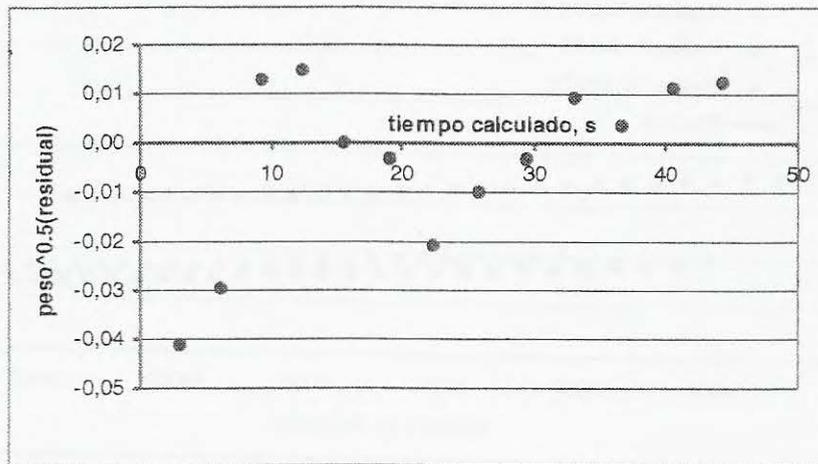
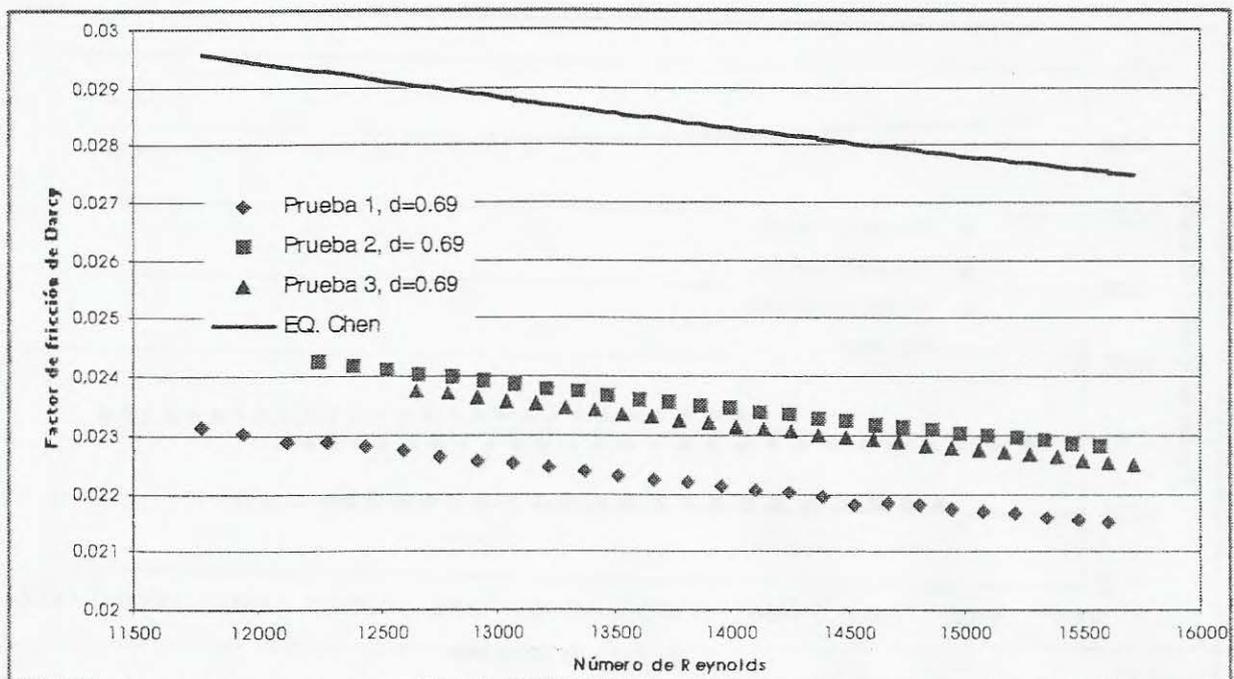


Figura 11: Factores de fricción frente al número de Reynolds. Para la prueba experimental, los factores de fricción se calculan con los parámetros de la Tabla 3.



con los parámetros de la tabla 3 son menores que los obtenidos con la ecuación de Chen. Se han realizado cálculos de regresión para cuando el factor de contracción es cero, estos resultados no se muestran aquí, pero debe indicarse que en este caso los factores de fricción resultan ser mayores que los calculados en la ecuación de Chen. En la ecuación 8, el coeficiente a se tomó como constante y K se

estima de la ecuación 20. En realidad a depende del número de Reynolds y es un coeficiente que toma en cuenta el hecho de que en régimen turbulento el perfil de velocidades no es uniforme. Para Reynolds = 4×10^5 $a=1.08$, y Reynolds = 3.2×10^6 $a = 1.03$. En los cálculos de regresión se tomó $a = 1$, y puede esperarse que la variación de este factor con el número de Reynolds no afectará sustancialmente los

Figura 12: Factores de fricción frente al número de Reynolds. Para las pruebas experimentales, los factores de fricción se calculan con los parámetros de la Tabla 3.

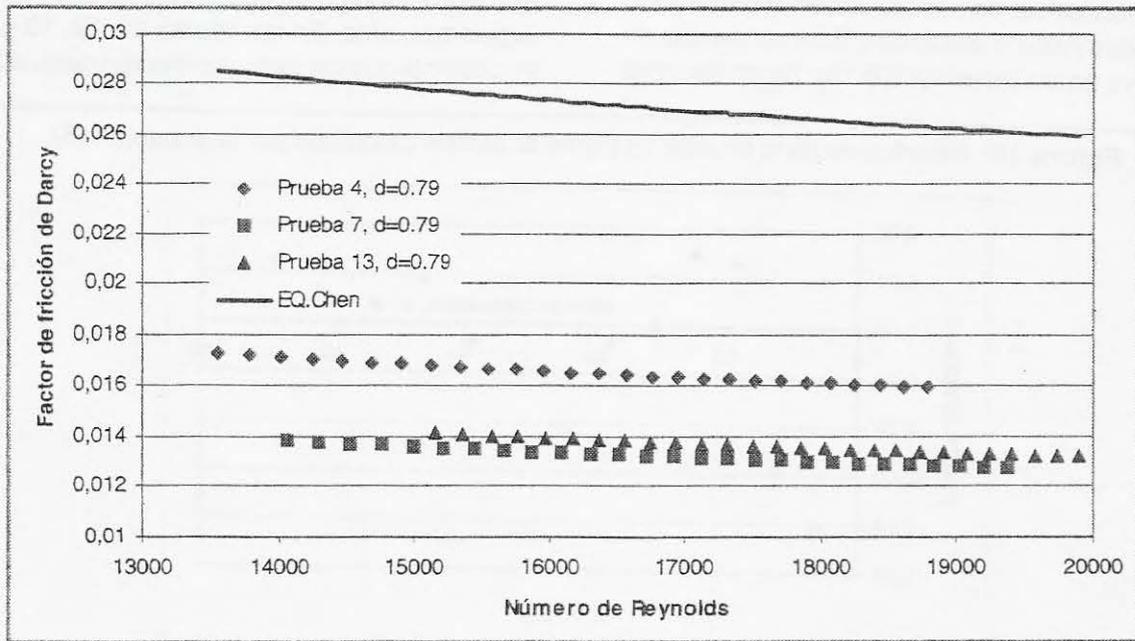


Figura 13: Factores de fricción frente al número de Reynolds. Para las pruebas experimentales, los factores de fricción se calculan con los parámetros de la Tabla 3.

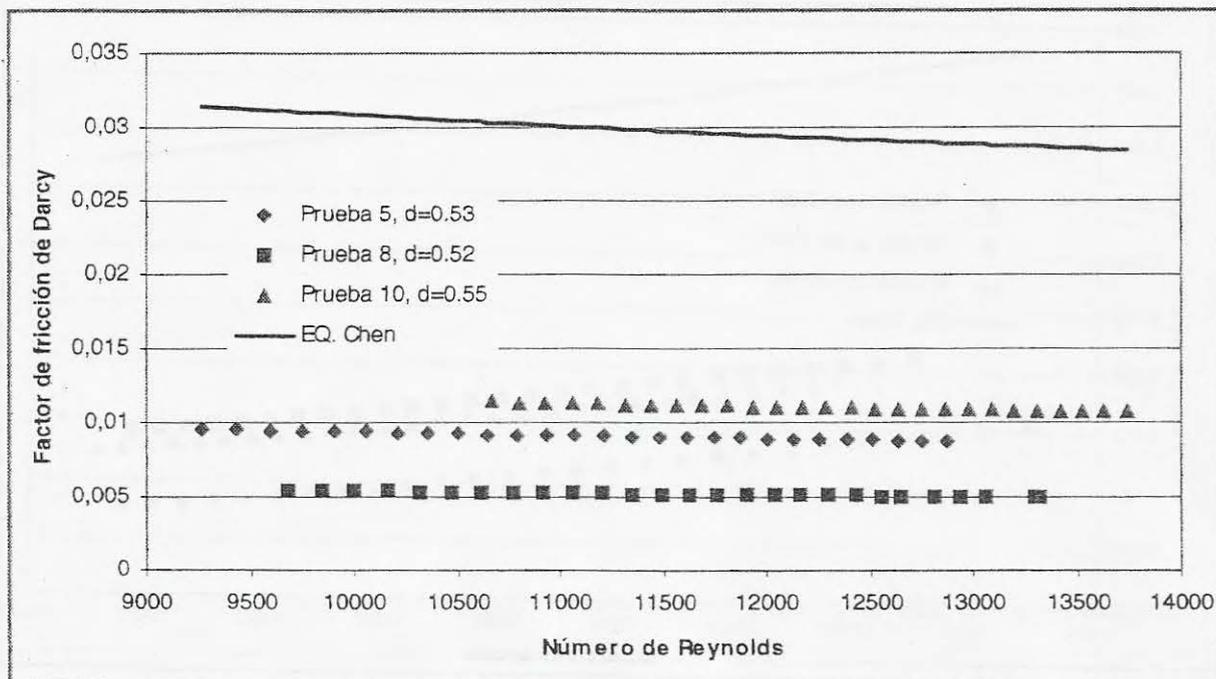
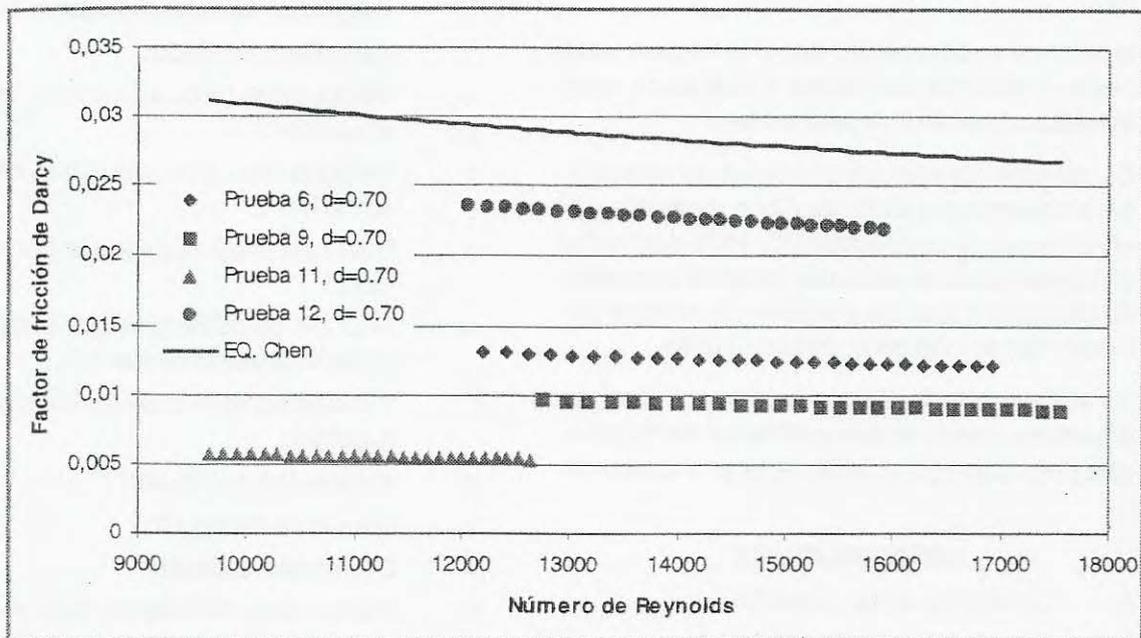


Figura 14: Factores de fricción frente al número de Reynolds. Para las pruebas experimentales 1 es. 1 os factores de fricción se calculan con los parámetros de la Tabla 3.



resultados en la determinación del factor de fricción. Por otro lado, el coeficiente K se estima a partir de la geometría del sistema, y en todas las pruebas su valor fue de 0.449. Resultados que no se muestran aquí indican una variación sustancial en el factor de fricción con el coeficiente K.

Si la finalidad de la ecuación 8 es la de predecir el tiempo de drenado, la Tabla 4 muestra que dicha ecuación es bastante aproximada.

En la tabla 4, se compara el tiempo experimental y el tiempo calculado cuando el líquido drena entre dos alturas especificadas.

La máxima desviación porcentual absoluta hallada es de 1.1%.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los resultados de este trabajo indican una falta de ajuste del modelo de Prandtl con los datos experimentales. Esto puede deberse a errores en el procedimiento experimental o deficiencias en el modelo.

Se debe estudiar la inclusión de otros modelos para la distribución de velocidades, tales como los desarrollados por Von Kármán y Wang [4], estas son más complejas que la ecuación de

Tabla 4: Desviación porcentual entre el tiempo experimental y el valor calculado.

Prueba	Características del tubo		Altura de nivel del líquido		Tiempo de drenado, s		Desviación porcentual
	Longitud cm	Diámetro, cm	Inicial (H0)	Final (Hf)	Experimental	Calculado	
1	30,1	0,69	32,70	6,70	64,89	65,03	-0,22
2	38,8	0,69	32,70	6,70	64,11	64,04	0,11
3	45,4	0,69	32,70	6,70	62,07	62,76	-1,11
4	22,7	0,79	32,70	6,70	47,95	48,10	-0,31
5	22,5	0,53	32,70	6,70	105,19	104,68	0,48
6	22,5	0,70	32,70	6,70	60,45	60,24	0,35
7	22,5	0,79	33,50	7,50	46,37	46,51	-0,30
8	22,5	0,52	33,50	7,50	102,28	102,80	-0,51
9	22,5	0,70	33,50	7,50	57,81	57,92	-0,19
10	34,2	0,55	33,50	7,50	91,70	91,54	0,17
11	33,5	0,70	33,50	7,50	78,58	78,74	-0,20
12	30,1	0,70	33,50	7,50	62,76	62,75	0,02
13	30,1	0,79	33,50	7,50	44,54	44,36	0,40

Prandtl pero ajustan mejor a los datos experimentales de velocidad puntual en el interior del tubo.

la técnica experimental debe corregirse para obtener lecturas confiables y que estos sean estadísticamente independientes.

Es conveniente realizar un análisis de regresión para determinar a partir de datos experimentales el factor de contracción(K). Para esto debe utilizarse tubos de vidrio de longitud pequeña, de tal manera que las pérdidas de energía por fricción en el tubo sean despreciables.

las ecuaciones 5 y 8 se simplifican al eliminar el término donde aparece el factor de fricción, estas ecuaciones quedan solo en función de K.

NOMENCLATURA

A	Constante en la ecuación 14
B	Constante en la ecuación 14
D	Diámetro del tanque.
d	Diámetro del tubo.
f_D	Factor de fricción de Darcy.
g	Aceleración de la gravedad, 981 cmls ²
g_c	Factor de conversión de unidades de fuerza a unidades de masa, 1 N m/ Kg s ² .
H	Altura de la superficie libre del líquido medido desde la base del tanque.
H_o, H_p	Alturas inicial y final respectivamente.
K	Factor de pérdida de energía por contracción.
L	Longitud del tubo.
m	Constante en la ecuación 17.
n	Constante en la ecuación 17.
Re	Número de Reynolds.
r	Distancia medida desde el centro del tubo.

T	Tiempo de drenado
u	Velocidad puntual en el interior del tubo.
u'	Velocidad de corte, ecuación 10.
V	Velocidad promedio.
V_o	Velocidades calculada con H_o de la ecuación 5.
v_i	Velocidades calculada con H_i de la ecuación 5.
y	Distancia medida desde la pared del tubo.
a	Fact.CK de corrección por cambios en el perfil de velocidades
f	Función sumatoria de residuales al cuadrado.
m	Viscosidad del líquido.
r	Densidad del líquido.
s	Desviación estándar
w	Factor peso definida por la ecuación 19.

REFERENCIAS

- [1] Fox R., McDonald A., *Introduction to fluid Mechanics*, p 364; J.Wiley & Sons(1978).
- [2] H-I. Sbamés, *Mecánica de fluidos*, p. 332; McGraw Hill Interamericana S.A.(1995).
- [3] Crosby J. E., *Experimentos sobre fenómenos de Transporte en las Operaciones Unitarias de la Industria Química*, p 55; Edit Hispano Americana(1968).
- [4] Armijo J., Tiempo de escurrimiento de un tanque con un tubo de salida: Nuevo método de cálculo, p 57; *Rev. Per. Quim. Ing. Quim*, 2, N° 1 (1999).
- [5] Knudsen J., Katz D., *Fluid Dynamics and Heat Transfer*, p 151-176~ Mc Graw Hill Book Co. N.Y:(1958).
- [6] <http://bell.mma.edu/jmcent/friction> Flow loss Correlation.