

# UNA REVISIÓN SOBRE LOS CUASICRISTALES: LOS CRISTALES APERIÓDICOS

C.V. Landauro S.<sup>1</sup>

Dedicado a Dan Shechtman, Premio Nobel en Química 2011, por su descubrimiento de los cuasicristales.

## RESUMEN

En este trabajo se hace una revisión de los cuasicristales en una óptica muy particular, que no pretende ser completa ni detallada, donde se presenta el estado del arte del conocimiento de los cuasicristales desde su descubrimiento hasta su manipulación a escala nanoscópica.

**Palabras clave:** cuasicristales, aperiodicidad, nanomateriales

## ABSTRACT

This paper is a review of quasicrystals in a very particular perspective, which is not exhaustive and detailed, which presents the state of the art of the knowledge of quasicrystals from discovery to manipulation at the nanoscale.

**Keywords:** quasicrystals, aperiodicity, nanomaterials

## 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas físicos de muchas partículas se pueden clasificar en dos grandes grupos: ordenados ó desordenados. Los primeros están relacionados con regularidad mientras que los segundos con irregularidad (o a lo mucho con orden local, como en el caso de los sistemas amorfos). Más aún, regularidad ha sido, por lo general, asociado a periodicidad. Sin embargo, existe otra forma de orden que se presenta en la naturaleza: **el orden aperiódico**. Eso significa que existen sistemas que siguen reglas bien definidas (orden) pero sin ser repetitivas (periodicidad). Un ejemplo sencillo de ello es la serie de Fibonacci: un número cualesquiera de la serie  $F_n$  está dado por  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  ( $\forall n \geq 2$ ), donde  $F_0 = F_1 = 1$ . Lo interesante de esta

serie es que el cociente de dos números consecutivos  $F_n/F_{n-1}$ , en el límite  $n \rightarrow \infty$ , tiende a  $\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ , que es el conocido **número**

**áureo** (también llamado **número de oro** ó **razón de oro**). Es interesante anotar que este número nos ha acompañado a lo largo de la historia encontrando aplicaciones tanto en arquitectura, arte, botánica y biología (mire por ejemplo Ref. [1]). Se sabe también que formas geométricas pentagonales, icosaedrales y dodecagonales están íntimamente relacionadas a  $\varphi$ . Por ejemplo, la razón de las distancias entre dos vértices no-consecutivos y dos consecutivos de un pentágono regular es justamente  $\varphi$ . El icosaedro se obtiene de la intersección de tres rectángulos cuyos lados están en la proporción áurea y el dodecaedro (cuyas

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Ap.-Postal 14-0149, Lima 1, Perú  
C. Landauro, [clandauros@unmsm.edu.pe](mailto:clandauros@unmsm.edu.pe)

caras son pentágonos) es un poliedro dual al icosaedro (tienen la misma simetría). Más aún, se ha argumentado que una molécula tan importante como el ácido desoxirribonucleico (ADN) –componente principal de los cromosomas– está compuesto de una secuencia aperiódica de los pares de bases que lo forman [2]. Sin embargo, la existencia de materiales inorgánicos con estructuras obtenidas empleando estas unidades (pentágonos, icosaedros, por ejemplo) como elementos base estaba prohibida por la cristalografía clásica dado que no se puede teselar todo el espacio sin dejar regiones vacías bajo la condición de orden periódico (simetría de traslación). Fue recién en 1982 cuando Dan Shechtman descubre la fase AlMn con simetría icosaedral pero sin periodicidad (sin simetría de traslación). Estos resultados fueron publicados en 1984 [3]. Para describir dicha fase se introdujo el término cuasicristal (CC) y, posteriormente, el concepto de **crystal aperiódico**. Como un nuevo material con características estructurales peculiares (orden aperiódico a largo alcance), los CCs se presentaron como interesantes para ser estudiados, no sólo desde el punto de vista fundamental sino también desde el punto de vista tecnológico (mire siguiente sección).

En el presente trabajo se hace una revisión, que no pretende ser completa ni detallada, pero que permita introducirnos al concepto de aperiodicidad a partir de los números de Fibonacci (capítulo 2) para luego discutir algunas de las características más saltantes de los cuasicristales (capítulo 3). Finalmente, en el capítulo 4 se presenta una posibilidad de seguir explotando aún más las propiedades físicas de estos sistemas introduciendo un nuevo parámetro: el tamaño de grano promedio de los cristallitos del cuasicristal, el cual tiene relevancia a escalas nanoscópicas. Un breve resumen de este trabajo se presenta en el capítulo 5.

## 2. EL CONCEPTO DE APERIODICIDAD

Hasta 1984 la cristalografía clásica podía describir las propiedades de los cuerpos sólidos clasificándolos en dos grandes grupos:

sólidos amorfos y cristalinos. En los primeros, los átomos ó moléculas que conforman el sólido están desordenados topológicamente; es decir, no poseen un ordenamiento periódico de largo alcance. Mientras que en los sólidos cristalinos los átomos o moléculas se distribuyen dentro del sólido de manera ordenada a partir de una unidad fundamental denominada celda unitaria. De esa manera esta unidad permite construir la estructura cristalina mediante rotaciones y traslaciones periódicas. Para tener una idea práctica de este procedimiento imagine el teselado (llenado) del piso de su sala con losetas todas idénticas, en ese caso la periodicidad es evidente. Es así que la cristalografía clásica estableció que los átomos al formar un cristal solamente podían ordenarse de catorce maneras diferentes, conocidas como las redes de Bravais [4,5]. Se estableció además que estas redes sólo podían poseer simetrías rotacionales (compatibles con la simetría de traslación) de orden dos (rotación por 180°), tres (rotación por 120°), cuatro (rotación por 90°) y seis (rotación por 60°), puesto que solamente aquellos elementos básicos (por ejemplo: triángulo, cuadrado, hexágono en dos dimensiones) que poseen este tipo de simetrías de rotación pueden teselarse para construir sólidos cristalinos periódicos sin generar frustraciones (mire Fig. 1).

Sin embargo, existen en la naturaleza sistemas que siguen reglas de conformación más complejas pero bien definidas; es decir, son ordenadas pero no son periódicas. A este tipo de sistemas se les conoce como sistemas aperiódicos. Un ejemplo de ello, es la secuencia de átomos (sólido unidimensional) obtenido de la secuencia de Fibonacci: a partir de dos elementos básicos  $w_0$  y  $w_1$ , se construye una secuencia de bloques siguiendo la regla  $w_n = w_{n-1} * w_{n-2}$ , donde \* significa la concatenación de los bloques, como se muestra en la Fig.2. Al reemplazar la secuencia de bloques por átomos se obtiene un sólido unidimensional ordenado (ya que su proceso de formación ha seguido reglas bien definidas) pero no periódico (sin simetría

de traslación). Más aún, dependiendo de la naturaleza de los bloques se puede obtener ya sea aperiodicidad química (ordenamiento aperiódico de dos tipos de átomos equidistantemente espaciados) o aperiodicidad estructural (un solo tipo de átomos separados por dos distancias características).

La ampliación de esta secuencia aperiódica de Fibonacci a dos dimensiones produce una malla bidimensional aperiódica (mire Fig. 3). Una forma alternativa de ordenamiento aperiódico está dada por el teselado de Amman-Beenker empleando dos elementos base, como se muestra en la Fig. 3. La variante empleando dos tipos de rombos (ancho y delgado) son los conocidos teselados de Penrose [6].

En tres dimensiones los elementos base adecuados forman cristales aperiódicos conocidas como cuasicristales [6-8].

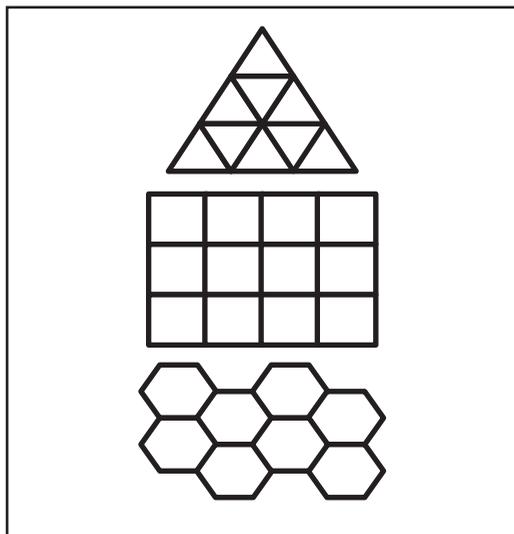


Fig.1. Simetrías de rotación de orden tres, cuatro y seis, compatibles con la simetría de traslación, lo cual permite obtener sólidos cristalinos periódicos que reflejan estas simetrías a escala macroscópica.

### 3. CUASICRISTALES: NIVEL DE CONOCIMIENTO ACTUAL

Por sus características estructurales estos nuevos materiales forman una nueva clase de sistemas con propiedades intermedias entre las fases cristalinas y amorfas. Los CCs conforman efectivamente una nueva

fase de la materia con propiedades estructurales intermedias entre los sistemas cristalinos y amorfos.

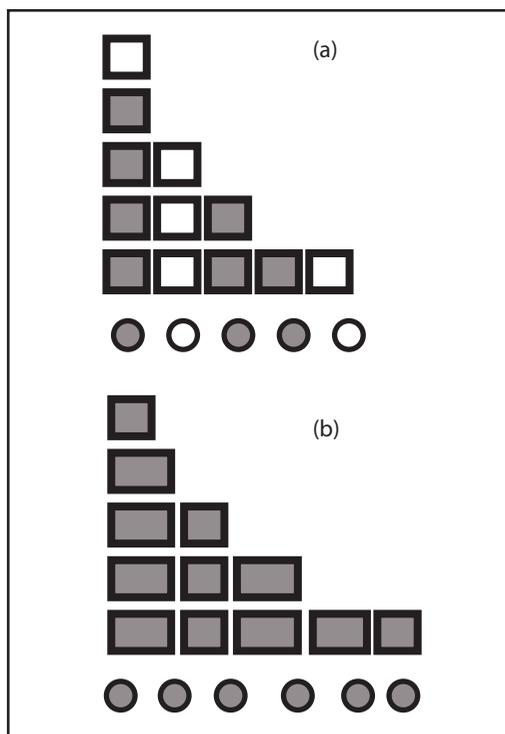


Fig. 2. Secuencia aperiódica tipo Fibonacci. La secuencia n-ésima de bloques resulta de colocar la secuencia (n-2) de bloques luego de la secuencia (n-1). De esta forma se pueden reemplazar los bloques por átomos y obtener ya sea (a) una secuencia aperiódica de dos tipos de átomos separados por la misma distancia (aperiodicidad química) ó (b) una secuencia aperiódica (hay dos distancias características entre átomos) de un solo tipo de átomos.

Los CCs, que forman parte de la familia de las aleaciones intermetálicas, se definen como estructuras con orden aperiódico (a corto y largo alcance) y con simetrías rotacionales prohibidas por la cristalografía clásica, lo cual es posible al costo de no tener simetría de traslación (sistemas no-periódicos). Así, se tienen CCs con simetría pentagonal, octagonal, decagonal y dodecagonal [7,8]. Ello se evidencia en los patrones de difracción donde, por ejemplo, se puede notar la simetría de grupos puntuales icosaédricos [3,7]. Ello llevó a la Unión Cristalográfica Internacional a la necesidad de incluir a los materiales cuasicristalinos en la definición de cristal [9]: **“un cristal es aquel material que presenta un patrón de difracción esencialmente discreto”** (mire

Fig. 4). En términos prácticos esto indica que para el caso de CCs se tiene que ampliar la base de los vectores recíprocos (en lugar de trabajar con tres índices de Miller se debe considerar, por ejemplo para los CCs icosaédricos, seis números enteros) lo cual equivale a aumentar el espacio a una dimensión  $n$  mayor donde el CC se describe dentro de un arreglo periódico y cuya proyección al espacio tridimensional, por medio de reglas bien definidas [7,8], nos proporciona una estructura aperiódica. Es interesante notar que también existen las llamadas fases aproximantes (FAP) que son aleaciones intermetálicas periódicas con celdas gigantes y con un orden local semejante al de los CCs. Su estudio es un excelente punto de partida para la comprensión de las propiedades electrónicas de los CCs.

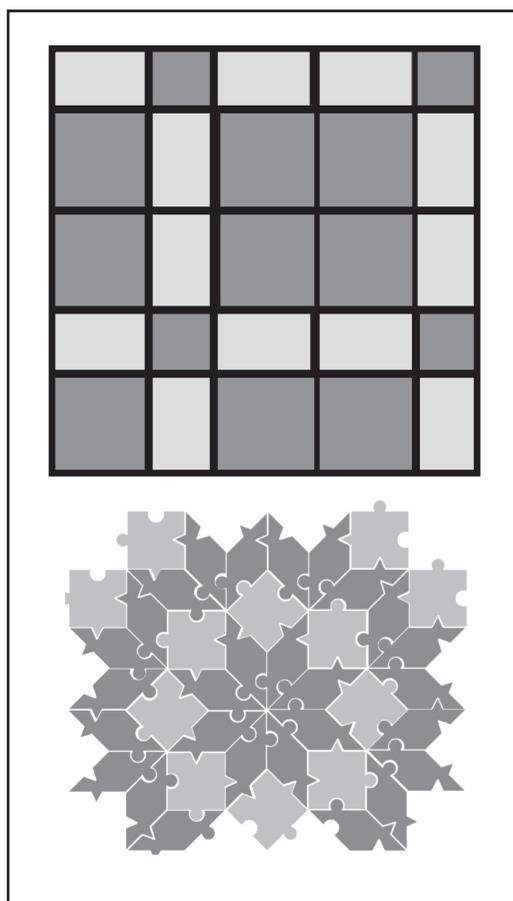


Fig. 3. Ejemplos de un ordenamiento aperiódico (sin simetría de traslación) bidimensional (arriba) cruzando horizontal y verticalmente dos secuencias de Fibonacci unidimensionales (mire Fig. 2) y (abajo) empleando dos elementos básicos (cuadrados y rombos) para teselar todo el espacio (Ammann-Beenker tiling).

Otra característica importante de los CCs es que están constituidos por *clusters* (agregados de átomos), considerados como los “bloques lógicos” (*building blocks*), y por otros “átomos goma” (*glue atoms*) que permiten unir dichos *clusters* formando al unirse (siguiendo ciertas reglas -*matching rules*-) el CC. Estos clusters pueden ser simples (por ejemplo formado por un metal de transición rodeado por doce átomos de aluminio en una estructura icosaédrica) ó complejos con dos o más capas (por ejemplo los *clusters* tipo Bergman o MacKay [7,8]). La forma como estos clusters se unen determina las propiedades electrónicas del material. Trabajos previos [10,11] indican que dichas propiedades son altamente sensibles a la correlación de dichos *clusters*, donde cualquier distorsión modifica apreciablemente las propiedades electrónicas del sistema. Más aún, a los CCs icosaédricos se les considera fases Hume-Rothery [12,13] (estabilizados electrónicamente); es decir, su densidad de estados electrónicos (DOS) presenta un *pseudogap* (una zona energética con pocos estado electrónicos), de  $\sim 1$  eV de ancho, alrededor de la energía de Fermi debido a la resonancia entre los sub-sistemas electrónico y atómico (máximo contacto entre las superficies de Fermi y de Jones –una generalización de la zona de Brillouin para sistemas no periódicos), lo cual ha sido confirmado experimentalmente [14-18].

Dado que los CCs son aleaciones que en su mayoría están constituidas por metales de transición (MT) y aluminio, la formación de dicho *pseudogap* se ve reforzada por la hibridización de los orbitales *sp* de aluminio y *d* del metal de transición que se produce también a energías alrededor de la energía de Fermi. Adicionalmente, dicha hibridización es responsable por la existencia de estructuras espectrales finas de  $\sim 100$  meV, como se reporta en varios trabajos experimentales [19-24].

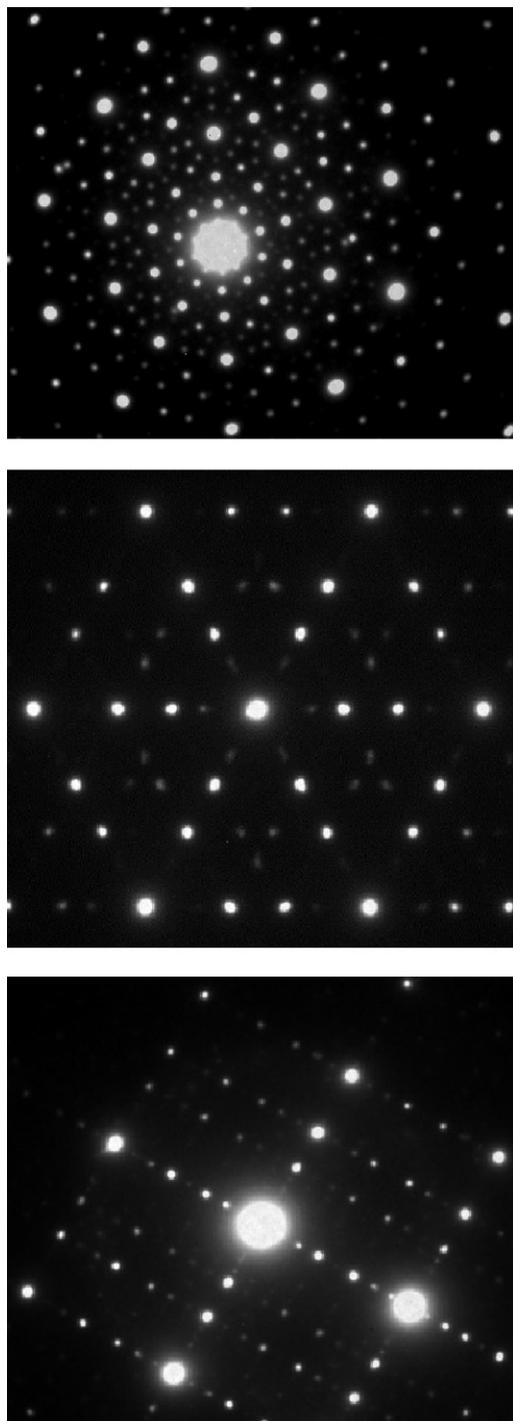


Fig. 4. Patrón de difracción de área seleccionada del CC  $i\text{-Al}_{64}\text{Cu}_{23}\text{Fe}_{13}$ . Se observan las simetrías de rotación de orden (arriba) cinco (*five-fold*), (medio) tres (*three-fold*), y (abajo) dos (*two-fold*).

En las últimas décadas se han reportado varios experimentos relacionados con las propiedades eléctricas y magnéticas de sistemas con simetría icosaedrales [19,25-38].

Los resultados más resaltantes son los siguientes: (i) bajos valores en la densidad de portadores de carga, dentro del rango de  $10^{20}\text{-}10^{21}\text{ cm}^{-3}$  lo cual es inusualmente bajo para aleaciones formadas por componentes metálicas. (ii) la termopotencia y el coeficiente Hall presentan valores negativos ó positivos a bajas temperaturas. Más aún, se han observado experimentalmente cambios de signo de estos coeficientes de transporte [19-21,39] y fuerte sensibilidad a variaciones pequeñas en la estequiometría de la muestra [30] y las condiciones de tratamiento térmico [28]. (iii) El transporte electrónico en algunos CCs icosaédricos que no contienen metales de transición (por ejemplo,  $i\text{-(Al,RE)MgZn}$ ,  $i\text{-CdYb}$ ) es del tipo metálico. Esto es un indicativo que no solo la cuasiperiodicidad extendida (orden aperiódico a largo alcance) sino también el orden químico local son importantes para entender el transporte electrónico. En resumen, varios trabajos experimentales [39-42] en diferentes coeficientes de transporte (conductividades eléctricas y térmicas, magnetoresistencia, termopotencia, coeficiente Hall) sugieren fuertemente que aleaciones cuasicristalinas que contienen metales de transición son marginalmente metálicas, estando así en el límite entre metales y semiconductores.

Diferentes modelos se han propuesto para explicar, a un nivel cualitativo, las peculiares propiedades de transporte electrónico arriba mencionadas (por ejemplo mire las Refs. [43-45]). En el régimen de bajas temperaturas ( $\sim 0,3\text{-}30\text{ K}$ ), la magnetoresistencia puede ser explicada empleando efectos de interferencia cuántica [25,27,31,41,46-48]. Sin embargo, dichas teorías han sido elaboradas para metales en el límite de desorden débil. Es así que la aplicación de esos conceptos (originalmente desarrollados para describir el transporte en sólidos amorfos) en sistemas con orden estructural a largo alcance como los CCs requiere de una adecuada justificación. Por encima de los  $30\text{ K}$ , el modelo de dos-bandas [28,35,49] ha sido empleado para explicar los resultados experimentales. Sin embargo, para aplicar dicho modelo al caso

de CCs se requiere emplear densidades de carga para electrones y huecos con fuertes dependencias de temperaturas (similares al factor de Debye-Waller) lo cual es una seria deficiencia de esta aproximación. Landauro y Solbrig propusieron <sup>[10,50-52]</sup> un procedimiento fenomenológico y unificado, que relaciona las características espectrales más significativas de los CCs (mire arriba) con las curvas experimentales de transporte electrónico. De ese modo se obtuvieron <sup>[53-56]</sup> expresiones analíticas para la conductividad eléctrica, la termopotencia y la contribución electrónica a la conductividad térmica que pueden explicar los resultados experimentales en un amplio rango de temperaturas <sup>[57,58]</sup>.

Todas estas propiedades, tanto estructurales como físicas, de características inusuales presentan a los CCs como potenciales candidatos para aplicaciones tecnológicas. Por ejemplo, propiedades interesantes para aplicaciones industriales son su bajo coeficiente de fricción <sup>[59,60]</sup>, alta dureza <sup>[61]</sup>, baja energía superficial <sup>[62]</sup> y buena resistencia al desgaste <sup>[63]</sup>. Más aún, los CCs son potenciales candidatos para aplicaciones como termoelementos <sup>[64-67]</sup> y también en catálisis <sup>[68]</sup>.

#### 4. NANO-CUASICRISTALES

Otra área de la ciencia, aparte de la exploración de nuevos materiales (como en el caso de los CCs), es la relacionada con la nano-ciencia y la consecuente tecnología derivada de ella (nano-tecnología). Esta área de investigación tiene que ver con el estudio y/o manipulación de materiales con el propósito de obtener dispositivos de aplicación tecnológica, teniendo para ello un control de sus componentes a escala nanométrica. La importancia de la nano-ciencia se basa en las siguientes razones: (i) nuevas propiedades emergen a esta escala las cuales pueden ser aprovechadas a través de un control del tamaño y forma de los nano-sistemas; (ii) el auto-ensamblaje de nano-sistemas (sobre todo los biológicos) abre muchas posibilidades en la combinación de células con nuevos materiales enlazando así la ciencia de materiales con la biología, en la búsqueda

por ejemplo de nuevos materiales bio-compatibles cuyas propiedades se optimizan aún más en la nano-escala; (iii) el hecho de que en sistemas nanométricos la superficie juega un papel relevante (en contraposición a los sólidos macroscópicos donde la superficie se desprecia con respecto al volumen interior) es de importancia para promover reacciones químicas, liberación controlada de drogas y almacenamiento de energía (para mayores detalles mire, por ejemplo, las Refs <sup>[69,70]</sup>). Más aún, ya se postula que la investigación en esta área definirá la tecnología del siglo XXI.

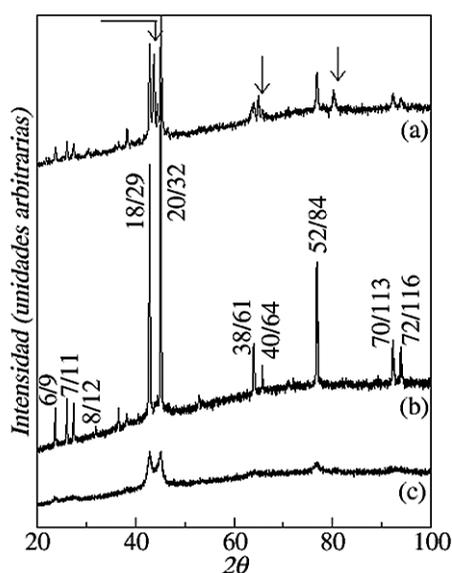


Fig. 5. Patrón de DRX de la muestra  $i\text{-Al}_{64}\text{Cu}_{23}\text{Fe}_{13}$  (a) luego de ser preparada por la técnica de horno de arco, (b) después de ser tratada térmicamente y (c) luego de ser sometida a cinco horas de molienda mecánica. La muestra tratada térmicamente ha sido indexada a la fase cuasicristalina siguiendo el esquema de indexación propuesto por Cahn y colaboradores (mire Ref. [77]).

Así, desde el punto de vista experimental y con miras a posibles aplicaciones tecnológicas de los CCs surge la pregunta: ¿es posible producir nano-cuasicristales (n-CCs); es decir, cuasicristales nanoestructurados, tal que se pueda controlar el tamaño de grano promedio del material y así sus propiedades físicas? Un manera de estudiar estos sistemas es preparando sólidos cuasicristalinos en la fase  $\text{Al}_{64}\text{Cu}_{23}\text{Fe}_{13}$  (considerada la de mayor estabilidad <sup>[57]</sup>) controlando su calidad por medio de técnicas estándares de caracterización estructural y micro-estructural. Luego, la nano-estructuración del

CC se puede realizar empleando la técnica de molienda mecánica, la cual ha recibido atención especial desde sus primeros usos [71,72] como uno de los métodos más potentes para procesar materiales y especialmente para reducir el tamaño de grano (a escalas nanométricas) de la muestra bajo estudio [72-75].

La Fig. 5 muestra el patrón de difracción de rayos X (DRX) del cuasicristal icosaédrico  $\text{Al}_{64}\text{Cu}_{23}\text{Fe}_{13}$  (a) luego de ser preparada por el método de descarga voltaica (horno de arco), (b) después de que la muestra es tratada térmicamente y (c) luego de cinco horas de molido. Como se puede ver en la Fig. 5(a,b) la muestra cuasicristalina necesita ser tratada térmicamente para que así se pueda remover otras fases meta-estables (indicadas por flechas en la Fig. 5a). Estas fases meta-estables generalmente son asociadas a las fases  $\text{Al}_{13}\text{Fe}_4$  y  $\varepsilon\text{-Al}_2\text{Cu}_3$ . Como se indica en la Ref. [76], un estudio detallado permite confirmar la presencia de la fase  $\varepsilon\text{-Al}_2\text{Cu}_3$ , lo cual no es posible de asegurar para la fase  $\varepsilon\text{-Al}_2\text{Cu}_3$ .

La presencia de la fase cuasicristalina se evidencia del patrón de DRX mostrado en la Fig. 1b donde todos los picos de difracción pueden ser indexados de acuerdo al esquema icosaedral propuesto por Cahn y colaboradores [77], en buen acuerdo con reportes previos [27,78]. De acuerdo a Weisbecker y colaboradores [79] se puede determinar la constante de red seis-dimensional (asociada al cuasicristal) donde un valor de  $a_{6D} = 6,309 \text{ \AA}$  [76] también en buen acuerdo con otros reportes [27,81]. N-CCs se forman luego de realizar la molienda mecánica, lo cual se evidencia en la reducción y ensanchamiento del pico de intensidad. Para determinar el tamaño promedio de grano a partir del pico de intensidad del patrón se emplea generalmente la ecuación de Scherrer. Para las muestras de la Fig. 5 se obtiene un tamaño de grano promedio del orden de  $\sim 10 \text{ nm}$  luego de cinco horas de molienda mecánica de alta energía (razón de carga de 7:1). También es importante mencionar que no se evidenció la formación de otras fases durante el proceso de molienda [76], mire Fig. 5c. El estudio del orden local, alrededor de los átomos de Fe puede realizarse con medidas de espectroscopia Mössbauer de transmisión (EMT).

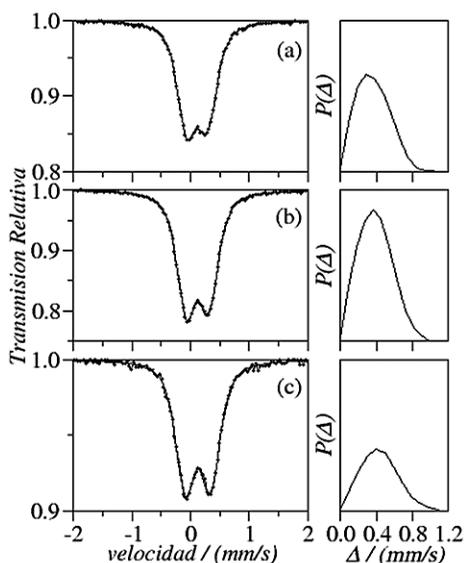


Fig. 6. Espectro Mössbauer de la muestra  $i\text{-Al}_{64}\text{Cu}_{23}\text{Fe}_{13}$  (a) luego de ser preparada por la técnica de horno de arco, (b) después de ser tratada térmicamente y (c) luego de ser sometida a cinco horas de molienda mecánica. Los espectros fueron ajustados (líneas sólidas) a una distribución de sitios de Fe. Los paneles a la derecha corresponden a las distribuciones  $P(D)$  para cada caso del lado izquierdo (para detalles mire Ref. [76]).

La Fig. 6 muestra el EMT de la muestra  $\text{Al}_{64}\text{Cu}_{23}\text{Fe}_{13}$  tanto antes como después del tratamiento térmico de la muestra sólida y para su correspondiente fase nano-estructurada (para cinco horas de molienda).

De las medidas de DRX y EMT se puede concluir lo siguiente: (i) para la muestra inicial (antes del tratamiento térmico) hay una distribución extendida de sitios de Fe no-equivalentes. (ii) La homogeneidad de la muestra se consigue luego de tratarla térmicamente (mire Fig. 5b), sin embargo, EMT indica la presencia de desorden intrínseco (una distribución de sitios de Fe es necesaria para obtener un ajuste adecuado a los resultados experimentales), como también ha sido en trabajos previos [81-84]. (iii) La muestra nano-estructurada (por cinco horas) no presenta cambios remarcables en la distribución de sitios de Fe. Se observa sólo

una reducción de la transmisión relativa del espectro Mössbauer lo cual es esperado en materiales nano-estructurados donde sólo el orden de largo-alcance del sólido debería ser afectado (preservando el orden local) durante el proceso de molienda. En resumen, recientes trabajos experimentales [85] en la misma dirección han mostrado que es posible obtener cuasicristales nano-estructurados con un tamaño de grano promedio que puede ser controlado a través del tiempo de molienda en un equipo de molienda mecánica. Además, las propiedades electrónicas y magnéticas dependen del tamaño de grano promedio de los n-CCs [85].

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo se ha hecho una descripción de lo que son los cuasicristales y de su importancia desde el punto de vista fundamental así como aplicativo. Fundamental, porque su descubrimiento ha abierto toda un área de investigación de perfil transversal como es la aperiodicidad: no sólo en botánica, genética, arte, matemática sino también en ciencia de materiales, proponiéndonos la existencia de una nueva fase de la materia donde los átomos se ordenan siguiendo peculiares reglas de formación.

Desde el punto de vista aplicativo, los cuasicristales presentan propiedades físicas que los presentan como ideales para potenciales aplicaciones tecnológicas. Por ejemplo, una posible aplicación es la de darle un valor agregado a un material de probada aplicación industrial, como el aluminio, por medio del uso de tecnologías que permitan incorporar las propiedades de estos nuevos materiales. Ello proporcionaría no sólo un beneficio económico (mayor calidad a menos costos) sino también un aumento en la calidad de vida ya que los materiales a utilizarse serían de una calidad superior (por ejemplo: mayor dureza pero mucho más livianos). Al reducir el tamaño de grano promedio de los cristalitos aperiódicos entramos al mundo de la nano-ciencia lo cual abre mucho

más las potenciales aplicaciones de estos materiales.

Finalmente, vale la pena mencionar que desde el descubrimiento de los cuasicristales en 1982 se llevan recorridos 30 años de investigaciones muy diversas tanto de matemáticos, físicos, químicos, especialistas en ciencia de materiales y cristalografía. Estas investigaciones, reflejadas en más de 10000 publicaciones [6], nos han permitido entender mejor estos sistemas y proponer aplicaciones tecnológicas específicas. Sin embargo, el entendimiento completo de estos sistemas y sus aplicaciones tecnológicas está todavía lejos de ser cerrado. Más aún, la exploración del concepto de aperiodicidad a diversos campos como la optoelectrónica (secuencia aperiódica de heteroestructuras fotónicas de dos tipos de constantes dieléctricas), espintrónica (puntos cuánticos aperiódicos, multicapas aperiódicas), electrónica molecular (nano-partículas metálicas con simetrías icosaédricas, cadenas aperiódicas de ADN), u otros campos sólo queda limitada por nuestra creatividad. Por lo tanto, nos queda estar atentos a las novedades que el mundo de la aperiodicidad nos irá brindando en los próximos años.

## 6. AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a los Editores de la Revista del Instituto de Investigación de la Facultad de Química e Ingeniería Química, de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos por brindarme la oportunidad de realizar este trabajo de revisión sobre los cuasicristales en homenaje a su descubridor, Dan Shechtman, Premio Nobel en Química 2011.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] M. Livio, *The Golden Ratio* (Broadway Books, New York, (2002).
- [2] E. Maciá, *Rev. Unión Iberam. Soc. Física* 2, 7 (2006).

- [3] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, and J. W. Cahn, *Phys. Rev. Lett.* 53, 1951 (1984).
- [4] N. Ashcroft and N. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders College Publishing, Orlando, 1976).
- [5] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* (John Wiley & Sons Inc., New York, 1996).
- [6] W. Steuer, S. Deloudi, *Crystallography of Quasicrystals: concepts, methods and structures* (Springer Verlag, Heidelberg, 2009).
- [7] C. Janot, *Quasicrystals: A Primer* (Clarendon Press, Oxford, 1994).
- [8] T. Janssen, G. Chapuis, and M. de Boissieu, *Aperiodic Crystals: From Modulated Phases to Quasicrystals* (Oxford University Press, Oxford, 2007).
- [9] I. U. of Crystallography, *Acta Cryst.* A 48, 922 (1992).
- [10] C. V. Landauero, Ph.D. thesis, Technische Universität Chemnitz (2002).
- [11] H. Solbrig, C. V. Landauero, and A. Löser, *Mater. Sci. Eng. A* 294-296, 596 (2000).
- [12] W. Hume-Rothery, *J. Inst. Met.* 35, 295 (1926).
- [13] U. Mizutani, *Introduction to the Electron Theory of Metals* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001).
- [14] E. Belin, Z. Dankhazi, A. Sadoc, Y. Calvayrac, T. Klein, and J. M. Dubois, *J. Phys.: Cond. Matter* 4, 4459 (1992).
- [15] T. Klein, O. G. Symko, D. N. Davydov, and A. G. M. Jansen, *Phys. Rev. Lett.* 74, 3656 (1995).
- [16] D. N. Davydov, D. Mayou, C. Berger, C. Gignoux, A. Neumann, A. G. M. Jansen, and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* 77, 3173 (1996).
- [17] U. Mizutani, Y. Yamada, T. Takeuchi, K. Hashimoto, E. Belin, A. Sadoc, T. Yamauchi, and T. Matsuda, *J. Phys.: Cond. Matter* 6, 7335 (1994).
- [18] Z. M. Stadnik, G. W. Zhang, A. P. Tsai, and A. Inoue, *Phys. Rev. B* 51, 4023 (1995).
- [19] F. S. Pierce, P. A. Bancel, B. D. Biggs, Q. Guo, and S. J. Poon, *Phys. Rev. B* 47, 5670 (1993).
- [20] F. S. Pierce, S. J. Poon, and B. D. Biggs, *Phys. Rev. Lett.* 70, 3919 (1993).
- [21] C. Madel, Ph.D. thesis, Technische Universität Chemnitz (2000).
- [22] R. Escudero, J. C. Lasjaunias, Y. Calvayrac, and M. Boudard, *J. Phys.: Cond. Matter* 11, 383 (1999).
- [23] X.-P. Tang, E. A. Hill, S. K. Wonnell, S. J. Poon, and Y. Wu, *Phys. Rev. Lett.* 79, 1070 (1997).
- [24] P. Häussler, R. Haberkern, C. Madel, J. Barzola-Quiquia, and M. Lang, *J. Alloys Compd.* 342, 228 (2002).
- [25] T. Klein, C. Berger, A. Gozlan, F. Cyrot-Lackmann, Y. Calvayrac, and A. Quivy, *Europhys. Lett.* 13, 129 (1990).
- [26] B. D. Biggs, S. J. Poon, and N. Munirathnam, *Phys. Rev. Lett.* 65, 2700 (1990).
- [27] B. D. Biggs, Y. Li, and S. J. Poon, *Phys. Rev. B* 43, 8747 (1991).
- [28] R. Haberkern, G. Fritsch, and M. Härtling, *Appl. Phys. A* 57, 431 (1993).
- [29] R. Haberkern, P. Lindqvist, and G. Fritsch, *J. Non-Cryst. Solids* 153-154, 303 (1993).
- [30] P. Lindqvist, C. Berger, T. Klein, P. Lanco, and F. Cyrot-Lackmann, *Phys. Rev. B* 48, 630 (1993).
- [31] R. Tamura, A. Waseda, K. Kimura, and H. Ino, *Phys. Rev. B* 50, 9640 (1994).
- [32] F. S. Pierce, Q. Guo, and S. J. Poon, *Phys. Rev. Lett.* 73, 2220 (1994).
- [33] F. Giraud, T. Grenet, C. Berger, P. Lindqvist, C. Gignoux, and G. Fourcaudot, *Czech. J. Phys.* 46, 2709 (1996).
- [34] A. Bilusic, I. Beslic, J. Ivkov, J. C. Lasjaunias, and A. Smontara, *Fizika A.* 8, 183 (1999).

- [35] A. Bilusic, A. Smontara, J. C. Lasjaunias, J. Ivkov, and Y. Calvayrac, *Mater. Sci. Eng. A* 294-296, 711 (2000).
- [36] C. Lin, S. Lin, S. Chou, H. Horng, J. Cheng, Y. Yao, and S. Lai, *J. Phys.: Cond. Matter* 9, 1509 (1997).
- [37] M.A. Chernikov, S. Paschen, E. Felder, P. Vorburger, B. Ruzicka, L. Degiorgi, H. R. Ott, I. R. Ficher, and P. C. Can\_eld, *Phys. Rev. B* 62, 262 (2000).
- [38] R. Haberkern, K. Khedhri, C. Madel, and P. Häussler, *Mater. Sci. Eng. A* 294-296, 475 (2000).
- [39] S. Poon, *Advances in Physics* 41, 303 (1992).
- [40] Z. M. Stadnik, *Physical Properties of Quasicrystals* (Springer-Verlag, Berlin, 1999), p. 257.
- [41] O. Rapp, *Physical Properties of Quasicrystals* (Springer-Verlag, Berlin, 1999), p. 127.
- [42] C. Berger, in *Lectures on quasicrystals*, edited by F. Hippert and D. Gratias (Editions de Physique, Les Ulis-France, 1994), p. 463.
- [43] S. Roche, G. Trambly de Laissardiere, and D. Mayou, *J. Math. Phys.* 38, 1794 (1997).
- [44] C. Janot, *J. Phys.: Cond. Matter* 9, 1493 (1997).
- [45] S. E. Burkov, A. A. Varlamov, and D. V. Livanov, *Phys. Rev. B* 53, 11504 (1996).
- [46] T. Klein, H. Rakoto, C. Berger, G. Fourcaudot, and F. Cyrot-Lackmann, *Phys. Rev. B* 45, 2046 (1992).
- [47] A. Sahnoune, J. O. Ström-Olsen, and A. Zaluska, *Phys. Rev. B* 46, 10629 (1992).
- [48] T. Grenet and F. Giroud, *Eur. Phys. J. B.* 23, 165 (2001).
- [49] R. Haberkern and G. Fritsch, in *Proceedings of the 5th International Conference on Quasicrystals*, edited by C. Janot and R. Mosseri (Avignon, 1995), World Scientific, Singapore, 1995, p. 460.
- [50] C. V. Landauro and H. Solbrig, *Mater. Sci. Eng. A* 294-296, 600 (2000).
- [51] C. V. Landauro and H. Solbrig, *Physica B* 301, 267 (2001).
- [52] H. Solbrig and C. V. Landauro, *Advances in Solid State Physics* 42, 151 (2002).
- [53] E. Maciá, *Appl. Phys. Lett.* 81, 88 (2002).
- [54] E. Maciá, *Phys. Rev. B* 66, 174203 (2002).
- [55] E. Maciá, *J. Appl. Phys.* 93, 1014 (2003).
- [56] C. V. Landauro, E. Maciá, and H. Solbrig, *Phys. Rev. B* 67, 184206 (2003).
- [57] J. Dolinsek, S. Vrtnik, M. Klanjek, Z. Jaglicic, A. Smontara, I. Smiljanic, A. Bilusic, Y. Yokoyama, A. Inoue, and C. V. Landauro, *Phys. Rev. B* 76, 054201 (2007).
- [58] C. V. Landauro and T. Janssen, *Physica B* 348, 459 (2004).
- [59] J. M. Dubois, *Mater. Sci. Eng. A* 294-296, 4 (2000).
- [60] P. Brunet, L.-M. Zhang, D. J. Sordet, M. Besser, and J.-M. Dubois, *Mater. Sci. Eng. A* 294-296, 74 (2000).
- [61] B. Wolf, K. O. Bambauer, and P. Paufer, *Mater. Sci. Eng. A* 298, 284 (2001).
- [62] E. Belin-Ferré, J. M. Dubois, V. Fournée, P. Brunet, D. J. Sordet, and L. M. Zhang, *Mater. Sci. Eng. A* 294-296, 818 (2000).
- [63] D. J. Sordet, M. F. Besser, and J. L. Logsdon, *Mater. Sci. Eng. A* 255, 54 (1998).
- [64] A. L. Pope, T. M. Tritt, M. A. Chernikov, and M. Feuerbacher, *Appl. Phys. Lett.* 75, 1854 (1999).
- [65] A. Bilusic, D. Pavuna, and A. Smontara, *Vacuum* 61, 345 (2001).

- [66] E. Maciá, *Appl. Phys. Lett.* 77, 3045 (2000).
- [66] E. Maciá, *Phys. Rev. B* 64, 94206 (2001).
- [67] M. Yoshimura and A. P. Tsai, *J. Alloys Compd.* S42, 451 (2002).
- [68] E. L. Wolf, *Nanophysics and Nanotechnology* (Wiley-Vch Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2006).
- [69] J. Tutor-Sánchez, V. Velasco-Rodríguez, and J. M. Martínez-Duart, *Rev. Unión Iberam. Soc. Física* 1, 19 (2005).
- [70] J. S. Benjamin, *Metall. Trans.* 1, 2943 (1970).
- [71] C. C. Koch, *Ann. Rev. Mater. Sci.* 19, 121 (1989).
- [72] H. Zoz, *Mater. Sci. Forum* 179-181, 419 (1995).
- [73] D. Basset, P. Matteazzi, and F. Mani, *Mater. Sci. Eng. A* 168, 149 (1993).
- [74] P. Barua, S. Murty, B. K. Mathur, and V. Srinivas, *J. Appl. Phys.* 91, 5353 (2002).
- [75] J. Quispe-Marcatoma, C. V. Landauro, M. Taquire, C. Rojas Ayala, V. A. Peña Rodríguez, *Hip. Int.* 195, 105 (2010).
- [76] J. W. Cahn, D. Shechtman, and D. Gratias, *Journ. Mat. Res.* 1, 13 (1986).
- [77] C. L. Chien and M. Lu, *Phys. Rev. B* 45, 12793 (1992).
- [78] P. Weisbecker, G. Bonhomme, G. Bott, and J. M. Dubois, *J. Non-Cryst. Solids* 351, 1630 (2005).
- [79] M. Cornier-Quiquandon, A. Quivy, S. Lefebvre, E. Elkaim, G. Heger, A. Katz, and D. Gratias, *Phys. Rev. B* 44, 2071 (1991).
- [80] Z. M. Stadnik, G. Stroink, H. Ma, and G. Williams, *Phys. Rev. B* 39, 9797 (1989).
- [81] Z. M. Stadnik, T. Takeuchi, N. Tanaka, and U. Mizutani, *J. Phys.: Cond. Matter* 15, 6365 (2003).
- [82] R. A. Brand, J. Pelloth, F. Hippert, and Y. Calvayrac, *J. Phys.: Cond. Matter* 11, 7523 (1999).
- [83] F. Hippert, R. A. Brand, J. Pelloth, and Y. Calvayrac, *J. Phys.: Cond. Matter* 6, 11189 (1994).
- [84] M. Pillaca, Tesis de Maestría, Universidad San Marcos, en redacción (2012).