Rev. Per. Quím. Ing. Quím. Vol. 8 N.º 1, 2005

FLUJO DE FLUIDOS COMPRESIBLES A TRAVÉS DE TUBOS DE SECCIÓN TRANSVERSAL CONSTANTE: ALGORITMOS DE CÁLCULO PARA GASES IDEALES

Javier Armijo C.

Facultad de Química e Ingeniería Química, Universidad Nacional Mayor de San Marcos

RESUMEN

Se presentan algoritmos para resolver los problemas de flujo de fluidos de gases ideales a través de tubos de sección transversal constante. Con las ecuaciones de flujo compresible se determinan los perfiles de presión y velocidad, en flujo isotérmico y adiabático para aire y metano.

Palabras claves: Algoritmos, flujo, fluido, gas, ideal, tubos.

ABSTRACT

We are proposing algoritms to solve problems of flow of an ideal gas in a pipe of constant section. With the compressible flow equations we have determined the pressure and velocity profile for both isothermal and adiabatic flow of air and methane.

Keywords: Algoritms, flow, fluids, gas, ideal, pipes.

INTRODUCCIÓN

El flujo en el cual las variaciones en la densidad no es despreciable se denomina compresible; cuando las variaciones en la densidad son despreciables, el flujo es llamado incompresible. El flujo de líquidos se considera normalmente incompresible. El flujo de gases se considera incompresible si el número de Mach es menor a 0.3 ó si el cambio de densidad es menor al 5 por ciento de la densidad inicial.

El flujo compresible ocurre en los sistemas de aire comprimido, líneas de transporte de gases y sistemas de control neumático.

Los problemas de flujo compresible a través de conductos de sección variable o constante son más complicados de tratar y requieren de procedimientos de cálculo claramente estructurados para una solución correcta. Muchos textos tratan los problemas de flujo compresible y presentan las ecuaciones con algunos ejemplos de cálculo limitados a casos particulares. C. E. Lapple[1] y M. B. Powley[2] han derivado y resuelto las ecuaciones de flujo compresible para gases ideales y proponen métodos gráficos para la solución de los problemas.

El objetivo del presente trabajo es diseñar algoritmos de cálculo para resolver los problemas de flujo de fluidos compresibles, en esta primera parte, de gases ideales. Estos algoritmos pueden implementarse fácilmente en hojas de cálculo como la de Microsoft Excel.

ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA EL FLUJO DE FLUIDOS COMPRESIBLES

Para el estudio del flujo de fluidos requerimos de la ecuación de continuidad, la ecuación de la energía mecánica y la primera ley de la termodinámica; además de las relaciones termodinámicas para establecer la densidad, la entalpía y la entropía como funciones de la presión y la temperatura.

Escribiremos la ecuaciones para el flujo compresible en estado estacionario y turbulento a través de conductos circulares y horizontales como se muestra en la figura N.° 1. En general, la sección transversal del conducto se considera variable y de forma circular.

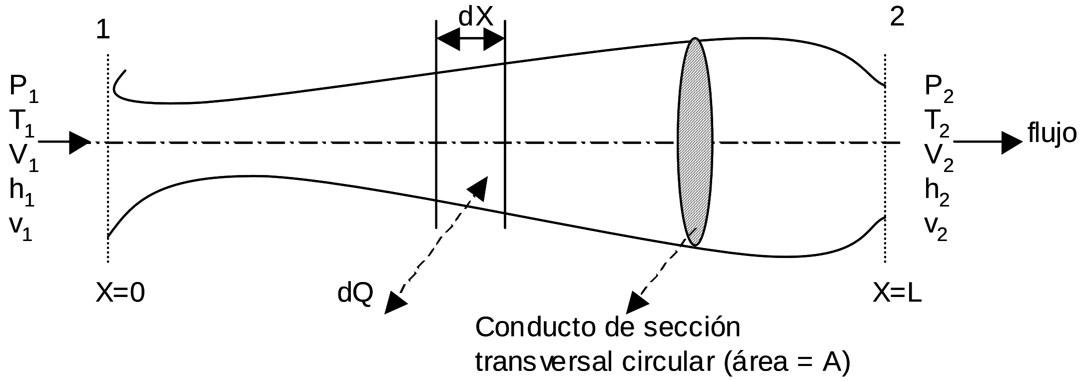

Fig. N.° 1. Diagrama que muestra un conducto horizontal de sección variable a través del cual circula un gas. Las variables de proceso se establecen a la entrada (1) y a la salida (2).

Ecuación de continuidad

$$\frac{v_1 A_1}{V_1} = \frac{v_2 A_2}{V_2} = \frac{vA}{V} = Constante \quad (1)$$

En general:

$$m = \frac{vA}{V} = GA \quad (2)$$

Diferenciando esta última ecuación:

$$\frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} - \frac{dV}{V} = 0 \quad (3)$$

Ecuación de balance de energía

En forma diferencial:

$$dQ = dh + \frac{vdv}{g_c} \quad (4)$$

Ecuación de la energía mecánica

En forma diferencial:

$$VdP + \frac{vdv}{g_c} + \frac{v^2}{2g_c}\frac{f_D}{D}dX = 0 \quad (5)$$

Relaciones termodinámicas

Ecuación de estado: P = P (V,T)

Ecuación para la entalpía (h):

$$dh = c_p dT + \left[V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right] dP \quad (6)$$

Ecuación para la entropía (s):

$$dS = c_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP \quad (7)$$

Velocidad del sonido (C): se define como la velocidad a la cual se propaga una perturbación infinitesimal de presión a través de un medio inmóvil, está dado por:

$$C^2 = - g_c V^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s \quad (8)$$

Introduciendo la relación de calores específicos definida como:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad (9)$$

Obtenemos:

$$C^2 = -g_c k V^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s \quad (10)$$

Pérdida irreversible de energía debido a la fricción

La fricción interna del fluido en movimiento y del fluido con la pared del tubo se traduce en una pérdida irreversible de energía, dicha energía se convierte en energía interna o es disipada hacia el exterior. Las pérdidas por fricción (e_v) se calculan de la siguiente ecuación:

$$e_v = \frac{v^2}{2g_c}\left[\int_0^L f_D \frac{dX}{D} + \sum K_i\right] \quad (11)$$

Donde la sumatoria permite incluir las pérdidas en accesorios con los coeficientes empíricos Ki para cada accesorio. Si no hay accesorios en la línea la sumatoria se hace cero.

El factor de fricción depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa del material del conducto:

$$f_D = f_D(\mathrm{Re}, e/D)$$
$$\mathrm{Re} = \frac{vD}{V\mu} \quad (12)$$
$$V = V(P,T) \quad \mu = \mu(P,T)$$

El número de Reynolds depende de la presión y de la temperatura. La ecuación de Chen es apropiada para calcular el factor de fricción porque no requiere de métodos iterativos:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2Log\left[\frac{e/D}{3.7065} - \frac{5.0452}{\mathrm{Re}}\log\left(\frac{(e/D)^{1.1098}}{2.8257} + \frac{5.8506}{\mathrm{Re}^{0.8981}}\right)\right] \quad (13)$$

FLUJO DE GASES IDEALES A TRAVÉS DE TUBOS DE SECCIÓN CONSTANTE

Los gases ideales obedecen a la ecuación de estado:

$$PV = \frac{RT}{M} \quad (14)$$

La entalpía es independiente de la presión:

La entropía está dada por:

La relación de calores específicos es:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \qquad c_p - c_v = \frac{R}{M} \quad (17)$$

La velocidad del sonido está dado por:

$$C^2 = g_c k \frac{R}{M} T \quad (18)$$

Para integrar las ecuaciones diferenciales suponemos que la relación k es independiente de la presión y la temperatura. El flujo másico superficial (G) es constante si el área del tubo es constante.

Flujo isotérmico: $T_1 = T_2$ = constante = T

De la integración de las ecuaciones diferenciales combinadas con las relaciones termodinámicas obtenemos:

La entalpía es constante: $h_2 = h_1$ (19)

Cambio de entropía:

$$s_2 - s_1 = \frac{R}{M} Ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad (20)$$

Flujo de calor:

Relación de presión y velocidad:

$$v_1 P_1 = v_2 P_2 \quad (22)$$

Ecuación del flujo másico superficial:

$$r = \frac{P_2}{P_1}$$

El factor de fricción se considera constante por cuanto la viscosidad de gases ideales sólo depende de la temperatura.

Máximo flujo que puede circular por la tubería:

$$G_{max} = \sqrt{\frac{M}{RT} g_c P_{2c}} \qquad (26)$$

Donde P_{2c} se calcula de:

$$\left(\frac{P_1}{P_{2c}}\right)^2 + Ln\left(\frac{P_{2c}}{P_1}\right)^2 - e_v - 1 = 0 \qquad (27)$$

La ecuación 23 se puede expresar en términos del número de Mach:

$$\frac{1}{kMa_1^2} + Ln\left(Ma_1^2\right) = \frac{1}{kMa_2^2} + Ln\left(Ma_2^2\right) + e_v \qquad (23a)$$

El máximo número de Mach (Ma) que se alcanza en la tubería es:

$$Ma_{max} = \sqrt{\frac{1}{k}} \qquad (28)$$

Flujo adiabático: Q = 0

Cambio de entalpía:

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) \qquad (29)$$

Cambio de entropía:

$$s_2 - s_1 = c_p Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{M} Ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \qquad (30)$$

Las ecuaciones de balance de materia y de energía se integran fácilmente si éstas se expresan en términos del número de Mach (Ma). Obtenemos las relaciones de temperaturas, presiones, volúmenes específicos y velocidades:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} Ma_2^2} \qquad (31)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \qquad (32)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Ma_2}{Ma_1}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \qquad (33)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{Ma_2}{Ma_1}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \qquad (34)$$

En términos del número de Mach, la ecuación de la energía mecánica se integra y obtenemos:

$$\frac{1}{kMa_1^2} + \frac{k+1}{2k} Ln\left(\frac{Ma_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2}\right) = \frac{1}{kMa_2^2} + \frac{k+1}{2k} Ln\left(\frac{Ma_2^2}{1 + \frac{k-1}{2} Ma_2^2}\right) + e_v \qquad (35)$$

$$e_v = \frac{L}{D} f_{Dpromedio} + \sum K_i \qquad (36)$$

Donde el factor de fricción es promediado entre las secciones de entrada (1) y salida (2).

El máximo número de Mach que se alcanza en la tubería es:

$$Ma_{max} = 1 \qquad (37)$$

y

$$G^2_{max} = kg_c \frac{MP^2_{2c}}{RT_{2c}} \qquad (38)$$

ALGORITMOS DE CÁLCULO PARA EL FLUJO DE GASES IDEALES A TRAVÉS DE TUBOS DE SECCIÓN TRANSVERSAL CONSTANTE

En las figuras N.[os] 2, 3, 4, 5, 6 se muestra paso a paso el procedimiento a seguir para resolver los problemas de flujo compresible a través de tubos de sección transversal constante para el caso de flujo isotérmico.

Los problemas de flujo de fluidos isotérmicos se clasifican en cuatro tipos:

a. Cálculo del flujo másico superficial (G) máximo y de la presión correspondiente.
b. Cálculo del flujo másico superficial (G).
c. Cálculo de la presión en la sección de salida (2).
d. Cálculo de la presión en la sección de entrada (1).
e. Cálculo de la longitud de tubería.

En la figura N.° 7 se presenta el algoritmo para flujo adiabático. En este caso es preferible calcular el perfil de presión, temperatura y velocidad como funciones de la longitud de la tubería partiendo de un número de Mach conocido en la sección de entrada (1) y variando el número de Mach en la sección de salida (2).

Todos los algoritmos presentados son fáciles de implementar en hoja de cálculo como Microsoft Excel o pueden incorporarse como subrutinas de trabajo de programas de cálculo por computadora en cualquier lenguaje.

Fig. N.° 2. Cálculo del flujo máximo.

FLUJO ISOTÉRMICO: $T_1 = T_2$.

Se conoce P_1, T_1, L, D, la viscosidad del gas y la rugosidad relativa del material del tubo. Se desea calcular G_{max} y la presión P_{2c}.

1) Suponer $r_c = P_{2c}/P_1$

2) Calcula $P_{2c} = r_c\,(P_1)$

3) Calcula G_{max}, Reynolds, el factor de fricción y e_v:

$$G_{max} = 1096.692\sqrt{\frac{M}{T_1}}P_{2c}$$

$$Re = G_{max}\,D/\mu \qquad e_v = f_D(L/D)$$

4) Estimar nuevo r_c

$$r_c = \frac{1}{\sqrt{1 + e_v}}$$

5) Calcula $P_{2c} = r_c\,(P_1)$

6) Calcula G_{max}

$$G_{max} = 1096.692\sqrt{\frac{M}{T_1}}P_{2c}$$

7) Calcula el Reynolds = $G_{max}\,D/\mu$

8) Con la rugosidad relativa y el Reynolds determina el factor de fricción.

9) Calcula $e_v = f_D(L/D)$

10) Calcula la función $F(r_c)$:

$$F(r_c) = \frac{1}{r_c^2} + Ln(r_c^2) - e_v - 1$$

11) Si la función F(rc) = 0 continúa al paso 12. En caso contrario calcula:

$$F'(r) = \frac{2}{r_c}\left(1 - \frac{1}{r_c^2}\right)$$

$$r_c = r_{c\,antiguo} - \frac{F(r_c)}{F'(r_c)}$$

Y repite el proceso desde el paso 5.

12) Calcula : $P_{2c} = r_c(P_1)$

13) Calcula: $G_{max} = 1096.692\sqrt{\frac{M}{T_1}}P_{2c}$

Para complementar el estudio del flujo de fluidos compresibles se determina la presión, temperatura y velocidad como funciones de la longitud de tubería para condiciones estacionarias manteniendo constante el flujo másico.

Fig. N.° 3. Cálculo del flujo másico(G).

FLUJO ISOTÉRMICO: $T_1 = T_2$.

Se conoce P_1, T_1, L, D, P_2, T_2, la viscosidad del gas y la rugosidad relativa del material del tubo. Se desea calcular G, v_1, v_2, V_1, V_2, Q' .

1) Calcula el flujo máximo G_{max} y la presión P_{2c}. Esta presión es el menor valor que puede existir en la tubería. Véase la figura N.° 2.

2) Si $P_2 < P_{2c}$ cambie la presión P_2 antes de continuar.

3) Sólo si $P_2 > P_{2c}$. Calcula el volumen específico del gas:

$$V_1 = 0.083144\frac{T_1}{MP_1} \qquad V_2 = 0.083144\frac{T_1}{MP_2}$$

4) Calcula $r = P_2/P_1$

5) Para N° Re = 10^6 y con la rugosidad relativa(e/D) determina el factor de fricción(f_D) . Calcula:

$$e_v = \frac{f_D L}{D} \qquad G = 1096.692\sqrt{\frac{M}{T_1}\left[\frac{1-r^2}{e_v - Ln(r^2)}\right]}P_1$$

6) Suponer G o toma el valor calculado anteriormente.

7) Calcula Re = GD/μ .

8) Con la rugosidad relativa(e/D) y el Reynolds determina el factor de fricción(f_D).

9) Calcula

$$e_v = \frac{f_D L}{D}$$

10) Calcula

$$G = 1096.692\sqrt{\frac{M}{T_1}\left[\frac{1-r^2}{e_v - Ln(r^2)}\right]}P_1$$

11) Compara el G calculado en el paso 10 con el supuesto en el paso 6. Si ambos son iguales continúa al paso 12. En caso contrario repetir los pasos 6, 7, 8, 9 y 10.

12) Calcula las velocidades:

13) $v_1 = G\,V_1$ y $v_2 = G\,V_2$

14) Calcula el flujo másico m = $0.7854\,D^2\,G$

15) Calcula el flujo de calor $Q' = \frac{m}{2000}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$

16) Calcula el cambio de entropía

$$s_2 - s_1 = \frac{8.3144}{M}Ln\left(\frac{1}{r}\right)$$

Fig. N.° 4. Cálculo de la presión P_2.

FLUJO ISOTÉRMICO: $T_1 = T_2$.

Se conoce P_1, T_1, L, D, G, la viscosidad del gas y la rugosidad relativa del material del tubo. Se desea calcular P_2, v_1, v_2, V_1, V_2, Q' .

1) Calcula el flujo máximo G_{max} y la presión P_{2c}. Esta presión es el menor valor que puede existir en la tubería. Véase la Figura N° 2.

2) Calcula el volumen específico del gas:
$$V_1 = 0.083144 \frac{T_1}{MP_1}$$

3) Calcula la velocidad: $v_1 = G\ V_1$

4) Calcula: Re = GD/μ y con la rugosidad relativa (e/D) determina el factor de fricción (f_D).

5) Calcula: $e_v = f_D(L/D)$

6) Calcula:
$$a = 8.3144 \times 10^{-7} \frac{G^2 T_1}{P_1^2 M}$$

7) Supón: $P_2 > P_{2c}$ y calcula: $r = P_2/P_1$.

8) Calcula la función F(r):
$$F(r) = r^2 + a\left[e_v - 2Ln(r)\right] - 1$$

9) Si la función F(r) = 0 continúa al paso 9.

En caso contrario calcula:
$$F'(r) = 2r\left(1 - \frac{a}{r^2}\right)$$
y un nuevo valor de r:
$$r = r_{antiguo} - \frac{F(r)}{F'(r)}$$

Repite los cálculos desde el paso 8.

10) Calcula: $P_2 = r\ P_1$

11) Calcula el volumen específico:
$$V_2 = 0.083144 \frac{T_1}{MP_2}$$

12) Calcula la velocidad: $v_2 = G\ V_2$

13) Calcula el flujo másico: $m = 0.7854\ D^2\ G$

14) Calcula el flujo de calor:
$$Q' = \frac{m}{2000}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

15) Calcula el cambio de entropía:
$$s_2 - s_1 = \frac{8.3144}{M} Ln\left(\frac{1}{r}\right)$$

Fig. N.° 5. Cálculo de la presión P_1.

FLUJO ISOTÉRMICO: $T_1 = T_2$.

Se conoce T_1, L, D, G, P_2, la viscosidad del gas y la rugosidad relativa del material del tubo. Se desea calcular P_1, v_1, v_2, V_1, V_2, Q' .

1) Calcula el volumen específico del gas:
$$V_2 = 0.083144 \frac{T_1}{MP_2}$$

2) Calcula la velocidad: $v_2 = G\ V_2$

3) Calcula: Re = GD/μ y con la rugosidad relativa (e/D) determina el factor de fricción (f_D) del gráfico de Moody.

4) Calcula: $e_v = f_D(L/D)$

5) Calcula:
$$b = 8.3144 \times 10^{-7} \frac{G^2 T_1}{M}$$

6) Calcula: $d = P_2^2 - bLn(P_2^2) + be_v$

7) Supón un valor para P_1. Ten en cuenta que $P_1 > P_2$.

8) Calcula la función F(P_1):
$$F(P_1) = P_1^2 - bLn(P_1^2) - d$$

Si la función $F(P_1) = 0$ continúa al paso 9.

En caso contrario calcula:
$$F'(P_1) = 2P_1\left(1 - \frac{b}{P_1^2}\right)$$
y un nuevo valor de r:
$$P_{1\,nuevo} = P_{1\,antiguo} - \frac{F(P_1)}{F'(P_1)}$$

Repite los cálculos desde el paso 7.

9) Calcula el volumen específico:
$$V_1 = 0.083144 \frac{T_1}{MP_1}$$

10) Calcula la velocidad: $v_1 = G\ V_1$

11) Calcula el flujo másico: $m = 0.7854\ D^2\ G$

12) Calcula el flujo de calor:
$$Q' = \frac{m}{2000}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

13) Calcula el cambio de entropía:
$$s_2 - s_1 = \frac{8.3144}{M} Ln\left(\frac{1}{r}\right)$$

Fig. N.° 6. Cálculo de la longitud del tubo, L.

FLUJO ISOTÉRMICO: $T_1 = T_2$.

Se conoce P_1, T_1, D, G, P_2, la viscosidad del gas y la rugosidad relativa del material del tubo. Se desea calcular L, v_1, v_2, V_1, V_2, Q'.

1) Haga G_{max} = G y calcula la presión mínima P_{2c}:

$$P_{2c} = 9.118333\,10^{-4}\sqrt{\frac{T_1}{M}}\,G_{max}$$

2) Calcula el Reynolds = GD/μ y con la rugosidad relativa determina el factor de fricción f_D.

3) Calcula la máxima longitud de tubería:

$$L_{max} = \frac{D}{f_D}\left[\frac{P_1^2}{P_{2c}^2} + 2Ln\left(\frac{P_{2c}}{P_1}\right) - 1\right]$$

4) Calcula: $r = P_2/P_1$

5) Calcula: Re = GD/μ y con la rugosidad relativa (e/D) determina el factor de fricción (f_D).

6) Calcula:

$$e_v = 12.02733 \times 10^5 \frac{MP_1^2}{T_1G^2}\left(1 - r^2\right) + 2Ln(r)$$

7) Calcula: $L = (D/f_D)e_v$. Este valor es el correcto solo si $P_2 >= P_{2c}$.

8) Calcula los volúmenes específicos del gas:

$$V_1 = 0.083144\frac{T_1}{MP_1} \qquad V_2 = 0.083144\frac{T_1}{MP_2}$$

9) Calcula las velocidades:

$v_1 = G\,V_1$ $\qquad$ $v_2 = G\,V_2$

10) Calcula el flujo másico: $m = 0.7854\,D^2\,G$

11) Calcula el flujo de calor:

$$Q' = \frac{m}{2000}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

12) Calcula el cambio de entropía:

$$s_2 - s_1 = \frac{8.314}{M}Ln\left(\frac{1}{r}\right)$$

Fig. N.° 7. Flujo adiabático irreversible. Se calcula el perfil de velocidades, temperatura, presión en función de la longitud del tubo para cierto flujo m o G. Se conoce P_1, T_1 y D.

1) Calcula el volumen específico del gas a la entrada (1):

$$V_1 = 0.083144\frac{T_1}{MP_1}$$

2) Suponer el número de Mach a la entrada (1): Ma_1.

Si Ma_1 <1 el flujo es subsónico. Si Ma_1 >1 el flujo es supersónico.

3) Calcula la velocidad:

$$v_1 = 91.18333\sqrt{\frac{kT_1}{M}}\,Ma_1$$

3) Calcula: $G = v_1/V_1$

4) Calcula el flujo másico: $m = 0.7854\,D^2\,G$

6) Variar el número de Mach (Ma_2) a la salida (2) de la tubería en incrementos constantes hasta alcanzar el máximo valor Ma_{max} = 1.

7) Calcula la temperatura (T_2), la presión (P_2), la velocidad (v_2) y el volumen específico (V_2):

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{k-1}{2}Ma_1^2}{1 + \frac{k-1}{2}Ma_2^2} \qquad \frac{P_2}{P_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Ma_2}{Ma_1}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \qquad \frac{v_2}{v_1} = \frac{Ma_2}{Ma_1}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

8) Calcula e_v:

$$e_v = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{Ma_1^2} - \frac{1}{Ma_2^2}\right) + \frac{k+1}{2k}Ln\left(\frac{Ma_1^2}{Ma_2^2}\right) + \frac{k+1}{2k}Ln\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}Ma_2^2}{1+\frac{k-1}{2}Ma_1^2}\right)$$

9) Calcula la viscosidad a la temperatura promedio $(T_1 + T_2)/2$.

10) Calcula el número de Reynolds = GD/μ.

Con la rugosidad relativa (e/D) del material del tubo determina el factor de fricción del diagrama de Moody. Si el flujo es supersónico toma f_D como un medio del valor obtenido del diagrama de Moody.

11) Calcula la longitud de tubería: $L = (D/f_D)e_v$

12) Calcula el cambio de entropía:

$$s_2 - s_1 = c_p Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{M}Ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

13) Repite los cálculos desde el paso 7 para otro número de Mach.

COMPARACIÓN DE FLUJO ISOTÉRMICO Y ADIABÁTICO

Las figuras N.° 8 al 11 muestran los resultados de los cálculos realizados con las ecuaciones 23(a) y 35 para el flujo isotérmico y adiabático respectivamente. Para el ejemplo hemos seleccionado como gases al aire (peso molecular = 28.98, k = 1.3977) y al metano (peso molecular = 16.04, k = 1.3077).

Para ambos las condiciones iniciales en la sección (1) son: Mach = 0.27, P_1 = 11.36 bar, T_1 = 21.1 °C. El diámetro de la tubería = 0.0525 m (2 pulgadas), rugosidad relativa (acero comercial) = 9x10^{-4}. Para cualquiera de los flujos, isotérmico o adiabático, existe una longitud máxima (máximo número de Mach) de tubería de sección constante para el cual el flujo másico se mantiene estacionario y fijo.

El máximo número de Mach en el flujo isotérmico de aire es de 0.8458 y del metano es 0.8745; en el flujo adiabático el máximo número de Mach es 1 para ambos gases. En nuestro ejemplo, las máximas longitudes son:

	aire	metano
flujo isotérmico	17.82 m	19.50 m
flujo adiabático	19.10 m	20.57 m

Para una misma presión final (P_2) la longitud de tubería requerida es mayor para el flujo adiabático que para el flujo isotérmico. Para la misma longitud de tubería la velocidad del gas es mayor para el flujo isotérmico que para el flujo adiabático, excepto para la máxima longitud de tubería, y para ambos flujos, isotérmico y adiabático, no hay diferencia en la presión y velocidad del gas en los primeros tramos de tubería.

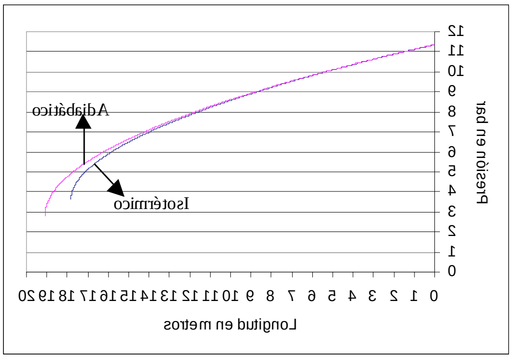

Fig. N.° 8. Caída de presión frente a la longitud del tubo: flujo de aire isotérmico y adiabático con k = 1.3977, Mach inicial = 0.27, temperatura inicial = 21.1 °C, flujo másico superficial = 1248 kg/m²s.

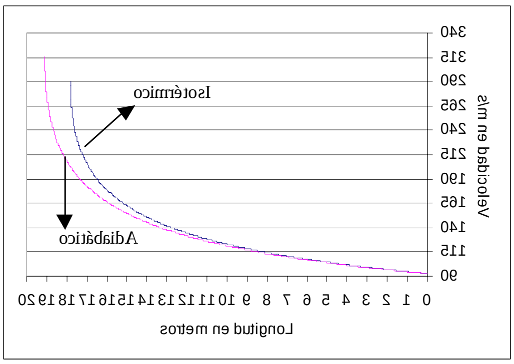

Fig. N.° 9. Velocidad lineal del gas en función de la longitud del tubo: flujo de aire isotérmico y adiabático con k = 1.3977, Mach inicial = 0.27, temperatura inicial = 21.1 °C, flujo másico superficial = 1248 kg/m²s.

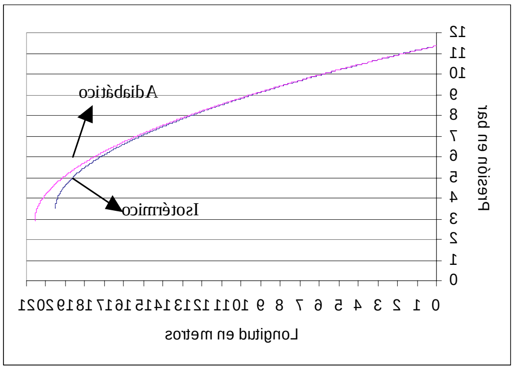

Fig. N.°10. Caída de presión frente a la longitud del tubo: flujo de metano isotérmico y adiabático con k = 1.3077, Mach inicial = 0.27, temperatura inicial = 21.1 °C, flujo másico superficial = 898 kg/m²s.

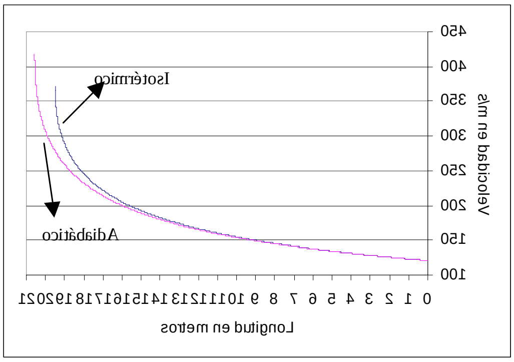

Fig. N.° 11. Velocidad lineal del gas en función de la longitud del tubo: flujo de metano isotérmico y adiabático con k = 1.3077, Mach inicial = 0.27, temperatura inicial = 21.1 °C, flujo másico superficial = 898 kg/m²s.

Las figuras N.^{os} 12 y 13 muestran la caída de presión como una fracción de la presión inicial frente al número de Mach. Para ambos gases se hace evidente la diferencia entre los flujos isotérmico y adiabático cuando el número de Mach es alrededor de 0.45.

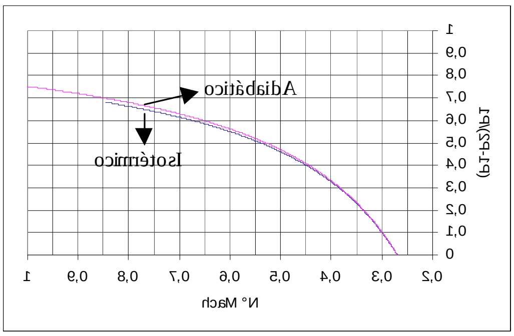

Fig. N.° 12. Caída de presión como una fracción de la presión inicial (P_1) en función del número de Mach. Flujo isotérmico y adiabático de aire con Mach inicial = 0.27 y temperatura inicial = 21.1 °C.

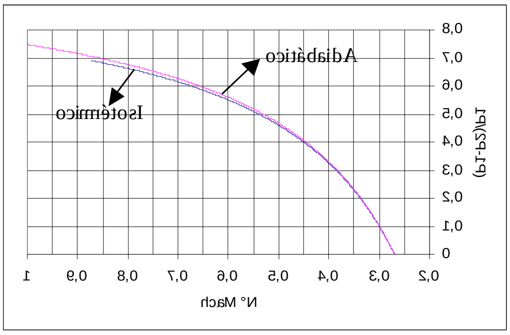

Fig. N.° 13. Caída de presión como una fracción de la presión inicial (P1) en función del número de Mach. Flujo isotérmico y adiabático de metano con Mach inicial = 0.27 y temperatura inicial = 21.1 °C.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Existe una máxima longitud de tubería de sección transversal constante, en ambos flujos isotérmico o adiabático, para el cual la velocidad másica superficial se mantiene estacionaria y constante.

En los primeros tramos de tubería o para caídas de presión menores al 40% de la presión inicial no hay diferencia sustancial entre los flujos, isotérmico y adiabático, para el aire y metano. Es de esperar que dicha proporción dependa de la relación de calores específicos (k).

Las ecuaciones que se han trabajado son aplicables a gases que siguen el comportamiento ideal, para otros gases, como el vapor de agua, es necesario desarrollar algoritmos que incluyan ecuaciones de estado P = P (V,T) mucho más complejas que la ley de los gases ideales.

NOMENCLATURA

c_p es el calor específico en kjoule/kg K.

D es el diámetro del tubo en m.

$e_v = f_D$ (L / D) sin dimensiones.

G es el flujo másico superficial en kg/ms^2.

h es la entalpía en kjoule/kg.

L es la longitud del tubo en m.

M es el peso molecular kg/kmol.

P es la presión en bar.

R = 0.083144 bar m^3/kmol K = 8.3144 kjoule/kmol K.

$r = P_2/P_1$ sin dimensiones.

s es la entropía kjoule/kg K.

T es la temperatura en kelvin.

Q' es el flujo de calor en kjoule/s.

v es la velocidad en m/s.

V es el volumen específico en m^3/kg.

m es la viscosidad en kg/m s.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Lapple, C. E. Trans. A. I. Ch. E. 39, 385, 1943.

[2] Powley, M. B. The Canadian J. of Chem. Eng. Dec., 241, 1958.

[3] Daugherty, R. y Joseph B., Franzini. Fluid Mechanics with Engineering Applications. McGraw-Hill Inc., 1977, p. 251.

[4] Fox, R. y McDonald, Alan. Introduction to Fluid Mechanics. John Wiley & Sons, 1973, p. 515.