

Uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótico en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas

Use of the GeoGebra software under the representation register semiotic approach when used with problem solving quadratic functions

PEDRO HUERTO HUANCA

pedrohuerto73@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-5795-7784>

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú

RESUMEN:

El presente estudio tuvo como objetivo central determinar si el uso del software matemático GeoGebra bajo el registro de representación semiótica en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas en estudiantes de 4to grado de educación secundaria del grupo experimental supera en medida significativa a la resolución de problemas por el método tradicional en estudiantes del grupo control de la Institución Educativa Fe y Alegría N° 32. El diseño de la investigación es cuasi experimental con pre y post test, el mismo que fue aplicado a dos grupos de estudio, uno experimental y otro grupo control con 30 estudiantes en cada grupo. Los resultados al usar el software GeoGebra bajo el registro de representación semiótico en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas determinan una diferencia de medias de 2,77 puntos en el test de salida del grupo experimental respecto al grupo control. Con respecto al análisis de las medias de los objetivos específicas 1, 2, 3 y 4 se establecen incrementos en 3,983; 2,29; 2,166 y 2,633 puntos respectivamente. Lo cual permite demostrar que el uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótica (RRS) mejora el nivel del aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas.

ABSTRACT:

The primary objective of this study proves that the use of the GeoGebra software under the representation register semiotic approach when used with problem solving quadratic functions with an experimental group of 4th grade students of secondary education significantly exceeds traditional problem solving methods compared to students of the control group called Fe y Alegria Educational Institution No. 32. The research design is quasi experimental with a pre and post-test. The same method was applied to one experimental group and one control group. Thirty students participated in each group. The results using the GeoGebra software under the representation register semiotic approach in learning problem solving on quadratic functions determines a measurable difference of 2.77 on the output test of the experimental group compared to the control group. With respect to the analysis of the measurement of the hypotheses specifically, 1,2, 3 and 4 establish increases with 3.983, 2.29, 2.166 and 2.633 points. This information proves that the use of the software GeoGebra and the register of semiotic representation (RSR) approach significantly improves the level of learning to problem solve quadratic functions.

PALABRAS CLAVE:

GeoGebra; Registro de Representación Semiótica; Función Cuadrática.

KEYWORDS:

GeoGebra; Registry of Semiotic Representation; Quadratic Functions.

Recibido: 12/12/2021 - Aceptado: 24/02/2022 - Publicado: 06/04/2022

I. Introducción

En las últimas décadas, antes de la crisis sanitaria en el mundo; los textos, fichas de trabajo, separatas y folletos eran los principales recursos que se empleaban para la enseñanza de las matemáticas; las clases de matemáticas en la mayoría de las Instituciones educativas públicas y privadas del nivel secundario se realizaban recorriendo a herramientas como: materiales impresos, uso de la pizarra, uso de regla, lápiz y papel.

Bajo estas premisas. los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales en competencias matemáticas de los estudiantes peruanos de la educación básica no han sido satisfactorios. Según la Unidad de Medición de Calidad del MINEDU (2020) los resultados en las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment) en el 2009 el 73,5%, en el 2012 el 74,6%, en el 2015 el 66,1% y el 2018 el 60,3% de los estudiantes peruanos de 15 años se ubicaron en el nivel 1 o debajo de este, de un total de 6 niveles, es decir, solo pueden realizar operaciones aritméticas básicas y responder preguntas que involucran contextos familiares donde toda la información relevante esté presente y las preguntas estén claramente definidas. Adicionalmente la Unidad de Medición de Calidad del MINEDU (2020) publicó resultados comparativos nacionales de las pruebas ECE (Evaluación Censal del Estudiante) indicando que el 2015 solo el 9,5%; en el 2016 el 11,5%, el 2018 el 14,1% y el 2019 el 17,7% los estudiantes de 2do de secundaria alcanzaron el nivel satisfactorio, es decir, este grupo de estudiantes lograron los aprendizajes esperados, lo que significa que el 90,5% en el 2015, el 88,5% en el 2016, el 85,9% en el 2018 y el 82,3% en el 2019 no han logrado desarrollar las competencias matemáticas requeridos para el grado correspondiente.

Por lo expuesto, la matemática como quehacer educativo, requiere un cambio sustancial en la metodología de enseñanza y aprendizaje. El desarrollo de la tecnología ha logrado introducir una nueva herramienta en la enseñanza de la matemática: la computadora. Pero como toda herramienta, la computadora por sí misma no proporciona solución a nuestros problemas, ni mucho menos en la resolución de problemas sobre funciones cuadráticas. No existe un efecto automático relacionado con el uso de la computadora. Por ejemplo: la provisión de proyector y parlantes, la presentación de un video, proyectar una presentación en PowerPoint, etc.; por ellas mismas, en las aulas no resolverá el problema de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Se requiere proponer una secuencia de actividades y estrategias didácticas para aprovechar las potencialidades de las herramientas tecnológicas.

II. Elementos teóricos considerados

Las investigaciones relacionadas con el uso de la tecnología como recurso didáctico en diferentes tópicos del currículo de la educación secundaria nos muestran la importancia de su aplicación. Justamente, GeoGebra es un software interactivo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática y puede representar un objeto matemático en forma dinámica. Por ello Ruiz (2012) realizó un estudio cuyo objetivo fue diseñar una investigación que permita estudiar si mejora las competencias geométricas con la utilización del GeoGebra respecto al uso del lápiz y papel; obteniendo resultados en el post test estadísticamente significativos del grupo experimental respecto al grupo de control. Las investigaciones realizadas por Maldonado (2013), Chumpitaz (2013), Jaco (2015), Del Río (2017) y Olano (2018) proponen introducir en las clases de matemática el uso del

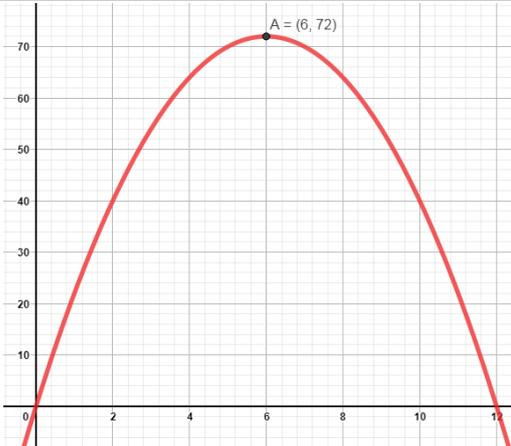
software GeoGebra como recurso didáctico, desarrollando secuencias de actividades y estrategias didácticas que facilitan el aprendizaje de diferentes objetos matemáticos en los estudiantes del nivel secundario y superior.

El presente estudio está basado en aspectos de la Teoría de Registro de Representación Semiótica propuestos por Duval (1999), quien define a un registro de representación semiótica como un sistema semiótico que tienen funciones cognitivas fundamentales para un funcionamiento cognitivo consciente. También el autor afirma que las representaciones semióticas son maneras de expresar en forma visible las producciones mentales del sujeto. Para Duval (2004) todo registro de representación semiótica debe cumplir tres actividades cognitivas: la formación de representaciones en un registro semiótico particular, el tratamiento cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro y la conversión cuando la transformación produce una representación en un registro distinto a de la representación inicial. Los registros de representación utilizados en esta investigación fueron: el registro de lenguaje natural, el registro tabular, el registro algebraico y el registro gráfico dinámico. Este último, según las investigaciones de Salazar y Almouloud (2015) el ambiente de representación dinámica GeoGebra 2D establece la formación, tratamiento y conversión de un registro gráfico dinámico de la parábola de manera diferente, ya que las funciones de arrastre y manipulación directa permite la construcción de relaciones entre tratamientos gráficos y aspectos discursivos de la representación gráfica de forma diferente a cuando se trabaja con lápiz y papel.

En la tabla 1 presentamos una de las actividades propuestos a los estudiantes para transitar por los diferentes registros de representación y el tratamiento realizado al registro de representación algebraica.

Tabla 1

Registros de representación semiótica de un problema sobre función cuadrática

| | |
|--|--|
| Registro de representación verbal | Se dispone de 24 metros de tela metálica, y se desea cercar un jardín rectangular empleando la tela metálica en tres de sus lados, aprovechando para el cuarto una larga pared de ladrillo. Si el lado perpendicular a la pared mide x , ¿qué dimensiones debe tener el jardín para cercar la mayor área posible y cuánto vale dicha área? |
| | $f(x) = x(24 - 2x)$ |
| | $f(x) = -2x^2 + 24x$ |
| Registro de representación algebraica | $f(x) = -2(x^2 + 12x)$ |
| | $f(x) = -2(x^2 + 12x + 36 - 36)$ |
| | $f(x) = -2(x + 6)^2 + 72$ |
| | Respuesta: Su área máxima es 72 m ² cuando el ancho del jardín mide 6 m. |
| Registro de representación gráfico dinámico en software GeoGebra |  |

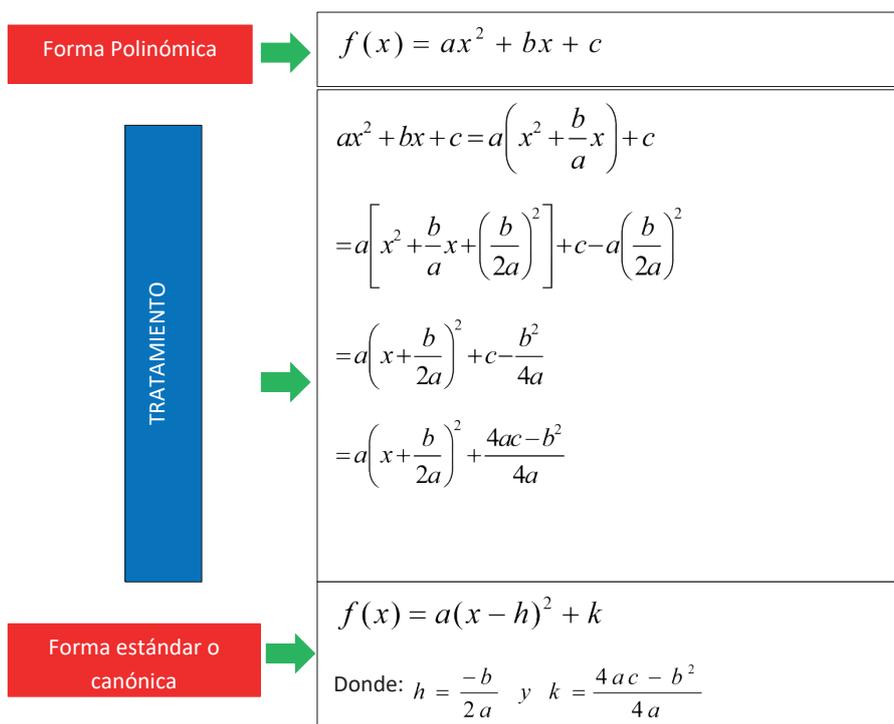
El concepto de función cuadrática es uno de los objetos matemáticos centrales en el Currículo Nacional (CN) de la Educación Secundaria del Perú, se estudia dentro de la competencia Regularidad, Equivalencia y Cambio en el ciclo VII (tercero y cuarto de secundaria) analizando sus representaciones gráficas, tabulares,

simbólicas y con lenguaje algebraico. Por otro lado, la función cuadrática facilita el tránsito en sus diferentes registros de representación (lengua natural, representación algebraica, representación tabular y representación gráfica). Tocto (2015) analizó cómo el tránsito de distintos Registros de Representación Semiótica favorece la comprensión de la noción de función cuadrática en estudiantes de quinto año de secundaria, concluyendo que la mayoría de los estudiantes lograron transitar los siguientes registros de representación semiótica: lenguaje natural, algebraico y gráfico.

La figura 1 muestra la representación algebraica de una función cuadrática en su forma polinómica, su tratamiento y su forma canónica.

Figura 1

Representación en su Forma Polinómica y Estándar de una Función Cuadrática.



Fuente: Propuesto por el investigador.

Dada la importancia de la resolución de problemas sobre funciones cuadráticas nuestro estudio tiene por objetivo determinar, comparar y explicar el nivel de aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas en ambos grupos, después de aplicar el software GeoGebra y el Registro de Representación Semiótica en estudiantes de 4to grado de educación secundaria. Para cumplir con el objetivo planteado se ha utilizado las herramientas y comando del software GeoGebra 5.0 y la Teoría de Registros de Representación Semiótica.

III. Elementos metodológicos considerados

Las actividades, tareas y preguntas para los estudiantes se han construido en base a los estudios de Smith y Stein (1998), quienes han clasificado a las tareas o problemas a resolver en tareas de baja demanda cognitiva (tareas de memorización y procedimientos sin conexión) y alta demanda cognitiva (tareas de procedimientos con conexión y hacer matemáticas), resaltando que los estudiantes deben tener la oportunidad de enfrentarse a tareas de alta demanda cognitiva para tener la oportunidad de resolver problemas que conduzcan a la comprensión de los conceptos matemática. En la tabla 2 se presenta algunas características resaltantes de

los niveles de demanda cognitiva propuestos por los autores que se ha considerado para las actividades y la elaboración las pruebas aplicadas en este estudio.

Tabla 2
Guía de niveles de demanda cognitiva para el análisis de tareas

| Nivel | | Características |
|-----------------------|---------------------------------------|---|
| Bajo nivel de demanda | Tareas de memorización | <ul style="list-style-type: none"> Reproducen hechos, reglas, fórmulas y definiciones aprendidas o dadas previamente. No es necesario el uso de procedimientos, solo requiere respuestas cortas previamente aprendidos. |
| | Tareas de procedimientos sin conexión | <ul style="list-style-type: none"> Son algorítmicas. Es decir, se dice concretamente lo que hay que usar. Están enfocadas a producir respuestas correctas en lugar de desarrollar comprensión matemática. |
| Alto nivel de demanda | Tareas de procedimientos con conexión | <ul style="list-style-type: none"> Están enfocadas al uso de procedimientos con la intención de desarrollar niveles más profundos de comprensión de conceptos y de ideas matemáticas. Requieren cierto grado de esfuerzo cognitivo. Aunque pueden utilizar procedimientos generales, éstos no se aplican automáticamente. |
| | Tareas de hacer matemática | <ul style="list-style-type: none"> Requieren pensamiento complejo y no algorítmico. Requieren que el estudiante entienda y explore la naturaleza de los conceptos, procesos o relaciones matemáticas. |

El diseño de investigación es cuasi experimental, porque los grupos fueron asignados por criterios no experimentales, la selección de la muestra es no aleatoria y de acuerdo a Campbell y Stanley (2015) el diseño es de Pre y post Test con grupo de control. El diseño se presenta en la tabla 3.

Tabla 3
Diseño del Estudio

| Grupos | Antes del estudio | Durante el estudio | Al final del estudio |
|--------|-------------------|--------------------|----------------------|
| Ge | O ₁ | x | O ₂ |
| Gc | O ₃ | - | O ₄ |

Nota. Diseño cuasi experimental. Extraído de Investigación del comportamiento Fred Kerlinger (2008, p. 485)

La tabla 3 muestra al grupo experimental (Ge) conformado por 30 estudiantes del cuarto C de secundaria, con quienes se usó el software GeoGebra en las sesiones de clase sobre resolución de problemas de funciones cuadráticas durante 5 semanas, con 4 horas pedagógicas a la semana, haciendo un total de 20 horas pedagógicas. El grupo de control (Gc) conformado por 30 estudiantes del cuarto D de secundaria, con quienes se realizó una clase tradicional, es decir, sin introducir en las clases el software GeoGebra durante el mismo periodo. Antes de iniciar el estudio se aplicó a ambos grupos un Pre Test (O₁ y O₃) y luego del término del estudio se aplicó un post Test (O₂ y O₄).

Para determinar la confiabilidad y que el Test mida el grado de uniformidad con que cumple su cometido se ha utilizado el coeficiente Alfa de Cronbach, cuya fórmula es:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \times \left| 1 - \frac{\sum V_i}{V_t} \right|$$

Donde:

α : Alfa de Cronbach

k : Número de ítems o reactivos

$\sum V_i$: Sumatoria de la varianza de cada ítem

V_t : Varianza total

1: Constante

Reemplazando los datos en fórmula tenemos:

$$\alpha = \frac{28}{28-1} \times \left| 1 - \frac{20,41235}{117,36810} \right|$$

$$\alpha = 0,856678$$

Para que un instrumento sea confiable según Kerlinger (2008) citando a Gronlund señala: “Que la mayoría de las pruebas realizadas por los maestros poseen confiabilidad de entre 0,60 y 0,80; y aun así son útiles en decisiones instruccionales” (p. 601). Además, los rangos del coeficiente de confiabilidad según De Vellis (en García, 2005) plantea las siguientes escalas de valoración:

Tabla 4
Rango de Valoración

| Alfa de Cron Bach | Confiabilidad |
|-----------------------|-----------------|
| Coeficiente alfa >.9 | Es excelente |
| Coeficiente alfa > .8 | Es buena |
| Coeficiente alfa > .7 | Es aceptable |
| Coeficiente alfa > .6 | Es cuestionable |
| Coeficiente alfa > .5 | Es pobre |
| Coeficiente alfa < .5 | Es inaceptable |

Nota, Extraída según George y Mallery (2003, p. 231)

De acuerdo a la tabla 4 y el valor de Alfa de Cronbach de 0,86 (confiabilidad excelente) el instrumento de evaluación es confiable para ser aplicado y garantiza que los resultados obtenidos también son confiables.

Por otro lado, los Test de evaluación que se usan en investigaciones pedagógicas no miden directamente el aprendizaje como en las ciencias físicas para medir cualidades de longitud, volumen y peso. Por ello, los investigadores tenemos que idear medios indirectos para medir el aprendizaje, el nivel de resolución de problemas, rendimiento académico, habilidades, competencias y capacidades.

Para validar el contenido de los instrumentos del presente estudio se consultó a docentes expertos del área de Matemática con grado de Maestría y Doctorado para que analicen sistemáticamente el contenido y la conexión que debe tener los reactivos o preguntas con los objetivos planteados. Para ello, se les ha entregado el instrumento acompañado con la matriz de especificaciones, la matriz de operacionalización de las variables, la matriz de consistencia y la matriz de validación con 10 criterios con una escala de 0 a 100 puntos.

La media final de la valoración de los expertos sobre la validez de contenido es excelente con un rango promedio de 81% a 100%, lo cual indica que el instrumento es aplicable.

IV. Diseño de las tareas y del instrumento

Las secuencias de las sesiones de clase en el grupo experimental se han realizado en el Aula de Innovación Pedagógica (AIP) entregando a cada estudiante una laptop OX, en el cual se encontraba instalado el programa GeoGebra y una ficha de trabajo para cada sesión. Mientras que el grupo de control no usó GeoGebra, pero ambos grupos han tenido acceso a la ficha de trabajo y a la misma cantidad de horas de clase. En la tabla 6 se puede observar el número de sesiones y los títulos de cada sesión.

Tabla 6
Sesiones Desarrolladas en la Implementación de la Estrategia Metodológica

| Nº de la sesión | Nombre de la sesión |
|-----------------|--|
| 1 | Identificando tablas y gráficos de una función cuadrática |
| 2 | Contracción y dilatación de una función cuadrática |
| 3 | Tratamiento del registro de representación algebraica de una función cuadrática |
| 4 | Desplazamiento horizontal del gráfico de una función cuadrática |
| 5 | Desplazamiento horizontal y vertical de una función cuadrática de la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$ |
| 6 | Gráfica de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ |
| 7 | Conversión del registro de representación gráfica de una función cuadrática |
| 8 | Determinando la trayectoria del balón |
| 9 | Determinando el área máxima de un terreno cuadrangular |
| 10 | Generando propiedades matemáticas |

Fuente: Elaboración propia.

El pre Test y post Test consiste en un cuestionario de ocho (8) reactivos, con a, b, c y d sub reactivos y se aplica en los estudiantes de ambos grupos. El pre Test se aplicó antes de iniciar el estudio y el post Test luego de haber realizado el trabajo de campo, es decir, concluida las 10 sesiones. El pre Test tiene las mismas características del post Test con un puntaje máximo de 80 puntos. En la tabla 7 se muestra la matriz de indicadores del pre y post Test.

Tabla 7
Matriz de especificaciones : prueba de entrada y prueba de salida

| Niveles de demanda cognitiva | Indicadores | Puntaje |
|---------------------------------------|---|---------|
| Tareas de memorización | <ul style="list-style-type: none"> Identifica los valores de a, b y c de la función $f(x) = x^2 + 2x - 1$ Identifica los pares ordenados del gráfico de la función $f(x) = x^2$. Identifica el registro de representación algebraica y el vértice del gráfico de una función cuadrática. Identifica los valores "p" y "q", de una función de la forma $f(x) = a(x-p)(x-q)$. Determina la altura de donde es lanzado una pelota y del aro del tablero de basquetbol. Determina la longitud y el área del terreno de forma rectangular si tiene 4 metros de ancho. Calcula la cantidad de apretones de mano si asistieron a una reunión 5 y personas. | 20 |
| Tareas de procedimientos sin conexión | <ul style="list-style-type: none"> Completa correctamente la representación tabular de la función $f(x) = x^2 + 2x - 1$. Completa correctamente la representación tabular de la función $g(x) = x^2 + 3$ y $h(x) = x^2 - 3$. Usa estrategias algorítmicas para determinar los valores de "a", "b", "c" y la discriminante (Δ) de una función de la forma: $h(x) = ax^2 + bx + c$ Usa estrategias para calcular en valor de "a" de una función cuadrática de la forma: $f(x) = a(x-p)(x-q)$. Usa estrategias para determinar la altura que alcanza la pelota luego de 2 segundos de su lanzamiento. Usa estrategias de cálculo para hallar el largo y el área conociendo su ancho. | 20 |
| Tareas de procedimientos con conexión | <ul style="list-style-type: none"> Gráfica correctamente en el plano cartesiano la función $f(x) = x^2 + 2x - 1$. Analiza los cambios que se producen en el registro de presentación gráfica de las funciones $f(x) = x^2$, $h(x) = x^2 + 3$ y $g(x) = x^2 - 3$. Identifica la regla de correspondencia de una función cuadrática a partir su registro de representación gráfica. Transforma una función cuadrática de la forma $f(x) = a(x-p)(x-q)$ a la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Transforma una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ a la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$. Usa estrategias para calcular el tiempo cuando la pelota alcanza a su altura máxima. Usa estrategias para calcular las dimensiones del terreno para que el área sea el máximo posible. Usa estrategias para determinar el número de apretones de manos en una reunión con 10 personas. | 20 |
| Tareas de hacer matemáticas | <ul style="list-style-type: none"> Escribe una regla para generalizar el desplazamiento vertical de una función cuadrática. Analiza los cambios que se producen en el registro de presentación gráfica de las funciones $f(x) = 2x^2$, $g(x) = 2(x-2)^2$ y $i(x) = 2(x-2)^2 - 3$. Analiza y justifica los cambios que se producen en el registro de representación gráfica cuando varía el valor de "a". Analiza y justifica los cambios que se producen en el registro de representación gráfica cuando varía el valor de la discriminante. Usa estrategias para determinar el área de un corral en términos del ancho "x". Usa estrategias para construir un modelo cuadrático de la cantidad de apretones con "x" personas asistentes a una reunión. | 20 |

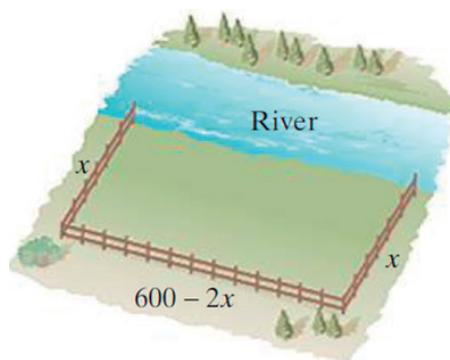
Como se puede ver en la tabla anterior cada nivel de demanda cognitiva tienen un puntaje máximo de 20 y los indicadores del pre y post Test de cada nivel se han elaborado en base a los estudios de Smith y Stein (1998). Dichos indicadores es una propuesta elaborada por el investigador y que puede ser perfectible para futuras investigaciones.

A continuación, se presenta un ejemplo de un problema sobre función cuadrática planteada en las sesiones de clase del grupo experimental en base a los niveles de demanda cognitiva.

Un agricultor tiene 600 metros de cerca para encerrar una parcela rectangular que bordea un río. Si no cierra el lado a lo largo del río como se muestra en la figura de la derecha, completa la tabla y responde las preguntas planteadas por niveles de demanda cognitiva.

a. Completa la tabla.

| Ancho | Largo | Área (Ancho x Largo) |
|-------|-----------------|--------------------------------------|
| 1 | $600 - 2 = 598$ | $A = 1 \times 598 = 598 \text{ m}^2$ |
| 2 | $600 - 4 = 596$ | $A = 2 \times 596 = \text{ m}^2$ |
| 3 | $600 - 6 = 594$ | $A = 3 \times 594 = \text{ m}^2$ |
| 4 | | |
| ... | | |
| x | | |



Fuente: Stewart (2012)

b. Responde las siguientes preguntas:

| Nivel de demanda cognitiva | Preguntas | Respuestas |
|-------------------------------|---|-------------------------------|
| Tareas de memorización | 1. Si el perímetro es 600 metros y el ancho mide 1 metro, ¿cuánto mide el largo? y ¿cuánto es el área? | Largo = _____ Área = _____ |
| Procedimientos sin conexiones | 2. Si el perímetro es 600 metros y el ancho mide 2 metros, ¿cuánto mide el largo? y ¿cuánto es el área? | Largo = _____ Área = _____ |
| | 3. Si el perímetro es 600 metros y el ancho mide 3 metros, ¿cuánto mide el largo? y ¿cuánto es el área? | Largo = _____ Área = _____ |
| Procedimientos con conexiones | 4. Si el perímetro es 600 metros y el ancho mide 4 metros, ¿cuánto mide el largo? y ¿cuánto es el área? | Largo = _____ Área = _____ |
| | 5. Si el perímetro es 600 metros y el ancho mide 5 metros, ¿cuánto mide el largo? ¿cuánto es el área? | Largo = _____ Área = _____ |
| Hacer matemática | 6. Si el perímetro es 600 metros y el ancho mide 6 metros, ¿cuánto mide el largo? ¿cuánto es el área? | Largo = _____ Área = _____ |
| | 7. Si el perímetro es 600 metros y el ancho mide "x" metros, ¿cuánto mide el largo? ¿cuánto es el área? | Largo = _____ Área = _____ |

V. Implementación y resultados

Para identificar los conocimientos previos y verificar si los estudiantes del grupo experimental y grupo control parten en igualdad de condiciones se ha analizado las medidas de tendencia central y medidas de dispersión de los resultados del pre Test tomados antes de iniciar el estudio. En la tabla 8 se observa en general que el grupo de control tienen en el pre Test resultados de sus medias relativamente mejores que el grupo experimental, además la variabilidad de puntuaciones alrededor de su media o el coeficiente de variación es menor en el grupo de control que el grupo experimental, es decir, los resultados del pre Test en el grupo control son más homogéneas en comparación de los resultados del grupo experimental.

Tabla 8

Resultados Comparativos del Pre Test por Dimensiones

| Medidas Estadísticas | Tareas de Memorización | | Tareas de procedimientos sin conexión | | Tareas de procedimientos con conexión | | Tareas de hacer Matemática | |
|---------------------------|------------------------|-------|---------------------------------------|-------|---------------------------------------|------|----------------------------|------|
| | GE | GC | GE | GC | GE | GC | GE | GC |
| Media | 8,22 | 9,17 | 8,38 | 10,07 | 3,00 | 3,57 | 0,30 | 0,65 |
| Mediana | 9,00 | 9,75 | 10,25 | 10,50 | 2,50 | 3,50 | 0,00 | 0,00 |
| Moda | 11,50 | 11,00 | 10,50 | 10,50 | 2,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Desviación estándar | 3,66 | 3,90 | 4,43 | 3,71 | 2,37 | 2,76 | 1,86 | 1,34 |
| Varianza | 13,37 | 15,21 | 19,62 | 13,78 | 5,64 | 7,63 | 1,06 | 1,80 |
| Coefficiente de variación | 0,45 | 0,43 | 0,53 | 0,37 | 0,79 | 0,78 | 6,21 | 2,06 |

GE=Grupo Experimental, GC= Grupo Control

La tabla 9 muestra los resultados comparativos generales del pre Test de ambos grupos, encontrando una diferencia de medias de 3,38 a favor del grupo control, con 48% de variabilidad de las puntuaciones en el grupo experimental y un 40% de variabilidad de puntuaciones alrededor de su media en el grupo control. Esto significa que el grupo experimental tendrá mayores dificultades para poder superar sus dificultades y mejorar sus resultados en el Post Test.

Tabla 9

Resultados Generales Comparativos del Pre Test

| Grupos | Media | Mediana | Moda | Desviación estándar | Varianza | Coefficiente de variación |
|--------|-------|---------|-------|---------------------|----------|---------------------------|
| GE | 20,08 | 23,00 | 23,50 | 9,57 | 91,62 | 0,48 |
| GC | 23,46 | 26,25 | 27,00 | 9,45 | 89,38 | 0,40 |

GE= Grupo Experimental, GC = Grupo Control

En base a estas observaciones, se señala que ambos grupos parten en igualdad de condiciones, es decir ambos grupos tienen bajos niveles de conocimientos previos sobre el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas, e incluso el grupo experimental presenta estadísticamente ligeras desventajas como se ha podido comprobar con el análisis de las medidas de tendencia central y medidas de dispersión de los resultados del pre Test de ambos grupos.

Para determinar, comparar y explicar las diferencias significativas del nivel de aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas entre el grupo control y experimental después de aplicar el software GeoGebra y el registro de representación semiótica en estudiantes de 4to grado de educación secundaria primero analizaremos las medidas de tendencia central y medidas de dispersión de los datos de las pruebas aplicadas.

En la tabla 10 se observa en general que el grupo experimental tienen en el post Test resultados en sus medias mejores que el grupo control, además la variabilidad de puntuaciones alrededor de su media o el coeficiente de variación es menor en el grupo de experimental que el grupo control, esto significa, que al introducir el software GeoGebra en las clases de matemática ha influido positivamente.

La tabla 11 muestra los resultados comparativos generales de ambos grupos, encontrando una diferencia de medias de 11,07 a favor del grupo experimental, con 23% de variabilidad de las puntuaciones en el mismo grupo y un 47% de variabilidad de puntuaciones alrededor de su media en el grupo control.

Tabla 10*Resultados Comparativos del Post Test por Dimensiones*

| Medidas Estadísticas | Tareas de Memorización | | Tareas de procedimientos sin conexión | | Tareas de procedimientos con conexión | | Tareas de hacer Matemática | |
|-------------------------|------------------------|-------|---------------------------------------|-------|---------------------------------------|-------|----------------------------|-------|
| | GE | GC | GE | GC | GE | GC | GE | GC |
| Media | 15,98 | 12,00 | 15,23 | 12,94 | 11,08 | 8,92 | 6,53 | 3,90 |
| Mediana | 16,00 | 13,00 | 15,00 | 13,25 | 10,00 | 10,00 | 6,00 | 3,00 |
| Moda | 18,00 | 18,00 | 14,00 | 8,50 | 10,00 | 10,00 | 3,00 | 0,00 |
| Desviación estándar | 2,65 | 5,91 | 2,69 | 5,14 | 3,20 | 3,97 | 4,08 | 4,20 |
| Varianza | 7,01 | 34,88 | 7,22 | 26,46 | 10,26 | 15,80 | 16,62 | 17,63 |
| Coficiente de variación | 0,17 | 0,49 | 0,18 | 0,40 | 0,29 | 0,45 | 0,62 | 1,08 |

Tabla 11*Resultados Generales Comparativos del Post Test*

| Grupos | Media | Mediana | Moda | Desviación estándar | Varianza | Coficiente de variación |
|--------|-------|---------|-------|---------------------|----------|-------------------------|
| GE | 48,83 | 47,75 | 11,63 | 11,77 | 124,74 | 0,23 |
| GC | 37,76 | 39,50 | 57,00 | 17,67 | 312,36 | 0,47 |

Para verificar que esta diferencia estadística entre el grupo experimental y grupo control presentadas sean significativas y la influencia en el nivel de aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas en el grupo experimental se debe a uso del software GeoGebra y el registro de representación semiótica realizaremos la prueba de Hipótesis general y específica.

Siendo la variable nivel de aprendizaje, una variable cuantitativa, las investigaciones sugieren una prueba paramétrica con una distribución normal de los datos, adicionalmente el tamaño de la muestra permitió elegir la prueba de Chapiro Wilk usando el software estadístico SPSS versión 25.

Según la tabla 12 de prueba de normalidad, el primer supuesto; observamos que el grado de libertad (gl) es de $30 < 50$, es decir la muestra es menor que 50; por lo que se utilizará la prueba de Shapiro Wilk, a su vez el p-valor del pre y post Test del grupo experimental y control son mayores que 0,05 ($0,13 > 0,05$; $0,23 > 0,05$; $0,18 > 0,05$ y $0,88 > 0,05$) lo cual determina que la distribución de los datos es normal y por lo tanto la hipótesis se analizará por la prueba paramétrica de T de Student para muestras independientes.

Tabla 12*Prueba Estadística Chapiro Wilk*

| GRUPO | Evaluación | Shapiro Wilk | | |
|--------------------|------------|--------------|-----|------|
| | | Estadístico | gl. | Sig. |
| Grupo Experimental | Pre Test | 0,95 | 30 | 0,13 |
| | Post Test | 0,96 | 30 | 0,23 |
| Grupo Control | Pre Test | 0,95 | 30 | 0,18 |
| | Post Test | 0,98 | 30 | 0,88 |

gl= grado de libertad

El segundo supuesto para calcular el nivel de significancia la prueba paramétrica T de Student es calcular previamente la igualdad de varianza con el software estadístico SPSS con la prueba de Levene. En la tabla 13 se observa que en la hipótesis específica 1, 2 y la hipótesis general el p-valor es menor al nivel de error (α), esto significa que existe diferencias entre las varianzas. Pero en la hipótesis específica 3 y 4 el p-valor es mayor que

el nivel de error (α), esto significa que las varianzas son iguales. Estos resultados permiten asumir el nivel de significancia del T de Student con varianzas iguales o diferentes.

Tabla 13

Prueba de Igualdad de Varianza de Hipótesis Estadística

| | Hipótesis Específico 1 | Hipótesis Específico 2 | Hipótesis Específico 3 | Hipótesis Específico 4 | Hipótesis General |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------|
| p-valor | 0,000 | 0,000 | 0,197 | 0,812 | 0,007 |
| α | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 |

Luego de haber cumplido los dos supuestos, la prueba de normalidad por Chapiro Wilk y la prueba de igualdad de varianza de Levene, estamos en la capacidad de determinar que el nivel de significancia de la hipótesis específica 1, 2, 3, 4 e hipótesis general son menores que el margen de error α ($0,002 < 0,05$; $0,036 < 0,05$; $0,024 < 0,05$; $0,017 < 0,05$ y $0,006 < 0,05$). Por lo tanto, aceptamos la hipótesis alterna (H_a) y rechazamos la hipótesis nula (H_0), es decir, existe diferencia significativa en el grupo experimental con respecto al grupo de control en el momento del Post Test.

Tabla 14

T de Student para muestras independientes del Hipótesis Estadístico

| | Hipótesis Específico 1 | Hipótesis Específico 2 | Hipótesis Específico 3 | Hipótesis Específico 4 | Hipótesis General | |
|--|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------|--------|
| Diferencia de medias | 3,967 | 2,290 | 2,167 | 2,633 | 11,073 | |
| Diferencia de error estándar | 1,182 | 1,060 | 0,932 | 1,068 | 3,817 | |
| 95% de intervalo de confianza de la diferencia | Inferior | 1,579 | 0,154 | 0,301 | 0,495 | 3,403 |
| | Superior | 6,355 | 4,426 | 4,032 | 4,772 | 18,744 |
| T | 3,357 | 2,161 | 2,325 | 2,465 | 2,901 | |
| Gl. | 0,213 | 3,729 | 58,000 | 58,000 | 48,977 | |
| Sig. (Bilateral) | 0,002 | 0,036 | 0,024 | 0,017 | 0,006 | |

VI. Conclusiones

A través de esta investigación se permitió introducir en las sesiones de clase de Matemática el uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótica en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas. En relación al objetivo general el uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótica ayudó a representar dinámicamente una parábola y facilitó en los estudiantes del grupo experimental la visualización de los cambios que se producen a mover un deslizador y el registro de representación gráfico se convierte en un registro gráfico dinámico. Ello facilitó mejorar en el nivel de aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas de los estudiantes de cuarto grado de educación secundaria del grupo experimental. El uso de los diferentes registros de representación semiótica (lenguaje natural, el registro tabular, el registro algebraico y el registro gráfico dinámico), el tratamiento y conversión de registros permitió acceder a los estudiantes para conocer mejor el objeto matemático función cuadrática y que este conocimiento sea significativo. Las actividades en las sesiones de clase y las preguntas planteadas en base al estudio de Smith y Stein (1998) ha permitido que los estudiantes tengan la oportunidad de enfrentarse a tareas de baja demanda cognitiva y alta demanda cognitiva. Ello permite afirmar: depende a qué tipo de tareas está expuesto el estudiante para determinar qué están aprendiendo.

VII. Referencias

Aguilar, A. (2015). *Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas con funciones lineales*. Tesis de Maestría, Universidad de Piura. Repositorio institucional. <https://hdl.handle.net/11042/3188>

- Bello, J. (2013) *Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del 5to grado de educación secundaria*. Tesis de Maestría, Universidad Católica del Perú. Repositorio institucional. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/4737>
- Cortadella, T. (Julio de 2016). Interpretación y clasificación de la demanda cognitiva de actividades matemáticas que involucran a los números fraccionarios y decimales en Educación Primaria. *Números, Revista de Didáctica de la Matemática*, 92, 7-19. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/92/Articulos_01.pdf
- Del río, L. (2017). *Geometría dinámica en entornos hipermedia como facilitadora del aprendizaje de la matemática*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de La Plata, Repositorio institucional. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/60817>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Merlín I.D.
- Jaco, A. (2015) *Aplicación del programa GeoGebra como estrategia constructiva en la resolución de problemas de geometría plana en los estudiantes de 4to grado de educación secundaria de la I.E.Nº 1211 - José María Arguedas*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Repositorio institucional. <https://hdl.handle.net/20.500.12672/9257>
- Macías, J. (2016). *Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos*. Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid. Repositorio institucional. <https://eprints.ucm.es/id/eprint/40389/1/T38101.pdf>
- Maldonado, L. (2013). *Enseñanza de la simetría según el Modelo Van Hiele*. Tesis de Maestría, Repositorio institucional. <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/133875>
- Núñez, E. (2017). *Representación semiótica como estrategia didáctica y competencias matemáticas en estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa Privada Educare de Chosica*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Educación. Repositorio institucional. <http://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/1340>
- Olano, M. (2018) *Registros de representación semiótica de la elipse: Secuencia de actividades mediada con el GeoGebra para estudiantes de quinto de secundaria*. Tesis de Maestría. Repositorio institucional. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/12039>
- Pavón, J. (2009) *Interpretación de significados de la función cuadrática en un ambiente computación* Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazan. Repositorio institucional. <http://www.cervantesvirtual.com/nd/ark:/59851/bmc698z8>
- Perú, Ministerio de Educación. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica Regular*. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants. *On the Horizon*, 4. <https://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>
- Ruiz, N. (2012). *Análisis de desarrollo de competencias Geométricas y Didácticas mediante el software de Geometría Dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de Primaria*. Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Madrid. Repositorio institucional. <http://hdl.handle.net/10486/10911>.
- Smith, M. y Stein, M. (1998). *Seleccionar y crear tareas matemáticas: De la investigación a la práctica*. 2(5), 344-350. <http://mathedseminar.pbworks.com/w/file/fetch/92864991/Smith%20and%20Stein%20-%201998%20-%20Selecting%20and%20Creating%20Mathematical%20Tasks%20From%20Re.pdf>
- Tocto, E. (2015). *Comprensión de la noción función cuadrática por medio del transito de registros de representación semiótica en estudiantes de quinto año de Secundaria*. Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú. Repositorio institucional. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6755>