Revista peruana de investigación e innovación educativa,
Marzo 2024, Vol. 4, Num. 1, e26921,
https://doi.org/10.15381/rpiiedu.v4i1.26921

Universidad Mayor de San Marcos,
Facultad de Educación
On line ISSN: 2789-0880

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

Aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana con la aplicación del Programa *Lingo*

Application of mathematics in everyday life with the application of the Lingo program

Aplicação da matemática na vida cotidiana com a aplicação do Programa Lingo

Dimas Geovanny Vera Pisco
dimas.vera@unesum.edu.ec
https://orcid.org/0000-0002-3524-0907
Universidad Estatal del Sur de Manabí, Ecuador

Diego Sornoza Parrales
diego.sornoza@unesum.edu.ec
https://orcid.org/0000-0001-9319-9298
Universidad Estatal del Sur de Manabí, Ecuador

Dante Stalin Murrillo Baque
dante.murillo@unesum.edu.ec
https://orcid.org/0009-0001-8315-4122
Universidad Estatal del Sur de Manabí, Ecuador

Fernando Michael Cobeña Macías
fernando.cobena@unesum.edu.ec
https://orcid.org/0000-0002-1959-8095
Universidad Estatal del Sur de Manabí, Ecuador

RESUMEN:

El análisis de programación lineal es uno de los métodos matemáticos que se han conservado desde que se plantearon los problemas aplicados. La complejidad en la resolución de funciones lineales permitió la invención de varios métodos, de esta manera la investigación que se realizó se basó en el método Simplex Revisado y en la aplicación del Programa *Lingo* (Linear Generalize Optimizer) para la resolver funciones lineales. El método simplex revisado incluye la consideración del comportamiento de las variables en situaciones en las que pueden considerarse negativas. *Lingo* representa una utilidad simple diseñada para plantear y resolver problemas tanto lineales como no lineales, además de permitir el análisis de las soluciones resultantes.

ABSTRACT:

Linear programming analysis is one of the mathematical methods that have been preserved since the applied problems were first posed. The complexity in solving linear functions allowed the invention of several methods, in this way the research that was carried out was based on the Revised Simplex method and the application of the Lingo Program (Linear Generalize Optimizer) to solve linear functions. The revised simplex method includes consideration of the behavior of the variables in situations where they can be considered negative. Lingo represents a simple utility designed to pose and solve both linear and nonlinear problems, in addition to allowing the analysis of the resulting solutions.

Resumo:

A análise de programação linear é um dos métodos matemáticos que foram preservados desde o surgimento dos problemas aplicados. A complexidade na resolução de funções lineares permitiu a invenção de vários métodos, de modo que a pesquisa realizada baseou-se no método Simplex revisado e na aplicação do programa Lingo (Linear Generalize Optimizer) para resolver funções lineares. O método simplex revisado inclui a consideração do comportamento das variáveis em situações em que elas podem ser consideradas negativas. O Lingo representa um utilitário simples projetado para colocar e resolver problemas lineares e não lineares, além de permitir a análise das soluções resultantes.

Palabras Clave:

Programación lineal, simplex revisado, Lingo, ecuaciones lineales, aprendizaje.

Keywords:

Linear programming, revised simplex, Lingo, linear equations, learning.

Palavras-chave:

Programação linear, simplex revisado, Lingo, equações lineares, aprendizado.

Recibido: 03/01/2024 - Aceptado: 29/02/2024 - Publicado: 01/04/2024

I. Introducción

La exploración de la programación lineal constituye uno de los enfoques matemáticos que ha perdurado desde que se presentaron problemas prácticos. La dificultad asociada con la solución de funciones lineales impulsó la creación de diversos métodos (Puente et al., 2018). En este contexto, el estudio propuesto se centrará en la aplicación del método Simplex Revisado y en la utilización del programa *Lingo* para resolver funciones lineales (Ortiz, 2015); esta es una aplicación informática desarrollada con el propósito de construir y resolver de manera eficaz modelos de optimización lineal. Estos modelos comprenden una función objetivo, las variables susceptibles de ajuste para lograr el óptimo de dicha función, y las restricciones que establecen límites para los valores de esas variables (Hummel, 2006).

Al emplear conjuntos en un modelo, se utiliza una sección especial denominada "***SETS***", que debe ser previamente definida antes de que cualquiera de los miembros del conjunto sea utilizado en las restricciones del modelo. Esta sección se concluye con la etiqueta "***ENDSETS***". (Vera Pisco et al., 2023)

El costo reducido, siempre cero para las variables de la solución óptima, indica en las variables excluidas cuánto disminuiría el valor objetivo si se introdujera una unidad de esa variable en la solución (en un problema MAX) o aumentaría (en un problema MIN) el valor de la función objetivo al incorporar una unidad de esa variable en la solución. La columna de "Slack" o "Surplus" en el Informe de la solución muestra la holgura de la restricción; si es cero, la restricción se satisface como una igualdad. Si es positiva, indica cuántas unidades adicionales de la variable podrían agregarse antes de que la restricción sea igualada. Si es negativa, la restricción se ha anulado.

Asimismo, Villalba et al. (2021) indican que *Lingo* cuenta con una sección adicional llamada "***DATA***", donde se definen los valores para diferentes variables, se pueden establecer los atributos de los conjuntos o asignar valores a parámetros de variables escalares. Esta sección se define después de la sección "SETS" en el modelo, comenzando con la etiqueta "***DATA***" y finalizando con "***ENDDATA***". Las declaraciones dentro de la sección "*DATA*" siguen la sintaxis: ***object_list = value_list***

Por su parte, en el Método Simplex Revisado, se introducen mejoras para abordar posibles problemas o ineficiencias encontradas en el Método Simplex original. El Método Simplex Revisado, por otro lado, incorpora técnicas numéricas más sólidas, como la reoptimización, con el objetivo de minimizar la incidencia de los errores de redondeo y fortalecer la estabilidad numérica del algoritmo. Estas mejoras han resultado en un rendimiento significativamente mejorado, siendo razones fundamentales por las cuales se prefiere la implementación del algoritmo dual simplex (Moncayo Martínez y Muñoz, 2018):

$$\text{Maximizar } f = c^T x$$

$$\text{Sujeto a } l \leq x \leq u$$

$$Ax = b$$

$$\text{Donde } x \in \mathbb{R}^n \text{ y } b \in \mathbb{R}^n$$

Tabla 1
Operaciones considerando B_k^{-1}

B Transpuesta	Forma $\pi_k^T = c_k^T B_k^{-1}$
F Transpuesta	Forma $s_k = B_k^{-1} v_k$
Actualizada	Actualizar la representación de B_k^{-1} usando $B_{k+1} = B_k + (v_k - B_k e_{p_k}) e_{p_k}^T$

Las variables básicas satisfacen a que $l_b \leq x_b \leq u_b$ y cada una de las variables no básicas x_n se encuentra tanto en su limite inferior o superior dependiendo el caso. Si el problema se divide en consecuencia, la función objetivo será $f = c_B^T x_B + c_N^T x_N$ y las restricciones serán $A_B x_B + A_N x_N = b$, donde la matriz A_B no es singular. Esto permite un nuevo conjunto de variables determinadas en la función objetivo pueda aumentar. Este proceso requiere que el vector $c_N^T = c_N^T - c_B^T A_B^{-1} A_N$ y una columna especifica de la matriz $A_N = A_B^{-1} A_N$ (Maskur et al., 2022).

El vector x agrupa las variables de decisión y las variables de holgura, sea $c \in \mathbb{R}^{n+m}$ definido como: $c=(c_1,c_2,\ldots,c_n,0,0,\ldots,0)^T$, es decir, los costos asociados a las variables de holgura son nulos en el nuevo problema de Programación Lineal.

II. Metodología

La metodología utilizada en el estudio es de experimental - cuantitativa. En ese sentido Hernández et al. (2014) afirma que este tipo de intervenciones es un método científico que busca descubrir cómo una variable (causa) afecta a otra variable (efecto). Para ello, el investigador controla y modifica la variable causal, observa los cambios en la variable de efecto. La población de estudio estuvo constituida los colaboradores de una sede del Banco Pichincha. El componente de innovación es el tecnológico, como un medio que proyecte un mejor aprendizaje del tema abordado ya que, como se mencionó anteriormente, el análisis de la programación lineal posee cierta complejidad en su operatividad; es por ello que se propone la aplicación del Programa *Lingo*.

III. Resultados y discusión

Se reconoce que las ecuaciones lineales presentan desafíos al momento de aprender y pasar de la aritmética al álgebra, y en ocasiones, no conocemos los procedimientos adecuados para encontrar la solución (Kacis et al, (2021). No obstante, existen métodos y herramientas disponibles para abordar la resolución de ecuaciones lineales Simg et al. (2022). A continuación, se plantea el problema con sus respectivas ecuaciones y restricciones:

El Banco del Pichincha, se encuentra en el proceso de generación de estructuras de sus préstamos para el siguiente periodo fiscal. Cuentan con una asignación de $8.400.000,00. Siendo una prestigiosa institución financiera a nivel nacional y conocida internacionalmente, está dentro de un contexto favorable en el ámbito de recibimiento de clientes, ya que se encuentra con pleno acceso a otorgar créditos a diversos clientes. La importancia de recaudar información necesaria para una investigación proveniente de una entidad financiera recae en que se obtienen datos de primera mano, los cuales son totalmente verídicos y confiables, evitando el sesgo o la falsificación de estos. La siguiente tabla muestra la tipología de préstamos, las tasas de intereses según cada préstamo que cobra el banco, además del riesgo existente, en que los deudores no cancelen sus deudas con el propio banco, conocidos como incobrables, como se ve a continuación:

Tabla 2

Información sobre cada tipo de préstamo

Tipología de Préstamos	Tasa de interés	Probabilidad de Incobrables
Hipotecario	0.1300	0.11
Educativo	0.0900	0.04
Consumo	0.3750	0.06
Productivo	0.1072	0.09
Comercial	0.1183	0.08
Vehicular	0.1400	0.03

La competencia con Ban Ecuador requiere que Banco Pichincha asigne 16,67% de los fondos totales a los préstamos productivos, mientras que en los préstamos de consumo deberían asignar un 34,04%. Por otro lado, la asistencia a préstamos vehiculares en el país, deben ser iguales al 33% de los préstamos comerciales, educativos y a los hipotecarios. Añadido a esto, el Banco Pichincha tiene una política en donde la relación de pagos irrecuperables debe ser menor a 0.06.

Ahora se plantean las variables:

x_1=Cantidad en millones de dolares asignado a préstamo Hipotecario

x_2=Cantidad en millones de dolares asignado a préstamo Educativo

x_3=Cantidad en millones de dolares asignado a préstamo Consumo

x_4=Cantidad en millones de dolares asignado a préstamo Productivo

x_5=Cantidad en millones de dolares asignado a préstamo Comercial

x_6=Cantidad en millones de dolares asignado a préstamo Vehicular

Posteriormente, se plantea la función objetivo, donde se ve el objetivo del problema y lo que se pretende realizar:

$$\begin{aligned} Ganancias = {} & 0.13*(1-0.11)x_1 + 0.09*(1-0.04)x_2 + 0.3750*(1-0.06)x_3 + 0.1072 \\ & *(1-0.09)x_4 + 0.1183*(1-0.08)x_5 + 0.14*(1-0.03)x_6 + (1-0.11)x_1 \\ & + (1-0.04)x_2 + (1-0.06)x_3 + (1-0.09)x_4 + (1-0.08)x_5 + (1-0.03)x_6 \end{aligned}$$

Posteriormente, se establecen las respectivas restricciones que sirven para reducir la cantidad de resultados posibles dentro de la resolución del ejercicio:

La cantidad total asignada no puede exceder $8.400.000,00:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \leq 8.400.000.00$$

Requiere que Banco Pichincha asigne el 16,67% de los fondos totales a préstamos productivos

$$x_4 \geq 1.400.280.00$$

Se requiere que Banco Pichincha asigne el 34.04% de los fondos totales a préstamos de consumo

$$x_3 \geq 2.859.460.00$$

Los prestamos vehiculares deben ser iguales al 33% de los préstamos comerciales, educativos y para el pago de hipoteca

$$x_6 \geq 0.33(x_5+x_2+x_1)$$

La relación global de pagos irrecuperables no puede ser superior a 0.06

$$\frac{0.11x_1 + 0.04x_2 + 0.06x_3 + 0.09x_4 + 0.08x_5 + 0.03x_6}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6} < 0.06$$

Adicionalmente, en todo momento, los distintos tipos de préstamos no pueden tener valores negativos

$x_1 \geq 0$
$x_2 \geq 0$
$x_3 \geq 0$
$x_4 \geq 0$
$x_5 \geq 0$
$x_6 \geq 0$

Método Simplex Revisado

Función Objetivo:

$$\begin{aligned} Ganancias = {} & 0.13 * (1 - 0.11)x_1 + 0.09 * (1 - 0.04)x_2 + 0.3750 * (1 - 0.06)x_3 + 0.1072 \\ & * (1 - 0.09)x_4 + 0.1183 * (1 - 0.08)x_5 + 0.14 * (1 - 0.03)x_6 + (1 - 0.11)x_1 \\ & + (1 - 0.04)x_2 + (1 - 0.06)x_3 + (1 - 0.09)x_4 + (1 - 0.08)x_5 + (1 - 0.03)x_6 \end{aligned}$$

Restricciones

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 8.400.000.00$$
$$x_4 \geq 1.400.280.00$$
$$x_3 \geq 2.859.460.00$$
$$x_6 \geq 0.33(x_5 + x_2 + x_1)$$
$$\frac{0.11x_1 + 0.04x_2 + 0.06x_3 + 0.09x_4 + 0.08x_5 + 0.03x_6}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6} < 0.06$$
$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$
$$x_3 \geq 0$$
$$x_4 \geq 0$$
$$x_5 \geq 0$$
$$x_6 \geq 0$$

Se aplica propiedad distributiva en la función objetivo "Ganancias":

$$Ganancias = 0.13 \times (1-0.11)x_1 + 0.09 \times (1-0.04)x_2 + 0.3750 \times (1-0.06)x_3 + 0.1072 \times (1-0.09)x_4 + 0.1183 \times (1-0.08)x_5 + 0.14 \times (1-0.03)x_6 + (1-0.11)x_1 + (1-0.04)x_2 + (1-0.06)x_3 + (1-0.09)x_4 + (1-0.08)x_5 + (1-0.03)x_6 =$$

$$\begin{aligned} Ganancias = {} & 0.130x_1 - 0.014x_1 + 0.090x_2 - 0.004x_2 + 0.3750x_3 - 0.023x_3 + 0.1072x_4 \\ & - 0.010x_4 + 0.1183x_5 - 0.009x_5 + 0.14x_6 - 0.004x_6 + 0.89x_1 + 0.96x_2 \\ & + 0.04x_3 + 0.01x_4 + 0.92x_5 + 0.97x_6 \end{aligned}$$

Se aplica la suma y resta de términos semejantes:

$$Max\ Ganancias = 1.006x_1 + 1.046x_2 + 1.292x_3 + 1.007x_4 + 1.029x_5 + 1.106x_6$$

Posteriormente, se aplica la derivada en cada una de las variables, empezando desde x_1,x_2,x_3, x_4,x_5 hasta llegar a x_6

∂x_1=1.006

∂x_2=1.046

∂x_3=1.292

∂x_4=1.007

∂x_5=1.029

∂x_6=1.106

Progresivamente, se definen las derivadas parciales, siguiendo la definición de una derivada parcial de f con respecto a la k-ésima variable en el punto a, y se denota por $(a) = \lim_{t\to 0} \frac{f(a+te_k) - f(a)}{t}$.

Cuando esto ocurre, para todo $k \in I_N$, decimos que f es parcialmente derivable en a, y entonces tenemos N derivadas parciales, $\frac{\partial f}{\partial x_k}(a)$ con $k \in I_N$, definidas por la igualdad anterior.

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}(a) = Df(a)e_k \quad \forall\ k \in I_N$$

Derivadas parciales

$\partial x1\ x2$=0	$\partial x2\ x1$=0
$\partial x3\ x5$=0	$\partial x4\ x3$=0
$\partial x5\ x6$=0	$\partial x6\ x4$=0

El resto de las derivadas son 0 debido a que, al aplicar la primera derivada, ya no se obtuvo de resultado una variable, por lo que al aplicar la segunda derivada se debe de poner en 0, todo esto causado por la función objetivo de "Ganancias".

Se realiza el vector gradiente, en el cual se agrupan los resultados de las primeras derivadas dentro de un mismo vector, es decir, con los coeficientes de la función objetivo a través de una matriz columna, dicho más formalmente, cuando el campo f en a es, por definición, el vector $\nabla f(a) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(a), \frac{\partial f}{\partial x_2}(a), \dots, \frac{\partial f}{\partial x_N}(a)\right) = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_k}(a)\, e_k$, de modo que la k-ésima variable de f en a, para todo $k \in I_N$.

Vector gradiente

$$\nabla f = \begin{pmatrix} 1.006 \\ 1.046 \\ 1.292 \\ 1.007 \\ 1.029 \\ 1.106 \end{pmatrix}$$

Vector Hessiano

La matriz hessiana de un campo escalar $f = \mathbb{R}^n = \mathbb{R}$ es la matriz cuadrada de tamaño n x n que tiene como entradas las derivadas parciales de segundo orden.

Su definición es la siguiente:

$$Hess\ f(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(x) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1}(x) & \frac{\partial^2 d}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_n}(x) \end{pmatrix}$$

$$\nabla^2 f(x) = \begin{pmatrix} 1.896 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.824 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.292 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.029 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.106 \end{pmatrix}$$

Finalmente, se obtiene el vector Hessiano, matriz en donde se colocan en función de los valores de sus variables, es decir, la derivada que haya tenido x_1, ira en el elemento 1,1, y de esta manera sucesivamente con los valores que sean constantes, mientras que el resto será llenado con "0", todo esto definido en: Sea $\nabla^2 f(x) \in \mathbb{R}^{n+m}$

Entonces, el nuevo problema de programación lineal equivalente que resulta de incluir las variables de holgura se escribe como:

$$Max\ Ganancias = 1.006x_1 + 1.046x_2 + 1.292x_3 + 1.007x_4 + 1.029x_5 + 1.106x_6$$

$$s.a\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 8.400.000{,}00$$

$$x_4 \geq 1.400.280{,}00$$

$$x_3 \geq 2.859.460{,}00$$

$$x_6 \geq 0.33(x_5 + x_2 + x_1)$$

$$\frac{0.11x_1 + 0.04x_2 + 0.06x_3 + 0.09x_4 + 0.08x_5 + 0.03x_6}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6} = 0.06$$

$$x_1 \geq 0$$

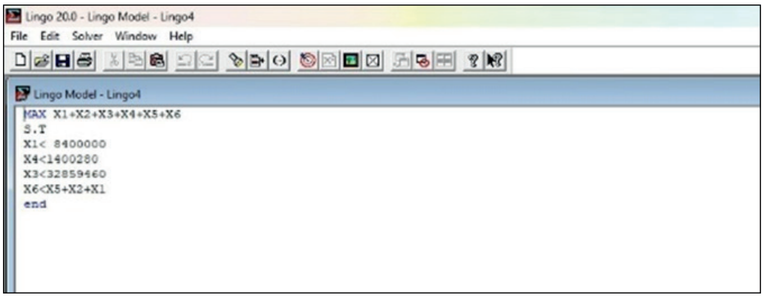
$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

Programa *Lingo*

Figura 1

Programa Lingo

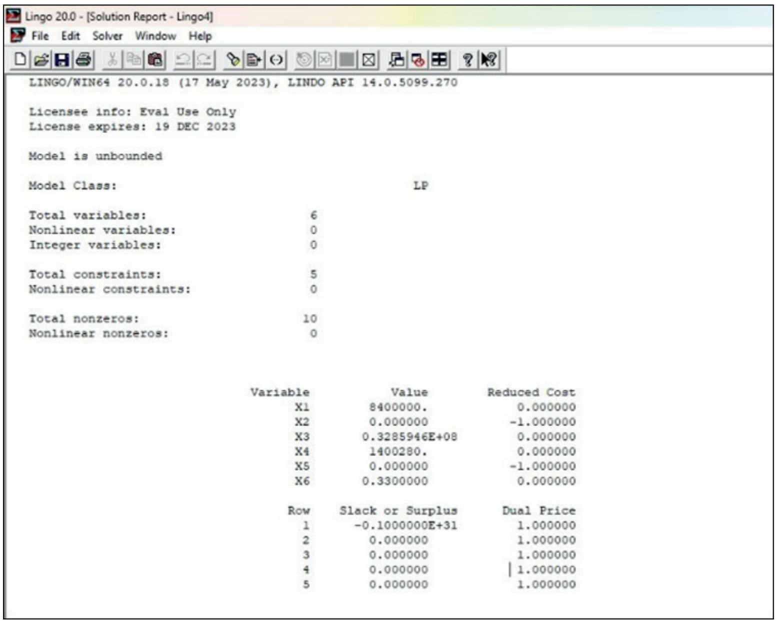


Para hacer la comparación en el programa *Lingo*, primero se debe de poner el comando "MAX" y posteriormente se plantea la operación con las variables x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6.

Posteriormente, se establecen las restricciones referentes al problema de programación lineal, introduciéndolas con el comando "S.T".

Figura 2

Solución de Lingo



En este contexto, se conoce en un principio el conteo total de variables, separándolas en variables no constantes y en integradas, además del total de constantes y las constantes no lineales, y el número total de números distintos de ceros, además de los números distintos de ceros no lineales.

Posteriormente, el sistema Lingo, demuestra que cada variable posee un valor, refiriéndose a cada una de las restricciones creadas, para de esta manera obtener un valor en costo reducido, en el cual este se ve en -1 justo en los valores de las variables en donde no se ha creado restricciones.

De otro lado, en la tabla 4 se encuentra la columna llamada “Fila”, del 1 al 5, luego otra columna llamada “Holgura de Excedente”, donde se presentan los valores de cada una de estas variables, representando lo que sobra de dinero para cada uno de los tipos de préstamos.

Tabla 3

Valores de costo reducido en cada variable

Variable	Valor	Costos Reducidos
X_1	8400000.	0.000000
X_2	0.000000	-1.000000
X_3	0.3285946×10^8	0.000000
X_4	1400280	0.000000
X_5	0.000000	-1.000000
X_6	0.3300000	0.000000

Tabla 4

Valores de la variable holgura de excedente en el precio doble

Fila	Holgura de Excedente	Precio Doble
1	$-0.1000000 \times 10^{31}$	1.000000
2	0.000000	1.000000
3	0.000000	1.000000
4	0.000000	1.000000
5	0.000000	1.000000

4. Conclusiones

En resumen, El Programa *Lingo* se destaca como la herramienta más eficaz para aprender y abordar problemas de programación lineal gracias a sus diversas funcionalidades y características especializadas. Aunque permite la aplicación de comandos y resuelve ejercicios de manera rápida, proporcionando puntos óptimos, podría considerarse un aplicativo con suficiente validez para el aprendizaje de la programación. Quizá un punto en contra lo representa el hecho de que, al proporcionar los resultados de manera instantánea, omite el proceso paso a paso, limitando nuestra comprensión del desarrollo. Por otro lado, el Método Simplex Revisado, a pesar de requerir más tiempo debido a la presencia de matrices-vectores, puede considerarse como otro enfoque válido en el cual también se pueden resolver funciones lineales.

En respuesta a la pregunta de investigación sobre el papel de *Lingo* en la resolución de problemas de programación lineal en la vida cotidiana, se destaca su contribución al proporcionar los puntos óptimos en relación con cada variable. Esto demuestra en qué casos trae beneficios aplicar la medida estudiada y en qué casos no lo es. Por otro lado, al emplear el Método Simplex Revisado, se pueden encontrar soluciones mediante el uso de matrices, permitiendo la identificación de valores negativos o positivo.

Referencias

Hernández et al. (2014). *Metodología de la investigación* (6a. ed. --.). McGraw-Hill.

Hummel, K. T. (2006). *Lingo 8.0 Tutorial.* https://www.columbia.edu/~cs2035/courses/ieor3608.F06/lingo-tutorial.pdf

Kacis et al. (2021). Formación de la habilidad modelar problemas de programación lineal. Análisis en el entorno virtual de enseñanza-aprendizaje. *Referencia Pedagógica, 9*(2), 162-174. Epub 05 de enero de 2022. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2308-30422021000200162&lng=es&tlng=es

Maskur, R., Suherman, S., Andari, T., Anggoro, S., & Muhammad, R. (2022). La comparacion y modelos basado en estudios K-13 . *Revista UM , 70*(22), 1-26. http://dx.doi.org/10.6018/red.50770

Moncayo Martínez, L. A., & Muñoz, D. F. (2018). Un sistema de Apoyo para la enseñanza del método simplez y su implementación en computadora. *Formación Universitaria, 11*(6), 29.40. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062018000600029

Ortiz, J. Á. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de la programación líneal utilizando geogebra y phpsimplex en el quinto grado de educación secundaria*. https://repositorio.unheval.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13080/2061/TM_Ortiz_Ramon_Julia.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Puente et al. (2018). Programacion lineal para la toma de decisiones. http://cimogsys.espoch.edu.ec/direccion-publicaciones/public/docs/books/2019-09-19-210805-58%20Libro%20Programacio%CC%81n%20Lineal%20final.pdf

Simg et al. (2022). El papel de los conceptos geométricos como base para el aprendizaje del método simplex. Educación matemática, 34(1), 70-99. Epub 06 de junio de 2022. https://doi.org/10.24844/em3401.03

Vera Pisco, D. G., Angelita del Jesús , Z. C., & Amarilis Carolina, L. P. (2023). Desafios de la educación matemática en estudiantes universitarios. *Revista peruana de investigación e inovación educativa, 3*(1), 2-6. https://doi.org/10.15381/rpiiedu.v3i1.23643

Villalba Gómez, J. V., & Robles Moral, F. J. (2021). Del árbol al cuadrado: Un proyecto didáctico STEAM para Educación Primaria. *Revista de Educación, 30*(59), 275-293. https://doi.org/https://doi.org/10.18800/educacion.202102.014

Conflicto de intereses / Competing interests:

Los autores no incurren en conflictos de intereses.

Rol de los autores / Authors Roles:

DGVP: Conceptualización, investigación, escritura-preparación del borrador original, redacción-revisión y edición.

DSP: Conceptualización, investigación, escritura-preparación del borrador original.

DSMB: Conceptualización, investigación, escritura-preparación del borrador original, redacción-revisión y edición.

FMCM: Conceptualización, investigación, escritura-preparación del borrador original, redacción-revisión y edición.

Fuentes de financiamiento / Funding:

Esta investigación se realizó con el financiamiento de los autores.

Aspectos éticos / legales; Ethics / legals:

Los autores declaran no haber violado u omitido normas éticas o legales al realizar la investigación.