

---

# Sistemas de inferencia basados en Lógica Borrosa: Fundamentos y caso de estudio

---

Rolando Alberto Maguiña Pérez

Universidad Nacional Mayor de San Marcos  
Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática

rolando\_maguina@yahoo.com

---

## RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo presentar los fundamentos de los sistemas inteligentes basados en lógica borrosa, conocidos también como Sistemas de Inferencia Borroso (SIB). Se define inicialmente los conjuntos borrosos, las operaciones que se pueden efectuar con ellos, y las funciones de pertenencia. Enseguida se presentan los principios de la lógica borrosa y de los sistemas de inferencia borrosa, y se describen los módulos que los conforman. Se presenta asimismo un caso de estudio y finalmente se mencionan las conclusiones del trabajo. En los experimentos computacionales se usó el sistema software denominado *FISI Logic*, desarrollado en el curso de Sistemas Inteligentes durante el semestre 2009-2 de la Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

**Palabras clave:** Lógica borrosa, lógica difusa, sistemas de inferencia borroso, conjuntos borrosos, sistemas inteligentes, computación suave.

## ABSTRACT

This article aims to present the foundations of intelligent systems based on fuzzy logic, also known as Fuzzy Inference Systems (FIS). It initially defines the fuzzy sets, operations can be performed with them, and the membership functions. Then we present the principles of fuzzy logic and fuzzy inference systems (SIB), and describes the modules that make them up. It also presents a case study and finally mentions the conclusions of the work. In the computational experiments we used the software system called *FISI Logic*, developed in the Intelligent Systems course during the 2009-2 semester the Faculty of Engineering and Computer Systems of the National University of San Marcos.

**Key words:** Fuzzy logic, fuzzy logic, fuzzy inference systems, fuzzy sets, intelligent systems, soft computing.

## 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años han surgido varias técnicas inteligentes, tales como la Lógica Borrosa, Redes Neuronales, Algoritmos Genéticos y Razonamiento Probabilístico, las cuales se han agrupado bajo el nombre de Computación Suave o Soft Computing. Este nombre es usado para diferenciarla de la computación “dura”, “hard” o tradicional. En palabras de Lotfi Zadeh, reconocido experto mundial en la materia, “es la antítesis de la computación actual, asociada con la rigidez, la fragilidad, la inflexibilidad y la estupidez. Los métodos de la computación dura no proveen de suficientes capacidades para desarrollar e implementar sistemas inteligentes” [1].

La lógica borrosa es una generalización de la lógica tradicional, pues las variables no asumen dos valores antagónicos (uno-cero, negativo-positivo), sino que hay una graduación: muy negativo, medio negativo, poco negativo, aproximadamente cero, poco positivo, medio positivo, muy positivo. Permite incorporar a la computadora esquemas de pensamiento típicamente humanos, haciendo posible expresar en términos lingüísticos el conocimiento de uno o varios expertos en un dominio dado; este conocimiento puede ser aprovechado en la computadora a través de algoritmos adecuados.

La implementación de los sistemas basados en lógica difusa se puede hacer con entornos de desarrollo tales como fuzzyTech [2], Fuzzy Logic Toolbox/MATLAB [3], FuzzyCLIPS [4], FIDE [5] y el entorno Xfuzzy [6]; las dos primeras son las de uso más extendido, tanto en el mundo académico como el profesional. Se puede mencionar también al sistema software denominado FISI Logic [7], que se ha desarrollado en la facultad e Ingeniería de Sistemas e Informática – UNMSM como proyecto computacional del curso Sistemas Inteligentes. Esta herramienta aun en su versión inicial, permite el diseño de sistemas de inferencia borroso, para abordar problemas de ingeniería.

El presente trabajo tiene como objetivo difundir los sistemas basados en lógica borrosa en nuestra facultad, haciendo énfasis en sus aplicaciones en diversas áreas del conocimiento pues su uso no está restringido a la ciencia de la computación, sino que también puede aplicarse a otras áreas tales como ingeniería de control, robótica, etc. Como una consecuencia natural de ello se espera puedan desarrollarse proyectos de

investigación y de desarrollo en los que se aplique esta técnica inteligente, y aumente el número de publicaciones sobre el tema.

En la segunda parte de este artículo se presentan los principios de los conjuntos borrosos, la lógica borrosa y los sistemas de inferencia borroso (SIB). Asimismo, en la tercera parte se presenta un caso de estudio en el que se aplica ese sistema inteligente para resolver un problema de control no lineal. Para profundizar en este tema tan relevante y en boga de la Inteligencia Artificial se puede consultar referencias tales como [8], [9] y [10].

## 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### 2.1. Conjuntos clásicos

El punto de partida en la teoría de conjuntos son las nociones de *elemento* y de *conjunto* [11]. Un conjunto típicamente se define genéricamente como una colección de elementos, los cuales poseen alguna propiedad en común que los hace susceptibles de pertenecer al conjunto.

En un conjunto clásico (crisp) se asigna el valor 0 ó 1 a cada elemento para indicar la pertenencia o no a dicho conjunto. El concepto de pertenencia puede expresarse numéricamente mediante una función característica o de pertenencia, tal como:

$$\varphi_A : U \rightarrow \{0,1\}, \text{ dada por } \varphi_A(x) =$$

$$\begin{cases} 1, & \text{si } x \text{ pertenece a } A \\ 0, & \text{si } x \text{ no pertenece a } A \end{cases}$$

Ejemplo: Sea el conjunto de estudiantes {Lucía, Óscar, Marcos, Roberto, Marta}, el predicado  $P = \text{“no ser de Lima”}$  y la siguiente tabla en donde se recogen las ciudades de origen de cada uno de ellos:

Nombre	Ciudad de origen
Lucía	Trujillo
Óscar	Cercado - Lima
Marcos	Lince - Lima
Roberto	Ica
Marta	Chiclayo

Expresamos el subconjunto de los estudiantes que provienen de otras ciudades, H, de la siguiente forma:

$$H = \{\text{Lucía, Roberto, Marta}\}$$

La función de pertenencia de A tendrá los siguientes valores:

$$\mu_P(\text{Lucía}) = 1; \mu_P(\text{Óscar}) = 0; \mu_P(\text{Marcos}) = 0; \mu_P(\text{Roberto}) = 1; \mu_P(\text{Marta}) = 1;$$

Cualquier conjunto puede definirse por los pares que forman cada elemento x del universo y su función característica [11]:

$$A = \{(x, \varphi_A(x)) / x \in U\}$$

Por ejemplo, el conjunto  $A = \{7, 9, 17, 23, 34, 77\}$  se puede representar por su función característica:

$$\varphi_A(x) = 1, \text{ para } x \in \{7, 9, 17, 23, 34, 77\}$$

$$0, \text{ caso contrario}$$

**2.2. Conjuntos borrosos**

Un conjunto borroso es un conjunto que puede contener elementos cuya pertenencia al mismo no es absoluta sino gradual. Es decir, que la propiedad  $\mu_A(x) \in A$  puede ser cierta con un grado de verdad. Los conjuntos borrosos fueron introducidos por Lofti Zadeh [12].

Para cada conjunto borroso, existe asociada una función de pertenencia para sus elementos, que indican en qué medida el elemento forma parte de ese conjunto difuso.

Mediante notación matemática se define un conjunto borroso como:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in U\}$$

Otra forma de notación es:

$$A = \{x | \mu_A(x) / x \in U\}$$

Ejemplo: Dado el universo de personas  $X = \{p1, p2, p3, p4, p5\}$  y el predicado B = "bondad", el subconjunto  $J = \{\text{personas bondadosas}\}$  puede definirse por:

$$J = \{p1|0.5, p2|0.9, p3|0.2, p4|0.4, p5|0.6\}$$

mediante la función de pertenencia con los valores:

$$\mu_B(p1) = 0.5; \mu_B(p2) = 0.9; \mu_B(p3) = 0.2;$$

$$\mu_B(p4) = 0.7; \mu_B(p5) = 0.6$$

Por ejemplo, la persona p1 es bondadosa con un grado 0.5 mientras que la persona p3 lo es con grado 0.2.

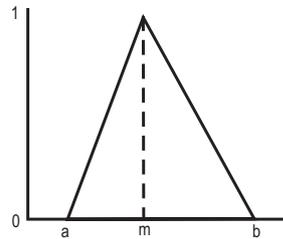
**2.2.1. Funciones de pertenencia**

Los elementos de un conjunto borroso A pueden definirse mediante la función de pertenencia, la cual denota mediante  $\mu_A(x) \in [0,1]$ , el grado con el que un elemento x pertenece a A. En otras palabras, esta función empareja los elementos x de un dominio o Universo de discurso U con elementos del intervalo [0,1]:

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1]$$

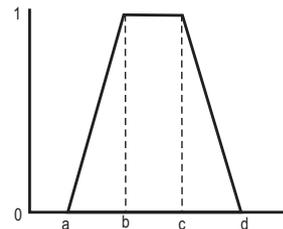
Cuanto más cerca esté  $\mu_A(x)$  del valor 1, mayor será la pertenencia del objeto x al conjunto A. Los valores de pertenencia varían entre 0 (no pertenece en absoluto) y 1 (pertenencia total).

Las formas de las funciones de pertenencia típicas son trapezoidales, lineales y curvas. En las figuras 1 al 4 se muestran algunas de las funciones más usadas para la caracterización de conjuntos borrosos.



$$\text{Función } \mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq a \\ [(x - a) / (m - a)], & \text{si } a < x \leq m \\ [(b - x) / (b - m)], & \text{si } m < x < b \\ 0, & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

Figura 1. Función triangular.



$$\text{Función } \mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < a \text{ ó } x > d \\ [(x - a) / (b - a)], & \text{si } a < x \leq b \\ 1, & \text{si } b \leq x \leq c \\ [(d - x) / (d - c)], & \text{si } c \leq x < d \end{cases}$$

Figura 2. Función trapezoidal

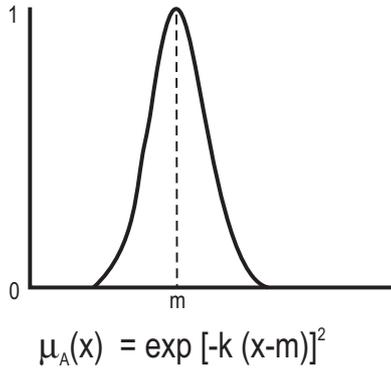


Figura 3. Función gaussiana.

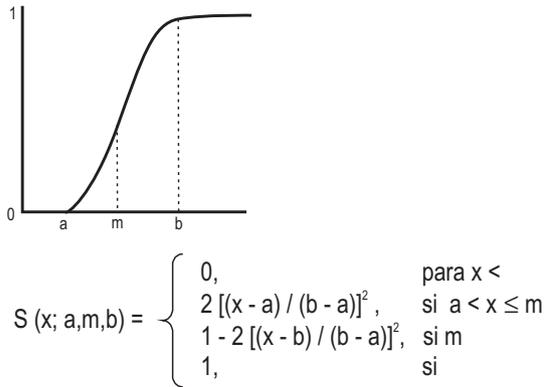


Figura 4. Función S

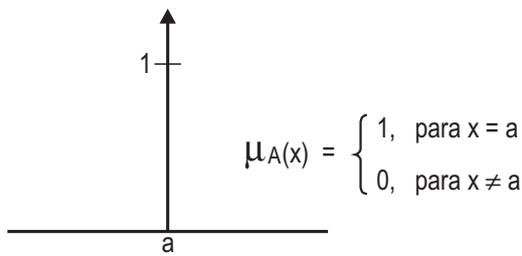


Figura 5. Función Singleton

### 2.3. Operaciones con conjuntos borrosos

#### 2.3.1. Intersección borrosa

Sean dos conjuntos borrosos A y B, definidos sobre un mismo universo de discurso, asociados a la variable x. La intersección borrosa se define como un conjunto

borroso  $A \cap B$  cuya función de pertenencia viene dada por:

$$(AND): \min(A,B): \mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

#### 2.3.2. Unión borrosa

Sean dos conjuntos borrosos A y B definidos sobre un mismo universo de discurso, asociados a la variable x. La intersección borrosa se define como un conjunto borroso  $A \cup B$  cuya función de pertenencia viene dada por:

$$\text{Unión borrosa (OR): } \max(A,B): \mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

#### 2.3.3. Negación borrosa

Dado un conjunto borroso  $A \subset U$  se define su complemento como el conjunto borroso cuya función de pertenencia viene dada por:

$$N(A(x)) = 1 - \mu_A(x)$$

Las operaciones de intersección y unión de conjuntos borrosos pueden generalizarse mediante las normas triangulares y las co-normas triangulares, respectivamente. La operación de negación o complemento puede también generalizarse mediante las familias de negaciones Sugeno y Yager. Mayor información sobre estos operadores borrosos se puede encontrar en las referencias [8], [9] y [10].

### 2.4. Lógica borrosa

La lógica borrosa o fuzzy logic [13] es un sistema lógico que formaliza el razonamiento aproximado y se desarrolló a partir de la teoría básica de conjuntos borrosos establecidos por Lotfi Zadeh [12]. En la lógica borrosa se usan reglas heurísticas de la forma SI (antecedente), ENTONCES (consecuente), donde el antecedente y el consecuente son también conjuntos borrosos, ya sean puros o resultado de operar con ellos.

En el razonamiento aproximado, no preciso, se puede inferir una conclusión, aunque el hecho no verifique plenamente la regla. La conclusión se parecerá más a la conclusión formal de la regla original cuanto mayor sea el grado de cumplimiento de la regla por parte del hecho [11].

Se utiliza cuando la complejidad del proceso en cuestión es muy alta y no existen modelos matemáticos precisos, para procesos altamente no lineales y cuando se involucran definiciones y conocimiento no estrictamente definido (impreciso o subjetivo). En cambio, no es una buena idea usarla cuando algún modelo matemático ya soluciona eficientemente el problema, cuando los problemas son lineales o cuando no tienen solución.

Los sistemas inteligentes basados en lógica borrosa constituyen actualmente una de las técnicas de la Inteligencia Artificial más utilizadas en aplicaciones prácticas, dentro del ámbito industrial y empresarial, en tareas como clasificación, reconocimiento de patrones, control, etc. [14].

## 2.5. Sistema de Inferencia Borroso (SIB)

Son sistemas expertos con razonamiento aproximado que mapean un vector de entradas a una salida única (escalar). Se basan en la lógica borrosa para efectuar ese mapeo.

En la figura se muestra la arquitectura de un SIB mostrando los módulos que lo conforman y la forma en que se relacionan. Enseguida describiremos sucintamente cada uno de los módulos y las operaciones que se realizan en cada uno de ellos.

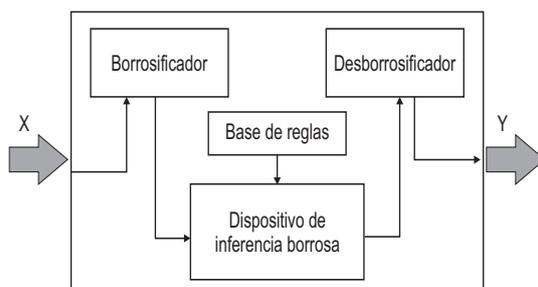


Figura 6. Arquitectura de un SIB

### 2.5.1. Borrosificador

En la etapa de borrosificación se toman los datos de entrada y se determina el grado en que pertenecen a cada uno de los conjuntos borrosos a través de las funciones de pertenencia. La conversión de los datos de entrada a valores lingüísticos expresa la proporción de la similitud del dato a cada término lingüístico de

la variable. Se implementa generalmente mediante la función singleton.

### 2.5.2. Base de Reglas Borrosas (BRB)

Las reglas borrosas se pueden definir como la combinación de uno o más conjuntos borrosos de entrada llamados antecedentes y a los que se les asocia un conjunto borroso de salida llamado consecuente [15].

Los conjuntos borrosos de entrada se asocian mediante operadores borrosos. Al aplicar un operador sobre los conjuntos borrosos se obtiene otro conjunto borroso.

#### a) Reglas de tipo Mamdani

El formato de estas reglas es:

SI  $u_1$  es  $A_1$  Y  $u_2$  es  $A_2$  Y...Y  $u_n$  es  $A_n$  ENTONCES  $v$  es  $B$

donde los  $u_j$  y  $v$  son variables lingüísticas, y los  $A_j$  y  $B$  representan los valores lingüísticos (términos lingüísticos asociados a conjuntos borrosos) que dichas variables pueden asumir. Los sistemas que usan este tipo de reglas fueron propuestos por Mamdani en [16].

Cada una de las reglas tiene un lado izquierdo (LI) formado por uno o varios antecedentes y un lado derecho (LD) (consecuente), por ejemplo "SI la temperatura es alta y la presión es media ENTONCES bajar un poco el caudal de combustible".

Ventajas del método Mamdani: Es más intuitivo, está ampliamente aceptado, se adapta mejor al lenguaje humano.

#### b) Reglas de tipo Sugeno

El formato para este tipo de reglas es:

SI  $u_1$  es  $A_1$  Y  $u_2$  es  $A_2$  Y...Y  $u_n$  es  $A_n$  ENTONCES  $v = f(u_1, u_2, \dots, u_n)$

donde los  $u_j$  son las variables lingüísticas de entrada, los  $A_j$  son los valores lingüísticos que dichas variables pueden asumir,  $v$  es la variable de salida y  $f$  representa una función lineal de las entradas.

A los sistemas que usan este tipo de reglas se les conoce como sistemas TSK [17], en honor a sus creadores.

Ventajas del método Sugeno: eficiente en términos de computación, funciona bien con técnicas lineales, funciona bien con técnicas de optimización y técnicas adaptativas, garantiza la continuidad en la

superficie de salida del sistema, se adapta mejor al análisis matemático.

### 2.5.3. Mecanismo de inferencia

Se entiende por inferencia borrosa la interpretación de las reglas del tipo SI-ENTONCES con el fin de obtener las conclusiones de las variables lingüísticas de salida, a partir de los actuales valores de las variables de entrada. La inferencia se basa en el paradigma Modus Ponens Generalizado, el cual se puede interpretar como la transformación de los grados de cumplimiento del lado izquierdo de las reglas a grados de posibilidad de los lados derechos de las mismas.

El mecanismo de inferencia representa el núcleo del SIB pues agrupa toda la lógica de inferencia borrosa del sistema, del barrido de las reglas durante ésta, la determinación de las reglas activadas, etc. [11]. Cada regla tiene un nivel de *disparo* que depende del *grado* de similitud que guarda, del estado actual de las variables de entrada del sistema y la estructura de los antecedentes de cada regla.

#### a) Inferencia en sistemas Mamdani

Comprende dos fases básicas:

##### a.1) Cálculo de la parte SI de las reglas

Evalúa el grado de certeza o activación del lado izquierdo (LI) de cada regla para los valores actuales de las variables de entrada.

Si la regla que se evalúa es la "n", el grado de certeza o activación se representa por  $\mu_{LI}(n)$ . Si las reglas están representadas de forma canónica, en esta fase se usan generalmente los operadores Mínimo y Producto para evaluar el "and" que conecta las proposiciones del lado izquierdo.

##### a.2) Cálculo de la parte ENTONCES de las reglas

A partir del grado de activación se determina la conclusión de la regla. Asigna a cada variable de salida del consecuente el conjunto borroso correspondiente modificado en el grado especificado por  $\mu_{LI}(n)$ . La función de pertenencia del conjunto modificado se representa por  $\mu_{LD}(n)(v)$ , donde "n" es la regla evaluada y "v" es la variable de salida.

La modificación del conjunto borroso de salida en el grado especificado por  $\mu_{LI}(n)$  se realiza mediante la implicación borrosa, que definimos a continuación.

#### Implicación borrosa

Si se definen dos conjuntos borrosos A y B en los universos de discurso U y V, respectivamente, una implicación borrosa de A en B,  $A \rightarrow B$ , es una relación borrosa en  $U \times V$  que se determina con:

- **Implicación Zadeh.** Se implementa mediante el producto acotado. No se usa para aplicaciones de ingeniería:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x,y) = \min \{1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)\}$$

- **Implicación Mamdani.** El método de Mamdani es el más usado de las implicaciones borrosas, y se implementa con el mínimo:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x,y) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

- **Implicación Larsen.** Se implementa mediante el producto:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x,y) = \mu_A(x) \mu_B(y)$$

Aunque hay muchas implicaciones borrosas las de Mamdani y Larsen son las de más fácil implementación y las más usadas.

##### a.3) Agregación

Supongamos que tiene la base de reglas:

Regla 1:

SI  $u_1$  es  $A_1$  Y  $u_2$  es  $A_2$  Y...Y  $u_n$  es  $A_n$   
ENTONCES  $v$  es  $B_1$

Regla 2:

SI  $u_1$  es  $A_1$  Y  $u_2$  es  $A_2$  Y...Y  $u_n$  es  $A_n$   
ENTONCES  $v$  es  $B_2$

.....

Regla M:

SI  $u_1$  es  $A_1$  Y  $u_2$  es  $A_2$  Y...Y  $u_n$  es  $A_n$   
ENTONCES  $v$  es  $B_M$

En cada regla los subíndices j en los consecuentes  $B_j$  se refieren al número de la regla, y los subíndices i en los antecedentes  $A_i$ , se refieren a los términos lingüísticos asociados a las variables  $u_i$ .

En cada regla se evalúa primero su lado izquierdo y luego su lado derecho, según lo in-

dicado en las subsecciones anteriores. Se obtienen M conjuntos borrosos como resultado de la evaluación de las M reglas borrosas. En caso dos o más de los M conjuntos borrosos correspondan al mismo término lingüístico, el valor de posibilidad en el lado derecho para dicho término se obtiene aplicando el operador máximo a los valores de activación. Finalmente el conjunto borroso global de salida está dado por la unión o agregación borrosa de los conjuntos borrosos resultantes  $B_j$  para cada regla:

$$B = B_1 \oplus B_2 \oplus \dots \oplus B_M$$

donde  $\oplus$  significa operador máximo. Aunque hay otros operadores disponibles, el máximo es el más usado para efectuar esta operación.

En la figura 7 se muestra la configuración básica de un sistema tipo Mamdani.

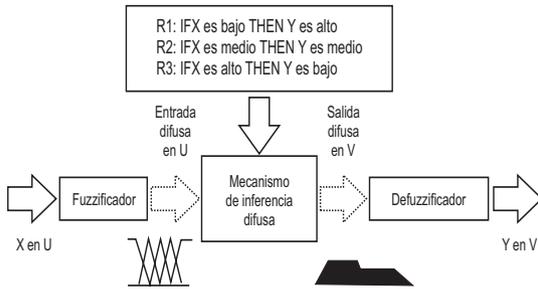


Figura 7. Sistemas Mamdani

**b) Inferencia en sistemas Sugeno**

En lugar de trabajar con una salida borrosa, Takagi, Sugeno y Kang [17] propusieron un nuevo modelo basado en reglas donde el antecedente está compuesto de variables lingüísticas y el consecuente se representa como una función lineal de las variables de entrada.

**b.1) Cálculo de la parte SI de las reglas**

El cálculo del lado izquierdo de las reglas borrosas en estos sistemas es el mismo que en los sistemas Mamdani; al aplicar el operador de implicación escogido se obtiene un grado de pertenencia o activación  $\alpha_j$  para cada una de las reglas disparadas.

**b.2) Cálculo de la parte ENTONCES de las reglas**

En el lado derecho de estas reglas se obtiene el respectivo valor de salida mediante la combinación lineal de las entradas:

$$v_j = f(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

donde el subíndice en la variable de salida  $v_j$  se refiere al número de la regla disparada.

En la figura 8 se muestra la configuración básica de un sistema tipo Mamdani.

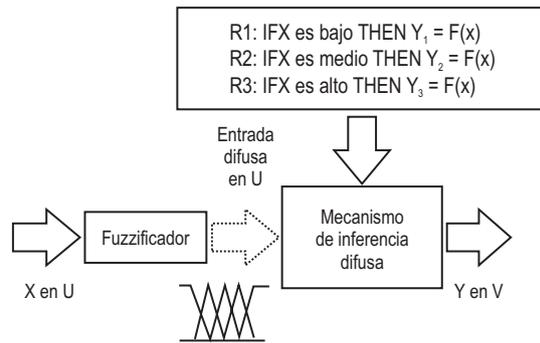


Figura 8. Sistemas Sugeno

**b.3) Salida en sistemas Sugeno**

La salida de un sistema borroso TSK que usa una base de conocimiento con M reglas se obtiene como la media ponderada de las salidas individuales  $v_j$  ( $i= 1, \dots, M$ ) proporcionadas por las reglas disparadas, como sigue:

En esta expresión  $v_j = f_j(u_1, u_2, \dots, u_n)$  es la salida de cada regla borrosa disparada, y  $\alpha_j$  es el nivel de activación o disparo que resulta de la inferencia para cada una de ellas.

$$\frac{\sum \alpha_j * f_j(u_1, u_2, \dots, u_n)}{\sum w_j}$$

**2.5.4. Desborrosificación**

La desborrosificación es el proceso de convertir los valores borrosos de las variables de salida que resultan del proceso de inferencia, en información precisa expresada mediante un valor nítido. Esta etapa es necesaria en los sistemas Mamdani, porque el conjunto bo-

roso de salida para estos sistemas no es directamente utilizable para dar una información precisa al operador o mandar un accionador, es necesario pasar del “mundo borroso” al “mundo real”.

La selección del método de desborrosificación puede jugar un papel decisivo en la síntesis de modelos difusos para muchas áreas de aplicación. Particularmente dentro del área de control difuso, su influencia puede ser determinante en el comportamiento y la robustez del controlador.

Presentamos a continuación una breve descripción de algunos de los principales métodos de desborrosificación, los denominados Centro de Máximos (CoM), Suma de los Centros de Áreas (SCOA) y Centro de Áreas (CoA). Se tomó como base para la descripción de estos métodos los conceptos vertidos en la referencia [18] sobre este tema.

**a) Centro de Máximos (COM)**

En este método se consideran los k términos lingüísticos de la variable borrosa de salida que resultan de la aplicación de la inferencia, y sus valores máximos de pertenencia,  $c_{maxk}$ , tal que  $\mu(c_{maxk}) = 1.0$ . A los  $c_{maxk}$  se les conoce también como los “valores típicos” de la variable.

La contribución de cada regla al valor de salida nítido  $y_{COM}$  es ponderada mediante la altura  $\alpha_j$  de la j-ésima conclusión de la siguiente manera:

$$y_{COM} = \frac{\sum_k c_{maxk} * \alpha_j}{\sum_j \alpha_j}$$

El CoM es un método bastante eficiente, sobre todo si se utilizan funciones simétricas, ya que con bajo costo computacional permite obtener valores de y plausibles.

**b) Suma de los Centros de Áreas (SCOA)**

En el método anterior no se toma en cuenta el perfil de las funciones de pertenencia. El método de Suma de los Centros de Area permite añadir esta información produciendo, como era previsible, que el costo computacional aumente de manera notoria. La idea de este método es considerar individualmente el centro de gravedad (área cuando es una sola salida) de los conjuntos borrosos obtenidos

en la aplicación de la inferencia y, posteriormente, efectuar la media ponderada del conjunto total, el que resulta de la agregación de dichos conjuntos borrosos. Esto puede ser calculado, si la función de pertenencia  $\mu_B(y)$  es continua, con:

$$\frac{\int_S y \sum \mu_B(y) dy}{\int_S \mu_B(y) dy}$$

En esta expresión matemática “y” es la variable de integración y “S” es el soporte del conjunto borroso global.

Este método presenta la limitación de que el área de superposición entre una conclusión y otra es tomada en cuenta dos veces lo que puede producir efectos indeseables, dependiendo del caso que se aborde.

**c) Centro de Área (COA)**

La idea de este método es similar al anterior pero corrige el efecto de superposición de las áreas entre una conclusión y otra, que se producía en el método SCOA. Esto se hace simplemente tomando en cuenta las áreas sólo una vez; para ello se considera únicamente el perfil de la función de pertenencia que resulte mayor en cada punto.

Esto puede ser calculado, si la función de pertenencia  $\mu_B(y)$  es continua, con:

$$\frac{\int_S \mu_B(y) y dy}{\int_S \mu_B(y)}$$

Los símbolos “u” y “S” poseen el mismo significado que en la expresión anterior.

Aunque las expresiones matemáticas de los métodos COA y SCOA pueden parecer muy similares, el costo computacional del COA es bastante superior ya que requiere calcular o bien los puntos de intersección entre cada una de las funciones que intersectan, o bien, algo aún más costoso, evaluar todas las funciones punto a punto y seleccionar el de mayor valor en cada caso.

### 3. CASO DE ESTUDIO - SISTEMA DE CONTROL BORROSO DE UNA GRÚA

#### 3.1. Planteamiento del problema

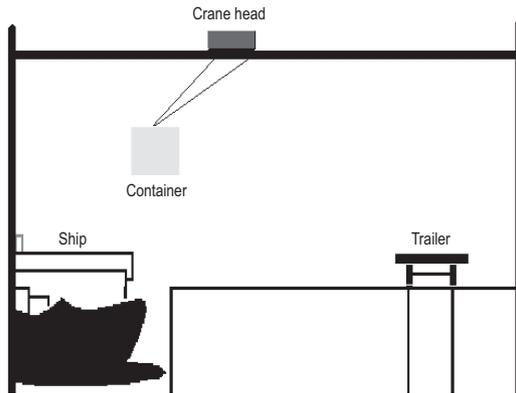


Figura 9

Un problema bastante interesante es el planteado en el sitio Web de la empresa Inform, quien desarrolla el software privativo denominado fuzzyTech [5], acerca de diseñar el controlador borroso de una grúa pòrtico para contenedores. Enseguida se presenta una descripción del mismo basada en las referencias [19], principalmente, y en [20]:

Para descargar/cargar contenedores desde/a los barcos, en la mayoría de los puertos se usan grúas pòrticos. A través de cables flexibles montados en su cabezal una grúa levanta un contenedor y luego el carro de la grúa se desplaza sobre unos rieles, trasladando el ahora contenedor colgante hasta el lugar de descarga (ver Figura 9). En el otro extremo del pòrtico está la cabina de comando y control. Por razones de costo las acciones de cargar y descargar barcos se debe hacer en el mínimo tiempo posible.

Cuando se levanta un contenedor y se inicia el movimiento del carro, el contenedor comienza a balancearse, pero esto no constituye un problema serio durante el desplazamiento debido a que está fuertemente sujeto impidiendo algún posible desprendimiento. El problema de control surge cuando ya estando sobre el lugar de descarga se debe esperar a que el balanceo del contenedor se amortigüe lo suficiente para descargarlo. Otra posibilidad es mover suavemente el contenedor en su movimiento vertical de modo que minimice el balanceo pero ello constituye también un proceso demorado.

Abordaremos el problema asumiendo los siguientes valores de entrada para el sistema:

$$\text{Ángulo (angle)} = 2 \quad \text{Distancia (distance)} = 40$$

#### 3.2. Solución analítica del problema

A continuación presentamos de forma resumida las fases de análisis y diseño del sistema de inferencia borroso que usaremos para resolver el problema planteado.

##### 3.2.1. Variables lingüísticas y términos lingüísticos

A partir de la descripción del problema podemos definir claramente que las variables del sistema son:

Variables lingüísticas de entrada: el ángulo entre el contenedor y el cabezal de la grúa (*Ángulo, angle*) y la distancia entre el cabezal de la grúa y la posición meta (*Distancia, distance*).

Variables lingüísticas de salida: la potencia del motor de la grúa (*Potencia, power*).

El sistema de control automatizado de la grúa dispondrá de sensores especializados para determinar la posición del cabezal de la grúa y para el ángulo de oscilación del contenedor. El controlador borroso proporcionará la potencia del motor de la grúa requerida para desplazar el contenedor desde su posición inicial hasta su posición meta en el menor tiempo posible. En la Fig. 10 se muestra un esquema del problema y en la 11, la estructura del sistema de control borroso para resolverlo.

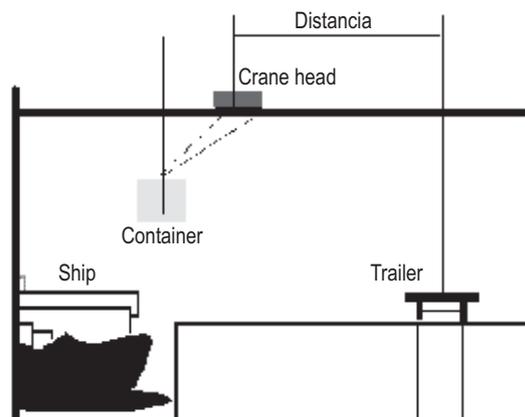


Figura 10

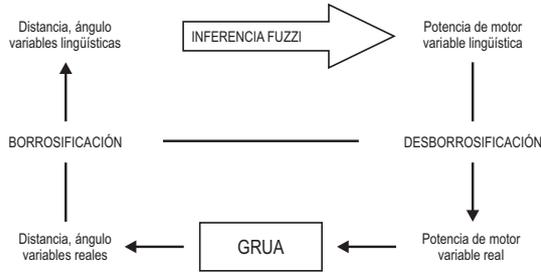


Figura 11

Enseguida definimos los términos lingüísticos para cada variable.

a) Ángulo (angle)

Universo de discurso: -90 grados - 90 grados

Conjuntos borrosos: ángulo  $\in$  {pos\_grande, pos\_pequeño, cero, neg\_pequeño, neg\_grande}

b) Distancia (distance)

Universo de discurso: -10 - 30 yardas

Conjuntos borrosos: distancia  $\in$  {lejos, media, cerca, cero, excedido}

c) Potencia del motor (Power)

Universo de discurso: -27 - 30 KW

Conjuntos borrosos: potencia  $\in$  {pos\_alta, pos\_media, cero, neg\_media, neg\_alta}

Usaremos las funciones de pertenencia mostradas en las figuras 12 y 13 para los términos lingüísticos (conjuntos borrosos) de las variables de entrada, y las de la 14 para la de salida.

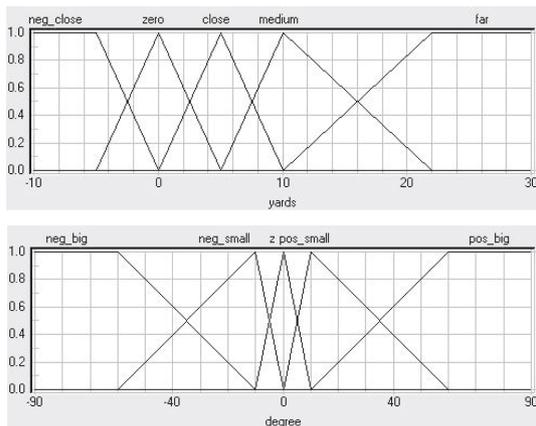


Figura 11

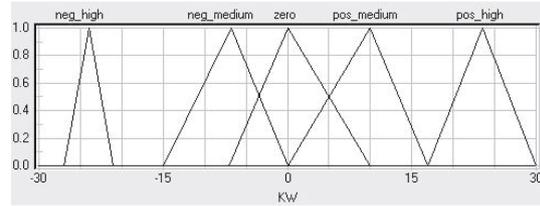


Figura 12

3.2.2. Base de reglas borrosas

A partir del conocimiento obtenido empíricamente por los operadores de la grúa, los expertos en este dominio, se ha definido la siguiente base de reglas borrosas (BRB):

R1: SI Ángulo=pos\_peq(pos-small) Y Distancia=cero ENTONCES Potencia=neg\_medium

R2: SI Ángulo =cero Y Distancia=cero ENTONCES Potencia=cero.

R3: SI Ángulo=pos\_peq(pos\_small) Y Distancia=cerca (close) ENTONCES Potencia= neg\_medium

R4: SI Ángulo=cero Y Distancia=cerca(close) ENTONCES Potencia=cero

R5: SI Ángulo=neg\_peq(neg\_small) Y Distancia=cerca (close) ENTONCES Potencia=pos\_medium

R6: SI Ángulo=neg\_peq(neg\_small) Y Distancia=medium Y ENTONCES Potencia=pos\_alta(pos\_high)

R7: SI Ángulo=neg\_grande(neg\_big) Y Distancia=medium ENTONCES Potencia=pos\_medium

R8: SI Ángulo=cero Y Distancia=lejos(far) ENTONCES Potencia=pos\_medium

R9: SI Ángulo=neg\_peq(neg\_small) Y Distancia=lejos (far) ENTONCES Potencia=pos\_alta (pos\_high)

3.2.3. Borrosificación

Para ángulo = 40 los términos lingüísticos activados son:

$$\mu_{\text{pos-peq}}(40) = 0.4 \text{ y } \mu_{\text{pos-alta}}(2) = 0.6$$

y para distancia=2:

$$\mu_{\text{cero}}(2) = 0.6 \text{ y } \mu_{\text{cerca}}(2) = 0.4$$

### 3.2.4. Inferencia

#### a) Reglas disparadas

A partir de la borrosificación se determinan las reglas: R1 y R3.

R1: Si Ángulo=pos\_peq(pos-small) Y Distancia=cero ENTONCES Potencia=neg\_medium

R3: Si Ángulo=pos\_peq(pos\_small) Y Distancia=cerca(close) ENTONCES Potencia= neg\_medium

#### b) Cálculo de la parte SI

Usando el operador mínimo para el AND e implicación Mamdani:

$$R1: \min(0.4, 0.4) = 0.4 \quad \mu_{\text{neg-media}} = 0.4$$

$$R3: \min(0.6, 0.4) = 0.4 \quad \mu_{\text{neg-media}} = 0.4$$

#### c) Cálculo de la parte ENTONCES

$$\mu_{\text{neg-media}} = \max(0.4, 0.4) = 0.4$$

### 3.2.5. Desborrosificación

Usando el método de desborrosificación denominado Centro de Áreas (CoA) en el que se integra algebraicamente el conjunto borroso global de salida, se obtiene un valor de potencia del motor de la grúa de  $-7.5$  KW, para los valores de entrada al sistema declarados. Cuando se usa el método Centro de Máximos (CoM) se obtiene el mismo valor de potencia.

## 4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONALES

### 4.1. Requerimientos mínimos

#### 4.1.1. Hardware

Velocidad del procesador: 1 GHz

Capacidad de memoria RAM: 512 MB

#### 4.1.2. Software

Sistema operativo: Windows 98/2000/XP/Vista/7, GNU Linux

Para la implementación del sistema de inferencia borroso se usó el sistema software denominado FISI Logic

[7]; para la validación de los resultados generales se usó el entorno de desarrollo fuzzyTech versión 5.04 [2] de la empresa Inform.

## 4.2. Resultados

En las figuras 18 y 19 se muestran los términos lingüísticos de las variables Ángulo (angle) y Distancia (distance) con los grados de pertenencia obtenidos en la etapa de borrosificación.

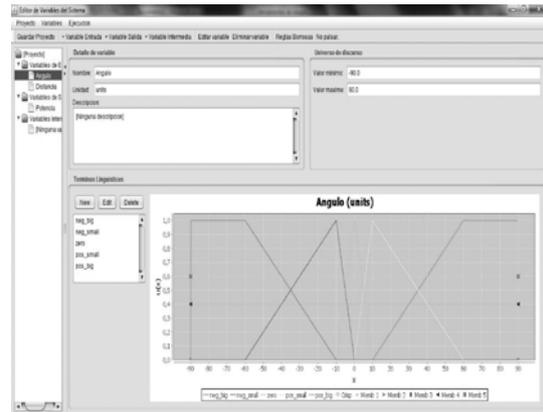


Figura 18

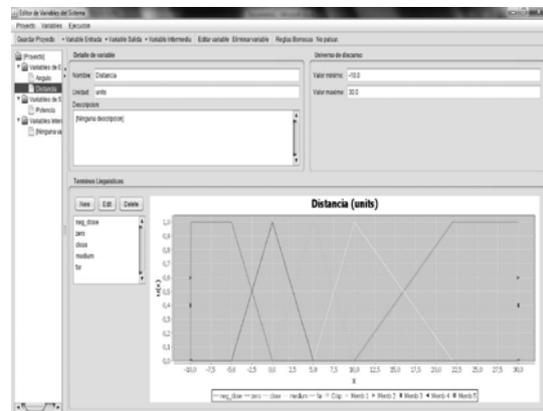


Figura 19

En las Figs. 20 y 21 se muestran los términos lingüísticos de la variable de salida Potencia de motor (Power) y la base de reglas disponible para el problema, ingresada mediante el editor de reglas del FISI Logic.

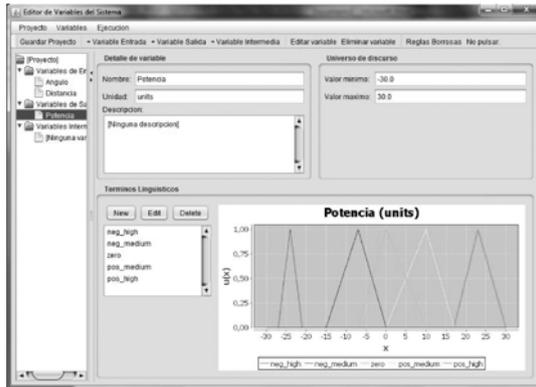


Figura 20

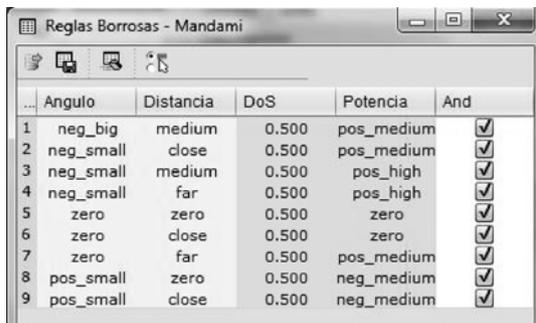


Figura 21

En la Fig. 22 se muestra el resultado de la inferencia, observándose que el término lingüístico activado de la variable de salida Potencia de motor (Power) es el mismo para ambas reglas, el *neg\_medium*, aunque con grados diferentes. En la primera regla disparada R1 tiene un grado de membresía 0.4 y en la segunda grado 0.6. Se observa también que se ha usado inferencia tipo Mamadani para el procesamiento.

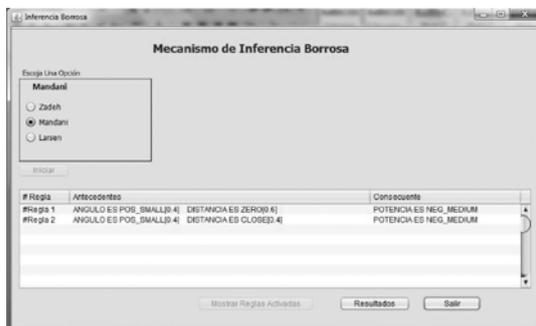


Figura 22

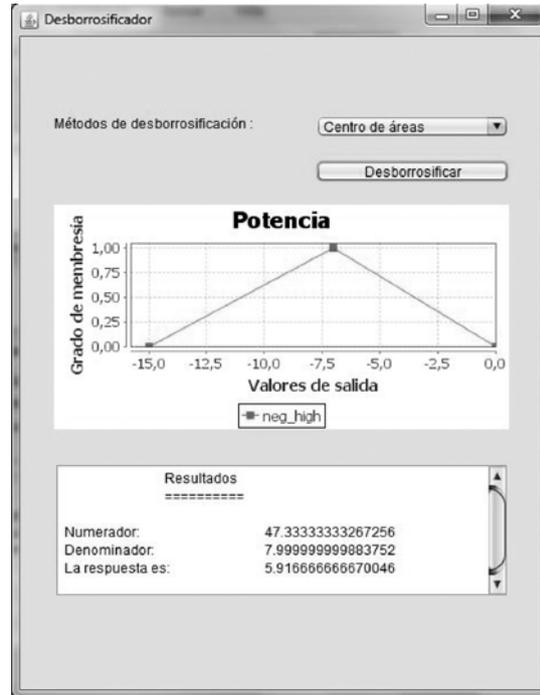


Figura 23

Finalmente, el valor de salida del sistema, -7.9999 KW, es mostrado en la Fig. 23. Corresponde al valor de desborrosificación resultante al aplicar el método escogido, en este caso la Suma de Centros de Áreas.

En la Fig. 24 se muestra el conjunto borroso global de salida y su correspondiente valor desborrosificado, -7.25 KW, obtenidos mediante la herramienta fuzzyTech v5.04 para los mismos valores de entrada declarados.

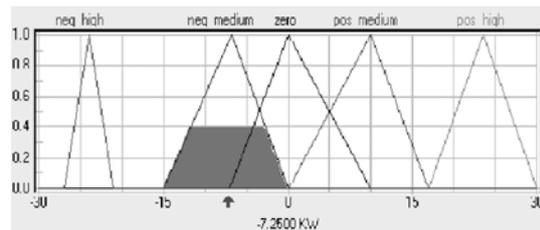


Figura 24

### 4.3. Análisis de resultados

- Los resultados obtenidos con el FISi Logic se aproximan bastante bien de los que se consiguieron en la solución analítica y de los obtenidos con la herramienta fuzzyTech v5.04 (ver Fig. 24). Las

etapas de borrosificación, cálculo de la parte SI o lado izquierdo e inferencia, muestran los mismos resultados para ambas herramientas y los cálculos a mano. La diferencia entre los resultados está solamente en la etapa de desborrosificación pues el valor de salida del FISI Logic difiere de la solución analítica en aproximadamente 0.5 KW, y el de fuzzyTech difiere en 0.25 de dicha solución.

- Las herramientas fuzzyTech v5.04 y FISI Logic emplean integración numérica en la etapa de desborrosificación del conjunto borroso global de salida, y por ello los valores que obtienen difieren de los determinados en la solución analítica por integración algebraica. La diferencia del resultado obtenido con FISI Logic respecto del de fuzzyTech v5.04 se produce debido a que el primero usa el método de desborrosificación denominado Suma de Centros de Área (SCOA) mientras que el segundo usa el método Centro de Área (COA).
- Dado que el cálculo del lado izquierdo de las reglas arroja los mismos valores que los conseguidos en la solución analítica, y que en el lado derecho de las reglas de los sistemas Sugeno la salida se calcula como una combinación lineal de las entradas, es posible deducir que la herramienta FISI Logic podrá obtener resultados correctos cuando se use para resolver problemas en los que se aplique estos sistemas.
- Aunque actualmente existe un buen número de métodos de desborrosificación, como ocurre con otros elementos del diseño de sistema de inferencia borroso, no existe aun un procedimiento sistemático para seleccionar el más adecuado, va a depender de la aplicación en particular.

## 5. CONCLUSIONES / TRABAJOS FUTUROS

Se ha presentado una síntesis de los fundamentos de la Lógica Borrosa y de los sistemas de inferencia basados en esta lógica. Asimismo se ha aplicado esta técnica inteligente para resolver un problema de control no lineal de una grúa de contenedores, el cual constituye un problema clásico en la literatura especializada sobre este tema.

Se pueden vislumbrar diversas aplicaciones de los sistemas de inferencia borroso en diferentes campos, tales como sistemas de apoyo en la toma de decisión, predicción de series temporales, reconocimiento de patrones, etc., no solamente en el ámbito académico sino también en el sector industrial y en el público.

El sistema de inferencia borroso usado para el caso de estudio fue implementado mediante la herramienta computacional llamada FISI Logic, que fue desarrollada por los alumnos del curso Sistemas Inteligentes durante el semestre 2009-2, en la facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática de nuestra universidad. La implementación se hizo de manera expeditiva y se obtuvieron buenos resultados al usarla.

Estos resultados se mostraron satisfactorios cuando se validaron con los obtenidos en la solución analítica y con los del entorno fuzzyTech versión 5.04. Los resultados generales que ofrece esta herramienta y el FISI Logic son iguales excepto en los valores de salida porque usan diferentes métodos de desborrosificación; esto será superado cuando se implemente el método de desborrosificación CoA en el sistema software FISI logic.

A partir de los resultados conseguidos con su primera versión, cuando la herramienta FISI Logic sea depurada, refinada, puede constituirse en una herramienta bastante útil en la implementación de los sistemas de inferencia basados en lógica borrosa. Además puede ser un componente importante en el aprendizaje de esta técnica de la Inteligencia Computacional en los cursos que sea enseñada.

Se recomienda el desarrollo de proyectos en los que se aplique esta técnica inteligente. Particularmente interesante sería su aplicación a problemas que se puedan abordar con sistemas expertos tradicionales de modo que se efectúe una comparativa entre ambas aplicaciones en aspectos tales como facilidad de adaptación de la técnica al problema (representación del problema), resultados obtenidos, etc.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Computación Suave: Un nuevo paradigma para la implementación de sistemas inteligentes, Sergio A. Moriello, 2002, en: <http://www.redcientifica.com/doc/doc200205050001.html>  
Accesada en Febrero 2009
- [2] Fuzzytech. En <http://www.fuzzytech.com/>
- [3] Fuzzy Logic Toolbox/Matlab. En <http://www.mathworks.com/products/fuzzylogic/>
- [4] Fzyclips. En <http://www.ortech-engr.com/fuzzy/fzyclips.html>

- [5] FIDE. En <http://www.aptronix.com/fide/fide.htm>
- [7] Rolando Maguiña Pérez et al.. Fuzzy Logic: Una nueva herramienta para sistemas de inferencia borroso (a publicar)
- [8] George Klir y Bo Yuan. FUZZY SETS AND FUZZY LOGIC. Theory and Applications. Ed. Prentice Hall. 1995
- [9] B. Martín del Brío, A. Sanz Molina. Redes Neuronales y Sistemas Difusos. Ed. Alfaomega. 2000.
- [10] Earl Cox. The fuzzy systems handbook: a practitioner's guide to building, using, maintaining fuzzy systems. Boston: AP Professional. 1994.
- [11] Santiago Aja Fernández. Un nuevo marco matricial para la implementación de inferencia borrosa aplicados al procesado de información no numérica. Tesis de Doctorado. Universidad de Valladolid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación. 2003
- [12] Lofti Zadeh. Fuzzy Sets. Information&Control, 8, 338-353. 1965
- [13] Lofti Zadeh. Fuzzy Logic. IEEE Computer Magazine, 83-93, Abril 1988.
- [14] Gonzalo Pajares y Matilde Santos. Inteligencia Artificial e Ingeniería del Conocimiento. Ed. Alfaomega. 2000.
- [15] Roberto Farfán y Daniel Hoyos. Sistema De Simulación Y Evaluación De Lógicas De Control Basados En Algoritmos Borrosos Para Sistemas Fotovoltaicos. Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, Vol. 12. 2008.
- [16] E. Mamdani. Applications of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis. IEEE Transactions on Computers, vol 26, Nro. 12, pp 1182-1191, Dic. 1977.
- [17] T. Takagi y M. Sugeno. Fuzzy identifications of systems and its applications to modeling and control. IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics, vol. 1, nro. 15, pp 116-132, Enero 1985.
- [18] Francisco Mugica Alvarez. Diseño Sistemático de Controladores Difusos usando Razonamiento Inductivo. Tesis de Doctorado, Universidad Politécnica de Cataluña. 2007 pp 56-63.
- [19] C. von Altrock. Fuzzy Logic & Neurofuzzy applications explained. Prentice Hall PTR. 1995.
- [20] A. Puglesi et al. Unidad 5: Otros sistemas de control – Subtema 5.D: Control difuso. Facultad de Ingeniería. Universidad de Cuyo, Argentina. En <http://www.fing.uncu.edu.ar/catedras/InstrumentacionYControl/archivos/controldifuso.pdf> Accesada en Febrero 2009