

# Pichqa-Tawa

## Sistema de medición por longitudes proporcionales complementarias

**Mónica Gudemos**

CIFFyH, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

<mlgudemos@hotmail.com>

**E**n el marco del Proyecto Arqueomusicología Americana hemos logrado diseñar procedimientos analíticos, que nos permitieron acceder sistemáticamente al conocimiento de tecnologías constructivas prehispánicas, aplicadas a la producción de instrumentos musicales. Uno de tales procedimientos posibilitó por metodología estadística el descubrimiento de la existencia de un sistema de determinación acústica claramente establecido y de los procesos de su aplicación en la afinación de flautas óseas longitudinales de tradición Huari, procedentes de la Costa Central de Perú.

Este sistema de determinación acústica (compuesto por módulos de longitudes proporcionales) contemplaba, también, una metódica selección y laboreo de la materia prima, corrección de tubos acústicos con sustancias resinosas; instancias de prueba de afinación e incluso el cambio de afinación de un determinado ejemplar y la inserción en el interior del tubo de columnas transversales de resina para la obtención de variables tímbricas. Posteriormente, pudimos establecer por comparación de coeficientes de correlación de Pearson, que el sistema descubierto respondía a un principio básico formal en el que el punto medio de la longitud acústica considerada para cada flauta era determinante; pero aún faltaba establecer la correspondencia intrínse-

ca, a partir de la cual se definía la demarcación de los diferentes orificios de obturación de cada módulo, y si dicha correspondencia era común a todos ellos. Los últimos estudios nos han permitido descubrir la existencia de un sistema primario de medición, articulado por la complementariedad de dos órdenes longitudinales que hemos denominado *pichqa-tawa*, 5 y 4, respectivamente. Sistema a partir del cual se determinaría por una sencilla relación simétrica de división binaria la demarcación de los módulos de afinación individualizados. Este sistema primario de medición, por su práctica operatividad, podría a su vez aplicarse a objetos de diferentes dimensiones, razón por la cual creemos que podría tratarse de un sistema de demarcación por longitudes proporcionales, ampliamente utilizado en el mundo andino prehispánico, no solo para la definición estructural de los módulos de determinación acústica.

### Estado de conocimiento

El descubrimiento, en el año 2000, de los módulos de afinación o módulos de determinación acústica<sup>1</sup> (Gudemos, 2001a) promovió una serie de revisiones de orden técnico y conceptual que, sin duda, estaban planteando aspectos culturales fundamentales del mundo andino prehispánico<sup>2</sup>.

1 Denominados oportunamente Pachacámac, Ancón, Chancay, Chancay [G] y Ocucaje, respectivamente, atendiendo al lugar de procedencia de las flautas consideradas referentes de aplicación de cada módulo. Identificamos un sexto módulo, Chancay [Gb] (Gudemos, 2001b y 2009), pero aún debemos localizar un número mayor de ejemplares con características semejantes para constatar que los analizados no son ejemplares aislados.

2 En nuestra investigación experimentamos en laboratorio con la producción sonora de reproducciones de aerófonos andinos prehispánicos. Esto nos ha permitido constatar la existencia de un interesante rango de posibilidades acústicas que, desde el punto de vista de la afinación, contemplaría una interesante diastematía microtonal. Al respecto véase Olsen 2005, Gudemos 2009 y Gudemos y Catalano 2009.

Tal vez la revisión más importante que tuvimos que hacer y fundamentar en nuestra investigación musicológica fue la que exigían los ordenamientos sonoros resultantes de la aplicación de estos módulos de afinación. En efecto, estos módulos constituían una prueba fehaciente de que los andinos también determinaron complejas organizaciones sonoras, diferentes a las comprendidas en el así llamado «pentafonismo andino», tan defendido históricamente y musicológicamente como base de la cultura musical andina prehispánica.

Conceptualmente, este descubrimiento nos instó a considerar particularidades de un sistema de determinación acústica que, a manera de emergente material, acusaba una interesante concepción de sonido correlativo, es decir, no solo del sonido como producto puntual de previsiones técnicas específicas, sino como parte orgánica de estructuras modales que, lamentablemente, no podremos ya determinar por la ausencia de referentes sociales originales, o sea, de expresiones musicales en las que se utilizaban estos aerófonos. En síntesis, importaría más a los complejos culturales<sup>3</sup> productores de estos aerófonos las estructuras resultantes de relaciones de sonidos que los sonidos en sí mismos, aislados. Esto es, se buscarían relaciones sonoras antes que alturas determinadas (Gudemos, 1998 y 2001b). Si tales estructuras estaban, a su vez, directamente vinculadas a determinados estamentos y su representación musical en el ceremonial comunitario, podríamos hablar incluso de la búsqueda de un «sonido social», concepción no extraña a las culturas andinas (Gudemos, 2005 y 2008).

Por otra parte, el manejo técnico de procedimientos estadísticos para el estudio de flautas arqueológicas del orden taxonómico 421.111.12<sup>4</sup> nos permitió incorporar al rango material de análisis aquellos ejemplares que, por el deterioro de sus estructuras orgánicas, no eran acústicamente funcionales. Este estudio ofrecía así una nueva perspectiva de trabajo y un aporte al estudio de material arqueológico, que

antes no podía someterse al análisis a partir de su producción sonora.

### Reseña de investigación

El análisis de estos aerófonos, con su correspondiente constatación por estudio comparativo, se llevó a cabo en primera instancia sobre un total seleccionado de 54 flautas óseas arqueológicas pertenecientes a las colecciones del Ethnologisches Museum de Berlín [EM]<sup>5</sup>, del Museo Arqueológico de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos de Lima [MAUSM] y del Museo e Instituto de Arqueología (Museo Inka) de la Universidad Nacional San Antonio Abad de Cusco [MI]<sup>6</sup>. Tanto las observaciones previas efectuadas en esta investigación desde 1997, como los resultados obtenidos a partir de la aplicación de métodos estadísticos, fueron publicados oportunamente por el *Baessler Archiv* en 1998 y 2001<sup>7</sup>, respectivamente, y por el Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades de la Universidad Nacional de Córdoba (Argentina) en 2000<sup>8</sup>.

En 2003 el estudio de los ejemplares de las colecciones del Museum für Völkerkunde de Munich [MVM]<sup>9</sup> nos exigió diseñar nuevas estrategias analíticas que nos permitieron verificar el principio determinante de los módulos de afinación individualizados, constatando que los mismos habían sido organizados y aplicados a partir de un único principio de correlación de longitudes proporcionales. Después de presentar los avances logrados en las Jornadas de Musicología de 2006 (Gudemos, 2006) y de «ajustar» los procedimientos de análisis, los resultados obtenidos fueron publicados este año en el *Dossier de Arqueomusicología Andina* (Gudemos, 2009).

Pero como ya dijimos, no obstante los datos obtenidos, aún faltaba establecer la correspondencia intrínseca a partir de la cual se definía la demarcación de los orificios de obturación o digitación de cada módulo y si dicha correspondencia era común a todos los mó-

3 Específicamente, nos referimos a los complejos culturales asentados en la Costa Central de Perú en los periodos de Expansión Huarí (500-1000 d.C., aproximadamente) y de los Estados Regionales (1000-1400 d.C.). No obstante, esta determinación cultural de organizaciones sonoras habría alcanzado una amplia difusión espacio-temporal. En efecto, en nuestros estudios hemos registrado ejemplares incaicos de flautas óseas de igual taxonomía, que acusaron la aplicación de los módulos de afinación aquí tratados.

4 Aerófonos de sopro (flautas), longitudinales, aislados, abiertos sin canal de insuflación con agujeros.

5 El estudio de los ejemplares pertenecientes a las colecciones del Ethnologisches Museum de Berlín se llevó a cabo en 1997 y 2000 con fondos del Deutscher Akademischer Austauschdienst [DAAD] y del Programa de Reforma de la Educación Superior (Universidad Nacional de Córdoba) [FOMECA].

6 Los estudios llevados a cabo en Perú (1997) contaron con fondos FOMECA.

7 Véase Gudemos 1998 y 2001b.

8 García Hernández, Gudemos y Ortiz García 2000.

9 Investigación llevada a cabo con fondos del DAAD.

dulos. Esto es, determinar la relación numérica por la que operaba el principio de correlación arriba descrito. Hasta ahora habíamos podido determinar la existencia de un principio y su *modus operandi*, pero no sus componentes operativos primarios.

**Hipótesis**

Como adelantamos en la introducción de este trabajo, enunciamos que el principio de correlación de longitudes proporcionales, a partir del cual se determinaba la demarcación de los diferentes módulos de afinación individualizados, es un sistema primario de medición, articulado a su vez por la complementariedad de dos módulos que hemos denominado *pichqa-tawa*, 5 y 4, respectivamente. Este principio se aplicaría en los tubos acústicos para la demarcación de los diferentes orificios de obturación por una sencilla relación simétrica de división binaria.

**Demostración**

*Procedimiento 1*

La base de datos que nos permitió individualizar los cinco módulos de determinación acústica fue generada por metodología estadística. A través de una primera aplicación de dicha metodología en el análisis de 54 flautas seleccionadas por sus características organológicas, obtuvimos índices a partir de los cuales pudimos establecer *Medias Generales* [MG] para cada uno de los módulos, así como también las *Medias Individuales* [MI] correspondientes a la ubicación de cada orificio de obturación, definida por la aplicación de dichos módulos (Gudemos, 2001a y 2001b).

$$\text{Dado que: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \tag{1}$$

$$\Rightarrow MI = \frac{\left(\frac{x_1 \cdot 100}{x_L}\right) + \left(\frac{x_2 \cdot 100}{x_L}\right) + \left(\frac{x_3 \cdot 100}{x_L}\right) + \dots + \left(\frac{x_N \cdot 100}{x_L}\right)}{N} \tag{2}$$

donde:  $x_n$  es la distancia a la base de cada orificio,  $N$  es el número de orificios y  $x_L$  es la longitud total de cada flauta.

$$\text{Así, si: } MG = \frac{\sum \left(\frac{x_i \cdot 100}{x_L}\right)}{n} \tag{2.1}$$

para la variante «orificio 1», por ejemplo, donde n es el número de ejemplares considerados.

$$\Rightarrow MT = \frac{\sum \left(\frac{x_1 \cdot 100}{x_L}\right) + \sum \left(\frac{x_2 \cdot 100}{x_L}\right) + \sum \left(\frac{x_3 \cdot 100}{x_L}\right) + \dots + \sum \left(\frac{x_N \cdot 100}{x_L}\right)}{N} \tag{3}$$

$$\text{Si } S_x^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right) \tag{4}$$

$$\Rightarrow S_x = \sqrt{S_x^2} \tag{5}$$

donde  $S_x^2$  es la varianza muestral y  $S_x$  es la desviación típica o estándar.

Así, por ejemplo, para la tipología Pachacamac obtuvimos estas [MG]:

TABLA 1  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS ANTERIORES DE LAS FLAUTAS PACHACAMAC

Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3
Pachacamac	74.32	45.82	32.35

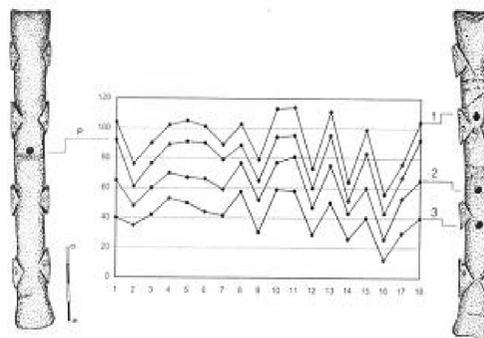
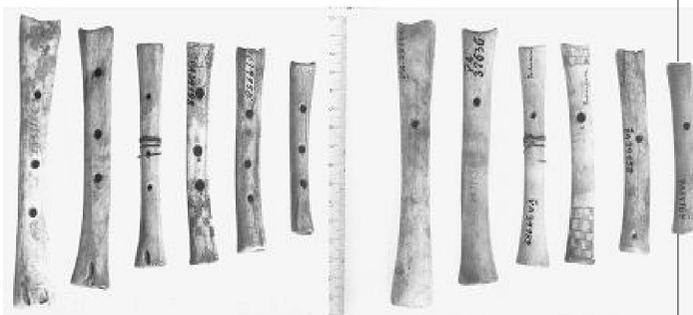


Figura 1. Tipología *Pachacamac*. Arriba: caras anterior y posterior de los ejemplares VA39166, VA37636, VA39182, VA39198, VA39158, VA38164 del [EM]. Fotografías gentileza [EM] (Gudemos 2001b). Abajo: gráfico estadístico de la distribución de los orificios de digitación en esta tipología. Ejemplar dibujado como modelo: VA39202 [EM]. Ordenadas = distancia de cada orificio al borde inferior de la flauta (en mm). Abscisas = cantidad de ejemplares considerados en uno de los estudios estadísticos.

TABLA 2  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS DE OBTURACIÓN DE LAS FLAUTAS ANALIZADAS<sup>10</sup>

MG de Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3	Orificio 4	Orificio Posterior
Pachacámac	74.32	45.82	32.35	....	62.25
Ancón	75	53.7	39.4	25.8	64.89
Chancay	76.3	56	35.61	....	....
Ocucaje	76.76	61.43	45.53	28.9	....
Chancay [G]	71.69	59.96	48.44	36.34	....

Hicimos lo propio con cada tipología de aerófonos analizados, esto es con cada «grupo» de flautas que respondían a la aplicación de un mismo módulo de afinación (Gudemos, 2001b). Analizando los datos obtenidos, observamos ya en esta instancia de la investigación la existencia de interesantes correspondencias entre las diferentes tipologías. Una de ellas era la proximidad existente entre la [MG] correspondiente a la ubicación del orificio anterior 1 (el más próximo a la embocadura) en todas la tipologías (Tabla 2).

*Procedimiento 2*

Sometimos por ello estos datos a un nuevo procesamiento, aplicando el índice de correlación lineal de Pearson:

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N - 1}$$

o

$$S_{xy} = \frac{\sum xy - \left(\frac{\sum x \sum y}{N}\right)}{N - 1} \tag{6}$$

donde:

- $\sum xy$  = sumatorio del producto de x por y.
- $\sum x$  = sumatorio de los valores de x
- $\sum y$  = sumatorio de los valores de y
- $S_{xy}$  = covarianza

$$\Rightarrow r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \tag{7}$$

donde

- r = coeficiente de correlación lineal de Pearson
- $S_x ; S_y$  = desviaciones típicas muestrales

Los resultados fueron por demás sorprendentes, teniendo en cuenta que estábamos analizando tecnologías preindustriales (Tabla 3):

*Procedimiento 3*

Para constatar lo descubierto, sumamos al rango material de análisis aquellos ejemplares acústicamente no funcionales, puesto que teníamos una metodología que nos permitía incluir-

los. Consideramos, también, ejemplares en proceso de construcción y fragmentos que nos permitiesen obtener la mayor cantidad de índices. Asimismo, se prestó particular importancia a aquellos ejemplares que acusaban indicios de la aplicación de más de un módulo de afinación. Éstos, como dijimos, presentan orificios cuidadosamente obturados, perforaciones muy próximas que indican «pruebas» de afinación, perforaciones que modifican la longitud acústica de los tubos óseos, etc.

TABLA 3  
CORRELACIÓN EXISTENTE ENTRE LOS DIFERENTES MÓDULOS DE AFINACIÓN DETERMINADOS. COEFICIENTE DE CORRELACIÓN (r)

Tipología	r entre orificios 1 y 2	r entre orificios 2 y 3	r entre orificios 3 y 4	r entre orificios 1 y P	r entre orificios 2 y P <sup>11</sup>
Pachacámac	0.34	0.98	0.98	0.54	0.97
Ancón	0.91	0.98	....	0.36	0.71
Chancay	0.99	0.99	0.99	....	....
Ocucaje	0.79	0.98	....	....	....
Chancay [G]	0.99	0.99	0.98	....	....

Sin lugar a dudas, uno de los ejemplares más útiles en la constatación de datos fue el ejemplar Gaffron G2791 [MVM] que, con sus 14 perforaciones nos permitió efectuar bajadas estadísticas de diferentes procesos de aplicación de un mismo módulo de afinación en una misma flauta. Tales bajadas estadísticas, conjuntamente con las obtenidas en esta etapa de investigación, dieron por resultado el descubrimiento de un principio de correlación común a los módulos de afinación indi-

10 A los 54 ejemplares considerados en primera instancia, se sumaron aquellos estudiados en el [MVM] en 2003 y los ejemplares del [EM] analizados en 2000, que no tratamos en los primeros análisis estadísticos. De los ejemplares seleccionados (82 en total) se exceptuaron 3, correspondientes al posible sexto módulo de afinación, Chancay [Gb]. Los índices correspondientes a la disposición de los orificios de obturación de cada uno de los 79 ejemplares restantes, responde al rango de alguna de las tipologías determinadas en esta investigación, hecho que sin duda deja en evidencia la existencia de una notable tradición musical en el Mundo Andino prehispánico. Para mayores detalles consultar Gudemos 2009.

11 P = Orificio posterior, esto es, ubicado en la cara opuesta a la anterior de la flauta.

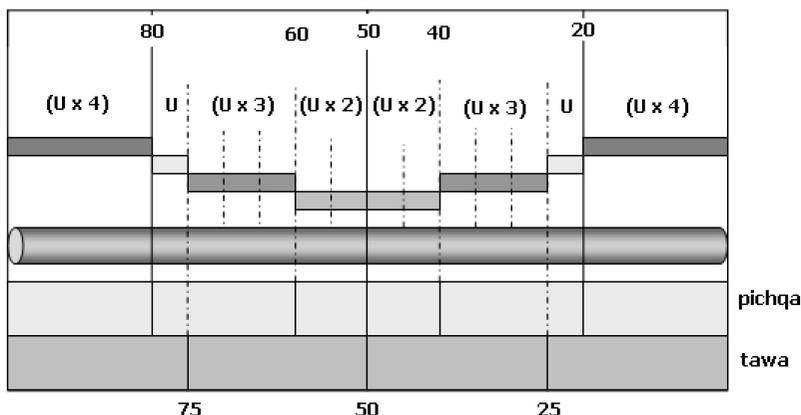


Figura 2: Matriz o sistema primario de medición pichqa -tawa

vidualizados. Asimismo, determinamos que el punto medio de la longitud acústica considerada para cada ejemplar tuvo particular incidencia en la aplicación de dicho principio (Gudemos, 2009).

*Procedimiento 4*

Nos preocupaba ahora la relación numérica por la que operaba este principio de correlación, esto es, la matriz de su naturaleza estructural y cómo ésta se adaptaba a las diferentes longitudes acústicas. En efecto, lo que más llamaba nuestra atención era la «adaptabilidad» y la «precisión» con que esta matriz se aplicaba a partir de la longitud acústica de cada flauta. Adaptabilidad y precisión que determinaban exactos niveles de correspondencia entre los ejemplares de una misma tipología e incluso entre los de diferentes tipologías. Sabíamos que había una matriz básica, pero no sabíamos cuál.

Partimos del hecho de que el punto medio de la longitud acústica considerada en cada caso era fundamental para la demarcación de los orificios de obturación, a través de la aplicación de los diferentes módulos de afinación. Por lo tanto, teníamos la subyacencia de una matriz binaria de orden 1:2. Analizamos la posibilidad de que dicha matriz definiera un eje axial a partir del cual, en orden proporcional, se adaptasen los diferentes módulos de afinación. Aunque para la demarcación de algunos orificios se constataba dicha posibilidad, no podía considerarse válida para la totalidad.

Lo que sí observábamos era que los orificios perforados de un lado y del otro del punto medio de la longitud acústica, así como las marcas realizadas en su demarcación en ejemplares en proceso de construcción

y los orificios anulados definían de algún modo pequeñas relaciones simétricas. No obstante, estas relaciones no respondían a un patrón de medida común. Esto es, no podíamos inscribirlas en una segmentación regular de la longitud acústica, como haríamos en nuestro sistema métrico decimal, reduciendo las segmentaciones a centímetros, por ejemplo. Teníamos entonces, pequeñas correspondencias ordenadas en una simetría en la que solamente constatamos una referencia del orden 1:2.

*El orden pichqa-tawa*

Pensamos entonces en la posible existencia de una matriz de órdenes primarios complementarios que contemplara, a su vez, la simetría axial que, respecto de la longitud acústica, determinaba el orden 1:2.

Luego de varios intentos de prueba-error, observamos que el principio de correlación operaba a partir de una matriz subyacente, conformada por dos órdenes primarios complementarios, uno de 5 articulaciones y otro de 4, de allí su denominación *pichqa-tawa* (5-4).

A partir de esta matriz se consideraba la segmentación de una determinada longitud acústica (representada en el gráfico en forma de tubo)<sup>12</sup>. Dicha segmentación, como puede observarse, resulta de la complementariedad de los dos órdenes: *pichqa* = 5 y *tawa* = 4, respectivamente. El orden segmentario resultante es totalmente simétrico con respecto al punto axial, coincidente con el punto medio (índice 50 en el gráfico) de la longitud acústica considerada. Esta correspondencia simétrica nos explicaría el porqué de la importancia del punto medio de la longitud acústica (orden 1:2) en la demarcación de los diferentes módulos de afinación, tal como habíamos observado en nuestro trabajo anterior (Gudemos, 2009).

Ahora bien, la complementariedad presente en la matriz *pichqa-tawa* no define segmentos iguales, sino segmentos de diferentes medidas. No obstante, es posible vincularlos a través de la unidad menor de medida (U), cuyo índice proporcional es 5. Así, el segmento menor contiene una unidad de medida, el segmento mayor contiene cuatro unidades de medida, el que sigue tres y el restante dos. La matriz *pichqa-tawa* se comprendería, entonces, como un ordenamiento simétrico de dichos segmentos.

12 A los 54 ejemplares considerados en primera instancia, se sumaron aquellos estudiados en el [MVM] en 2003 y los ejemplares del [EM] analizados en A manera de abstracción de un tubo acústico, como usamos en laboratorio para la determinación digital de frecuencias.

Lo interesante es que la complementariedad de *pichqa-tawa* implicaría conceptualmente un principio binario simétrico que, a su vez, se combinaba con la articulación de cada segmento; esto es  $(U \times n): 2$  (para  $n= 1, 2, 3, 4$ ). Esto significa que el orden de simetría axial considerado con respecto a una longitud dada  $(1:2)$ , se adaptaba operativamente a cada uno de los segmentos resultantes de la aplicación en ella de la matriz *pichqa-tawa*. Por ejemplo, para el segmento  $(U \times 2)$  tenemos  $(U \times 2): 2 = U$ ; para el segmento  $(U \times 3)$  tenemos  $(U \times 3): 2 = (U + U/2)$ , etc. Estas operaciones son muy fáciles prácticamente cuando tratamos con longitudes, puesto que solo se trata de calcular la mitad de un determinado segmento. Pero lo que más tiempo nos llevó comprender fue que dicho principio de simetría se combinaba con el principio de complementariedad, propio de *pichqa-tawa* (figura 3).

En la figura 3 vemos cómo la articulación de cada segmento en sus unidades componentes (U) se combina operativamente con la resultante de aplicar en él el principio binario simétrico. De ese modo, se habría podido determinar fácilmente y con bastante precisión órdenes de longitudes proporcionales, como los que se necesitan para la demarcación de los módulos de afinación estudiados. No obstante, lo que reviste mayor importancia es la posibilidad de utilizar este sistema en todos los órdenes que requieran mediciones de precisión, puesto que la matriz *pichqa-tawa* es adaptable a toda longitud que oportunamente se considere para efectuar demarcaciones. Asimismo, es importante para nosotros, la factibilidad de su registro con medios andinos, como el quipu, por ejemplo. En efecto, cuando descubrimos los modos de afinación que aquí tratamos, veíamos la necesidad de un sistema de registro para conservar y transmitir la información acerca de las diferentes estructuras proporcionales, más preciso que aquellos mnemotécnicos propios de la tradición oral. Por otra parte, si hubiesen existido «modelos» de cada una de las tipologías de flautas, como se nos sugirió, éstos no hubiesen sido funcionales para explicar la operatividad de las complementariedades y su posibilidad de adaptación a diferentes longitudes.

**Operatividad del sistema *pichqa-tawa* en la determinación acústica**

**Primera parte: datos de laboratorio**

En esta instancia, después de haber determinado el sistema a partir de los módulos de afinación, teníamos la

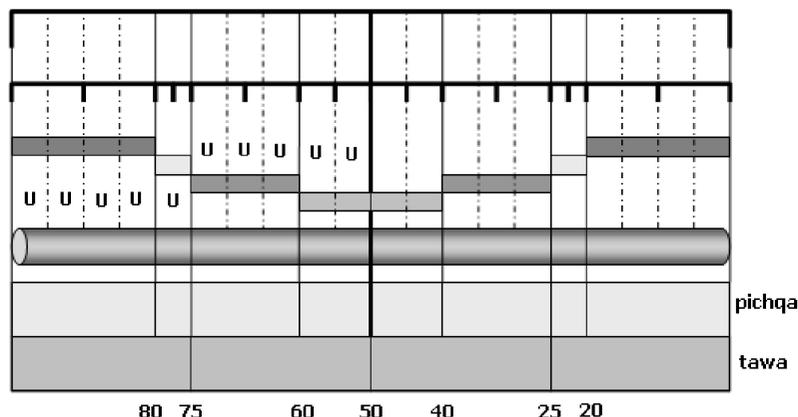


Figura 3. Complementariedades combinadas en el sistema primario pichqa-tawa

obligación de realizar el proceso inverso y constatar si este sistema era funcional para la demarcación de los mismos. Ya teníamos las [MG] correspondientes a la ubicación de los orificios de obturación en cada una de las tipologías de flautas (Tabla 1), restaba sólo comprobar si los índices que logramos en laboratorio con metodología estadística guardaban relación con los índices del sistema de medición determinado. Constatamos no sólo la operatividad de esta matriz primaria, como patrón de medida, sino también y particularmente su operatividad en la demarcación de los módulos de determinación acústica de las flautas óseas que analizábamos.

*Pichqa-tawa en la demarcación de los módulos de afinación prehispánicos*

Sin duda, la constatación más inmediata y directa de la operatividad de *pichqa-tawa*, como patrón de medida en la determinación acústica de estos aerófonos, se dio al analizar la demarcación del módulo correspondiente a la tipología Ancón. En efecto, los índices correspondientes a la ubicación de sus orificios de obturación (Tabla 4) coincidían en un orden de aproximación (recordemos que tratamos con tecnologías preindustriales) realmente notable.

TABLA 4  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS DE  
OBTURACIÓN DE LA TIPOLOGÍA ANCÓN

MG de Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3	Orificio 4	Orificio Posterior
Ancón	75	53.7	39.4	25.8	64.89

Como vemos en el gráfico de la figura 4, los índices correspondientes a la demarcación del módulo de afinación de esta tipología coinciden directamente con

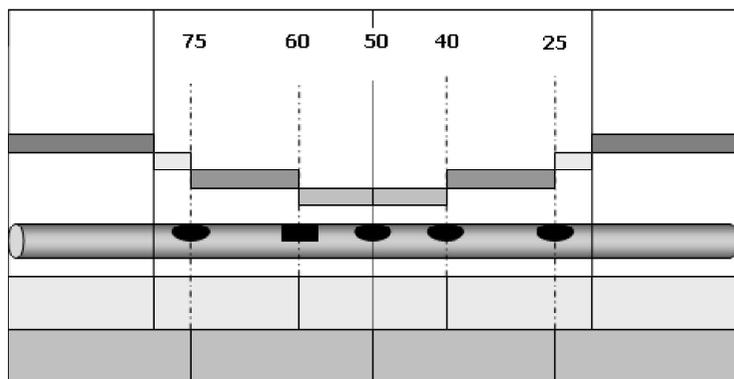


Figura 4. Demarcación del módulo de afinación de la tipología Ancón a partir de pichqa-tawa. Los círculos corresponden a los orificios anteriores, el cuadrado al orificio de la cara posterior.

los puntos de segmentación determinados por *pichqa-tawa*. Esto permite, además, observar claramente la simetría subyacente, respecto de una longitud determinada, en la demarcación del módulo.

Hicimos lo propio con la tipología Pachacamac. En este caso, se habrían considerado dos puntos complementarios de *pichqa-tawa*, para la demarcación de los orificios anteriores 2 y 3. En el gráfico de la figura 5 vemos cómo se habría tenido en cuenta el punto medio de dos de los segmentos determinados por la matriz *pichqa-tawa* (divisibles por 2 y 3 unidades [U], respectivamente); constatándose así la complementariedad que explicamos anteriormente y mostramos en el gráfico de la figura 3.

TABLA 5  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS DE  
OBTURACIÓN DE LA TIPOLOGÍA PACHACÁMAC

MG de Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3	Orificio Posterior
Pachacámac	74.32	45.82	32.35	62.25

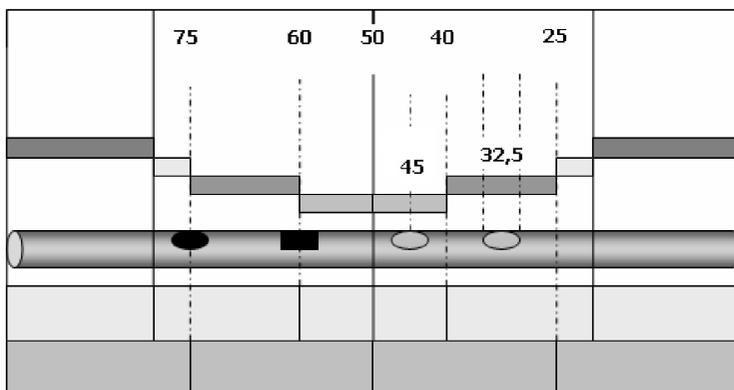


Figura 5. Demarcación del módulo de afinación de la tipología Pachacámac a partir de *pichqa-tawa*. Los círculos corresponden a los orificios anteriores, el cuadrado al orificio de la cara posterior.

La demarcación del módulo de afinación Chancay es muy interesante. Las complementariedades de la matriz *pichqa-tawa* habrían permitido a los músicos especialistas manejar estas determinaciones acústicas, a partir de una longitud dada, con bastante precisión. Más aún considerando las pequeñas dimensiones de estos aerófonos que, en promedio, tienen una longitud total de 100mm y un ancho medio de 12mm. Como vemos en el gráfico de la figura 6, el orificio 1 coincide con uno de los puntos primarios de segmentación de la matriz. Generalmente, esta demarcación es común a los módulos individualizados (véase Tabla 1). Para la demarcación del orificio 2, se habría considerado el punto medio de un segmento binario y para el orificio 3, la división en unidades (U), lo que nos permite observar el alcance de la complementariedad entre relaciones de medidas que estructuralmente permite *pichqa-tawa* (Tabla 6 y figura 6).

TABLA 6  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS DE  
OBTURACIÓN DE LA TIPOLOGÍA CHANCAY

MG de Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3
Chancay	76.3	56	35.61

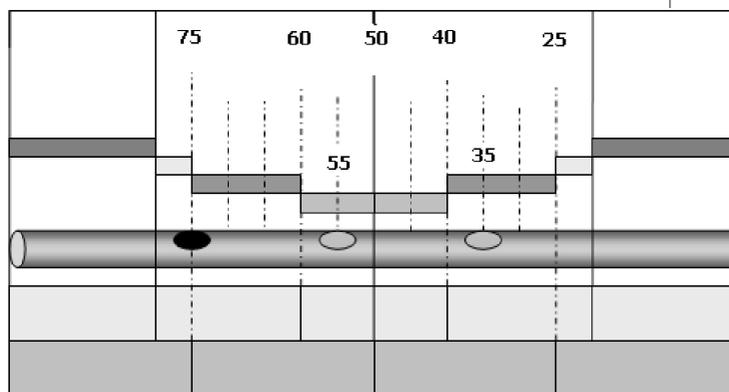


Figura 6. Demarcación del módulo de afinación de la tipología Chancay a partir de pichqa-tawa. Los círculos corresponden a los orificios anteriores.

Con respecto a la demarcación del módulo de afinación Ocucaje, los músicos especialistas habrían considerado para la ubicación de los orificios de obturación 1 y 2, dos puntos primarios de segmentación de la matriz. Para los orificios 3 y 4, las divisiones en unidades (U) de un segmento binario y ternario, respectivamente (Tabla7 y figura 7).

Del mismo modo se habría procedido para la demarcación del módulo Chancay [G]. En efecto, al comparar los índices de este módulo con los de *pichqa-*

TABLA 7  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS DE  
OBTURACIÓN DE LA TIPOLOGÍA OCUCAJE

MG de Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3	Orificio 4
Ocucaje	76.76	61.43	45.53	28.9

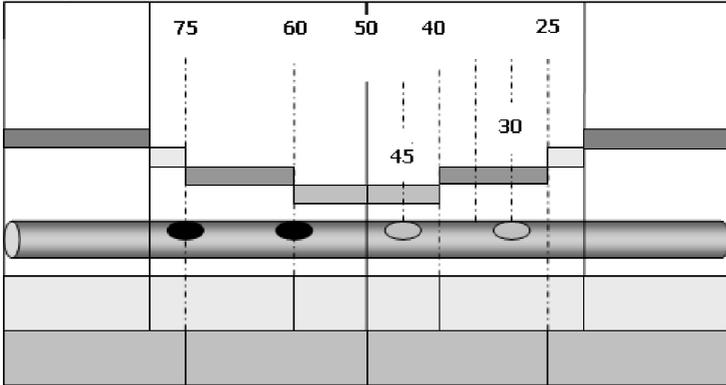


Figura 7. Demarcación del módulo de afinación de la tipología Ocucaje a partir de pichqa-tawa. Los círculos corresponden a los orificios anteriores.

*tawa*, observamos que los índices correspondientes a la ubicación de los orificios 2 y 3, coinciden con dos puntos primarios de segmentación de la matriz. Los índices correspondientes a los orificios 1 y 4, con los de las divisiones en unidades (U), en este caso de los dos segmentos ternarios (véase Tabla 8 y figura 8).

TABLA 8  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS DE  
OBTURACIÓN DE LA TIPOLOGÍA CHANCAY [G]

MG de Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3	Orificio 4
Chancay [G]	71.69	59.96	48.44	36.34

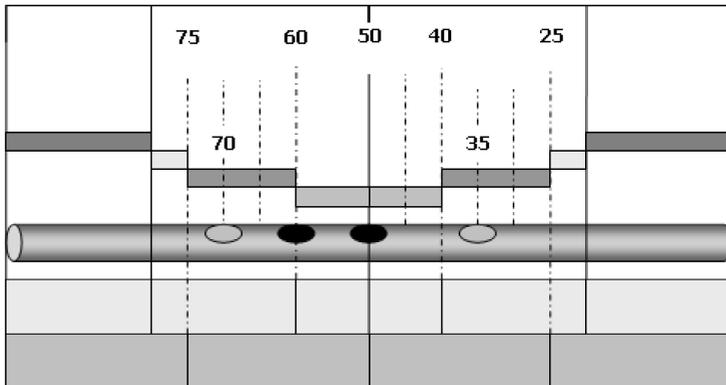


Figura 8. Demarcación del módulo de afinación de la tipología Chancay [G] a partir de pichqa-tawa. Los círculos corresponden a los orificios anteriores.

Aunque necesitamos contar con más datos para constatar la existencia de un posible sexto módulo de afinación, que hemos denominado Chancay [Gb], quisimos exponer aquí los datos que tenemos, porque los mismos estarían, igualmente, en correspondencia con *pichqa-tawa*. Los índices correspondientes a la ubicación de los orificios 1 y 2, coinciden con dos puntos primarios de segmentación de la matriz. El índice correspondiente al orificio 3, con el de la división en unidades (U) de un segmento ternario (véase Tabla 9 y figura 9).

TABLA 9  
MG CORRESPONDIENTES A LOS ORIFICIOS DE  
OBTURACIÓN DE LA TIPOLOGÍA CHANCAY [Gb]

MG de Tipología	Orificio 1	Orificio 2	Orificio 3
Chancay [Gb]	62.24	48.29	36.19

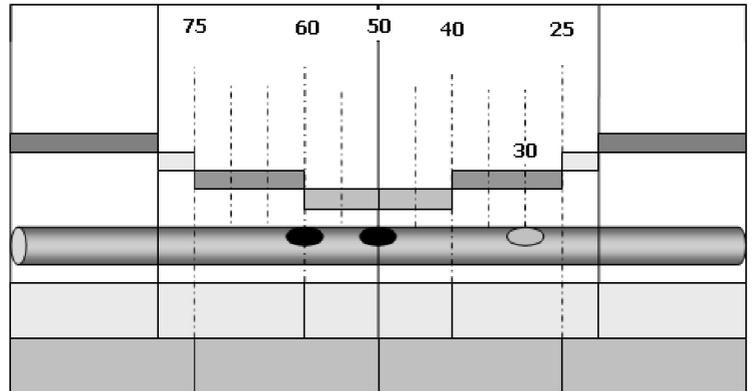


Figura 9. Demarcación del módulo de afinación de la tipología Chancay [Gb] a partir de pichqa-tawa. Los círculos corresponden a los orificios anteriores.

**Segunda parte: utilización de *pichqa-tawa* en el análisis de material**

Después de analizar los datos de laboratorio, actividad que nos permitió constatar la utilidad del sistema, era necesario comprobar la aplicación de esta matriz, adaptable a diferentes longitudes, a un hecho concreto, cuya complejidad requiera consideraciones especiales. Esto es, «exponer» el sistema a un caso no prototípico, para observar el alcance de su operatividad. Para esta actividad seleccionamos el ejemplar VA39189 [EM] (figura 10). Esta pequeña flautilla presenta 15 perforaciones, de las cuales 7 se encuentran anuladas (entre ellas 5 están prolijamente selladas con tapones de cerámica, resina y

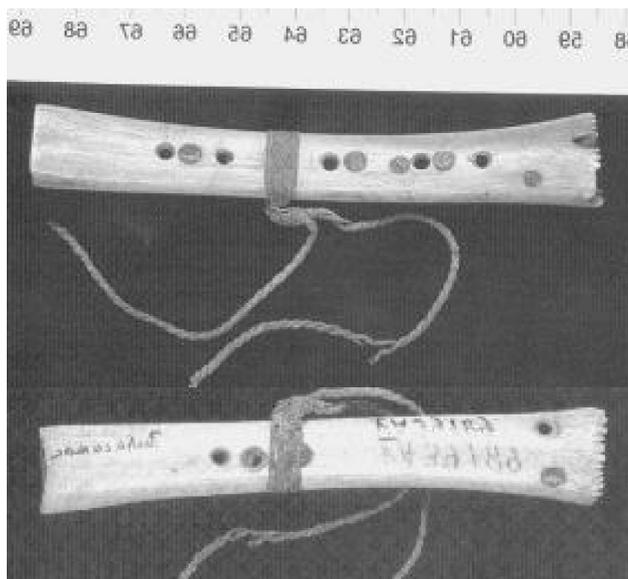


Figura 10. Ejemplar VA39189 [EM], con la embocadura hacia la izquierda. Referencia métrica en centímetros. Fotografías gentileza del [EM] (Gudemos 2001b).

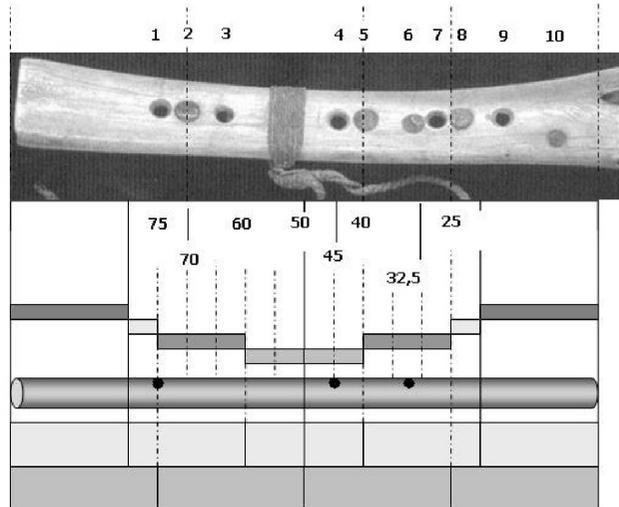


Figura 11. Aplicación de pichqa-tawa al ejemplar VA39189 [EM], cara anterior. Embocadura hacia la izquierda. Cada orificio se identifica con un número colocado arriba. A los efectos de la comparación, se marcaron en el tubo matriz los puntos correspondientes a los orificios anteriores de la tipología Pachacámac.

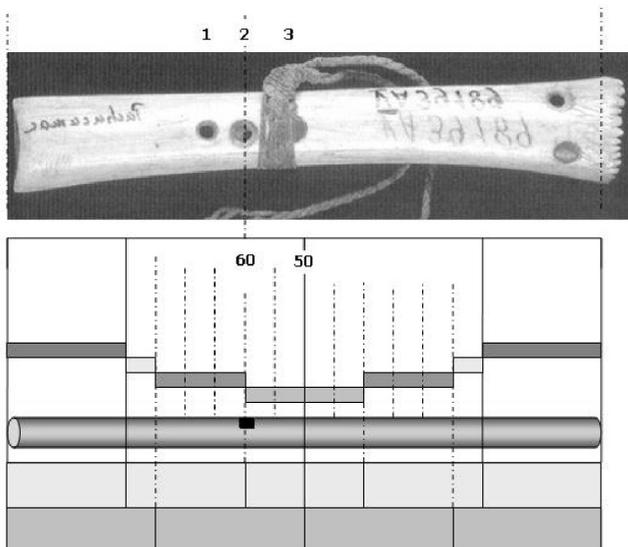


Figura 12. Aplicación de pichqa-tawa al ejemplar VA39189 [EM], cara posterior. A los efectos de la comparación, se marcó en el tubo matriz el punto correspondiente al orificio posterior de la tipología Pachacámac.

pintura), 1 presenta restos de cerámica con la que, posiblemente, también estuvo anulada y otras marcas de una materia semejante.

Por razones de espacio, solo ilustraremos las observaciones con los gráficos correspondientes a la aplicación de la matriz *pichqa-tawa*, prescindiendo de las tablas de índices calculados a partir de las diferentes longitudes acústicas consideradas.

A simple vista pueden individualizarse en la cara

anterior de esta flauta tres perforaciones de mayor diámetro (figura 11), prolijamente selladas: 2, 5 y 8. Aplicando *pichqa-tawa* adaptada a su longitud acústica (diferente aquí a la longitud total del tubo óseo)<sup>13</sup>, observamos que el índice correspondiente a la perforación 5 coincide con un punto primario de segmentación de la matriz. El índice correspondiente a la perforación 2 con el de la división en unidades (U) de un segmento ternario y el índice de la perforación 8, por aproximación, o bien con el de la mitad de una unidad (U), o bien con otro punto primario.

Con un desplazamiento hacia la base de la flauta (hacia la derecha en la figura), igual a una unidad (U), esta flauta habría sido en alguna instancia afinada conforme al módulo Pachacámac, con un «error» igual a media unidad (U/2) para el orificio 3 de la tipología (8 en la figura 11).

Si así fue, tendría que existir correspondencia de índices con respecto al orificio de obturación de la cara posterior de esta flauta. En la figura 12 vemos que de las tres perforaciones practicadas a la altura del orificio posterior (considerando la misma longitud acústica), solo el índice de una coincide con el punto primario de segmentación de la matriz, tal como corresponde a esta tipología (véase figura 5). No obstante, habíamos dicho que el módulo aplicado en la cara anterior tenía un desplazamiento de una unidad. El orificio posterior debería observarlo también. Lamentablemente, no

13 Para mayores datos de orden musicológico, consúltese Gudemos 1998.

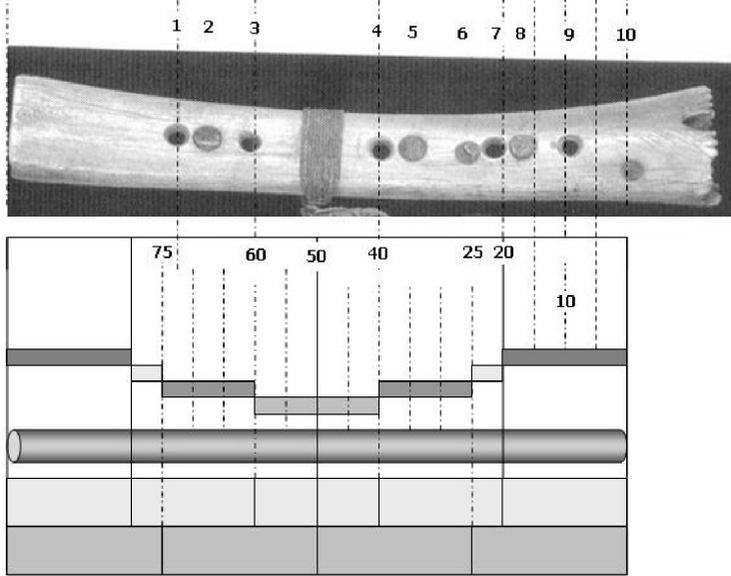


Figura 14. Adaptación de pichqa-tawa a una nueva longitud acústica calculada sobre el ejemplar VA39189 [EM], cara posterior.

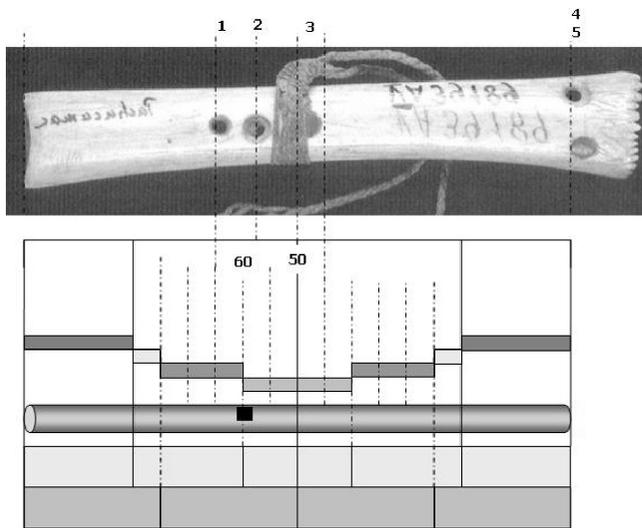


Figura 13. Adaptación de pichqa-tawa a una nueva longitud acústica calculada sobre el ejemplar VA39189 [EM], cara anterior.

podemos ver si debajo de la cuerda (firmemente embobinada al hueso en esa sección) hay alguna marca o indicio de perforación que «confirme la regla», o si el diámetro del orificio 3 (perforado en esta cara de la flauta y anulado), se aproxima al índice [65], como correspondería a dicho desplazamiento. Sin embargo, por aproximación<sup>14</sup>, «la regla se confirmaría» conforme a la tipología Pachacámac.

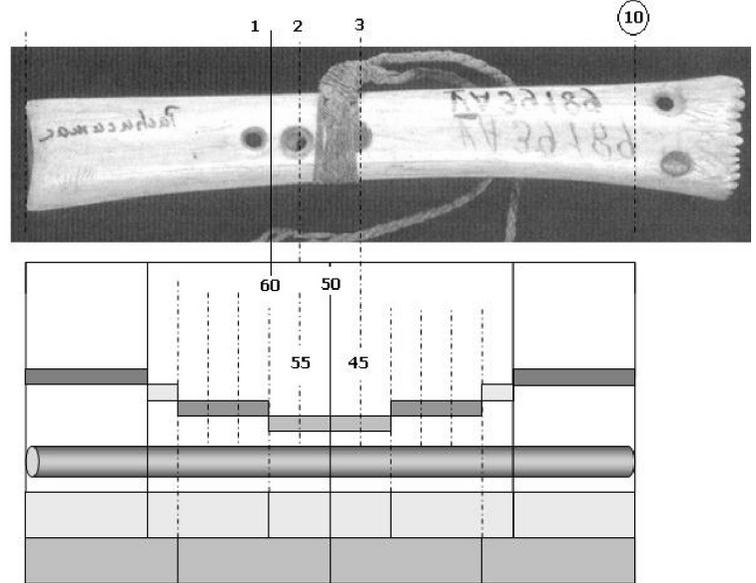


Figura 15. Adaptación de pichqa-tawa a una nueva longitud acústica calculada sobre el ejemplar VA39189 [EM], cara posterior. A los efectos de la comparación, se marcó en el tubo matriz el punto correspondiente al orificio posterior de la tipología Pachacámac.

Ahora bien, si observamos detenidamente, los índices de la ubicación de los orificios anteriores 1, 4 y 6 (anulado) corresponderían con mayor precisión a la demarcación del módulo Pachacámac, considerando la misma longitud acústica. Igualmente, el índice de ubicación del orificio posterior 2 entraría en total correspondencia con la demarcación de estos orificios. Las preguntas que nos hacemos son: ¿Serían estos orificios una corrección de los orificios anteriores 2, 5 y 8, respectivamente, y por eso aquellos fueron anulados?, ¿por qué se anuló, entonces, el orificio anterior 6?, ¿serían los orificios anteriores 6 y 7 dos instancias de corrección de 1 orificio anterior 8?

Por nuestros estudios sabemos que muchas veces se ajustaba la longitud acústica de los tubos óseos a través de perforaciones practicadas en el extremo inferior de la flauta. Tal vez esa haya sido la función del orificio anterior 10, actualmente anulada. Su menor diámetro así lo indicaría. Sabemos, también, que el cambio de la longitud acústica determina variaciones en cuanto a tesitura y estructura interna del modo de afinación considerado. Por ello, tratamos de ver qué órdenes de correspondencia se establecían entre los índices de las

<sup>14</sup> Los diferentes índices que manejamos en esta investigación han sido determinados a partir del punto central del diámetro de cada orificio, como se exige en musicología. Cuando hablamos de «aproximación», lo hacemos en el rango que nos permite el diámetro de cada perforación, esto es que contemplamos no sólo el punto medio de cada orificio, sino toda la superficie horadada. Generalmente, en estos aerófonos el punto central de un orificio puede distar del borde mismo del orificio entre 1.3 y 3mm., lo que es notable considerando la tecnología y los materiales con los que se ha trabajado.



perforaciones de esta flauta y los de *pichqa-tawa*, a partir de la longitud acústica determinada por la perforación 10 (figura 13).

Los índices de 4 de los 5 orificios abiertos de la cara anterior (1, 3, 4 y 7, respectivamente) coinciden con puntos primarios de segmentación de la matriz. Como observábamos en la nota al pie anterior, para los orificios anteriores 1 y 7 consideramos la aproximación que nos permiten sus diámetros de horadación. El orden de estos orificios no se corresponde con la estructura de ninguno de los módulos de afinación individualizados, aunque podrían establecerse semejanzas con el módulo de la tipología Ancón. Pero el orificio posterior no estaría en posición, teniendo en cuenta la longitud acústica determinada por el orificio anterior 10 (figura 14). No obstante, no deja de llamarnos la atención la correspondencia que guardan los orificios anteriores respecto de *pichqa-tawa*. El orificio anterior 9, por su parte, responde a la división en unidades de un segmento cuaternario. Podría tratarse de un nuevo módulo, pero no tenemos elementos comparativos como para conjeturar al respecto.

El diámetro de estas perforaciones, excepto el del orificio anterior 9, es el mismo al del orificio anterior 6, que se encuentra anulado. Su índice de ubicación se halla en correspondencia con un punto primario de segmentación del sistema de medición. Podríamos conjeturar sobre eso, pero la desviación respecto de los módulos individualizados es superior a lo que el rango de aproximación nos permite calcular. ¿La anulación del orificio anterior 10, habrá respondido a la intención de subsanar un «error»?

Finalmente, nos quedaba considerar la longitud acústica determinada por las perforaciones posteriores 4 y 5 (figura 15). Los resultados fueron por demás interesantes. En primer lugar y por aproximación, el índice del orificio posterior 2 se corresponde con el de las tipologías individualizadas. Del mismo modo, coinciden los orificios anteriores 1, 4 y 6 (anulado) con la demarcación del módulo de afinación Pachacámac (figura 16). Su igual diámetro nos permite conjeturar acerca de una misma instancia de perforación. Con un desplazamiento de una unidad (U) hacia abajo, esa misma relación de longitudes proporcionales se corresponde con la perforación de los orificios anteriores 2, 5 y 7, coincidiendo aún por aproximación el índice de ubicación del orificio posterior 2, con el del orificio posterior de la tipología Pachacámac. Posiblemente, el orificio anterior 7 haya sido una corrección del orificio

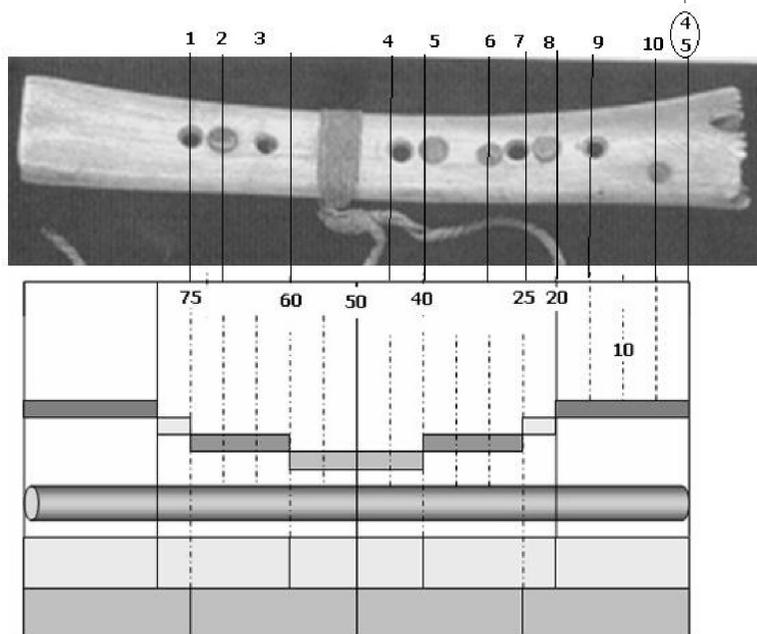


Figura 16. Adaptación de *pichqa-tawa* a una nueva longitud acústica calculada sobre el ejemplar VA39189 [EM], cara anterior.

anterior 8, como tantas veces hemos observado en estos aerófonos.

Asimismo, si consideramos un nuevo desplazamiento proporcional del módulo Pachacámac hacia el extremo inferior, observamos que los orificios anteriores 3, 6 y 9 responden a esta correspondencia proporcional, a la que también respondería por aproximación el orificio posterior 3.

### Conclusiones

Musicológicamente hablando, por todo lo observado, no solamente constatamos la utilidad de *pichqa-tawa* como sistema de medición para la demarcación de los diferentes módulos de afinación individualizados, sino que en el caso específico del ejemplar VA 39189 [EM], nos permitió observar cómo, a partir de una misma caña ósea, el músico especialista habría demarcado tres veces el mismo módulo de afinación, desplazándolo longitudinalmente, sin que el orden de longitudes proporcionales se perdiera. Musicalmente esto se traduce en la transposición no de sonidos, sino de una relación sonora, esto es de una correspondencia determinada entre los sonidos. La diferencia frecuencial entre un orden y otro es de orden microtonal. Si dicha diferencia fue buscada más allá de lo que exige un trabajo técnico de demarcación de un respectivo módulo de afinación y sus posibles transposiciones longitudinales, el resultado es de una sofisticación realmente notable. La

pregunta es, si el músico buscaba ese resultado sonoro para afinar un grupo o «familia» de tres flautas, o si este aerófono tan particular es el resultado de una práctica modelo de cómo demarcar proporcionalmente el módulo Pachacámac, considerando diferentes longitudes acústicas. Cualquiera sea la intención, el músico desplegó aquí su maestría técnica.

En términos generales, reiteramos que es muy posible que esta matriz, por ser factible en la práctica de adaptarse con facilidad a diferentes longitudes y, como dijimos, por permitir la conservación y transmisión de información con relativa precisión por medios andinos, como el quipu por ejemplo, es muy posible que haya sido utilizada en diferentes órdenes constructivos.

### Referencias bibliográficas

- GARCÍA HERNÁNDEZ, Ma. Juana, MÓNICA GUDEMOS y Elena ORTIZ GARCÍA (2000). «Especialistas en la cosmovisión andina prehispana». *Publicación del CIFYH*. Interdisciplina. Año 1, No. 1, pp. 103-143. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades.
- GUDEMOS, Mónica (1998). «Flautas óseas precolombinas de la Costa Central de Perú, ¿organizaciones formales y sonoras preestablecidas?». *Baessler-Archiv*, Neue Folge, Band XLVI, pp. 107-134. Berlín, Deutschland: Verlag von Dietrich Reimer.
- GUDEMOS, Mónica (2001a). *La música como emblema de poder en los Andes Centro-Meridionales*. Estudios en *arqueomusicología para América Andina*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
- GUDEMOS, Mónica (2001b). «Módulos de afinación prehispanos». *Baessler-Archiv*, Neue Folge Band XLVIII, pp. 43-105. Berlín, Deutschland: Verlag von Dietrich Reimer.
- GUDEMOS, Mónica (2005). «Capac, Camac, Yacana. El Capac Raymi y la música como emblema de poder». *Anales del Museo de América* 13, pp. 9-52.
- GUDEMOS, Mónica (2006). «Principio de correlación en la determinación acústica de los módulos de afinación de las flautas arqueológicas huari». *Resúmenes*. XVII Conferencia de la Asociación Argentina de Musicología y XIII Jornadas Argentinas de Musicología. La Plata. Buenos Aires.
- GUDEMOS, Mónica (2008). «Taqui Qosqo Sayhua. Espacio, sonido y ritmo astronómico en la concepción simbólica del Cusco incaico». *Revista Española de Antropología Americana* Vol. 38, Núm. 1, pp. 115-138.
- GUDEMOS, Mónica (2009). «Principio de correlación en la determinación acústica de módulos de afinación andinos prehispánicos». *Revista Española de Antropología Americana*, Vol. 39, N° 1, pp. 169-184.
- GUDEMOS, Mónica y Julio CATALANO (2009). «El cuerpo del sonido. Flautas antropomorfas de tradición Bahía». *Revista Española de Antropología Americana* Vol. 39, N° 1, pp. 195-218.
- OLSEN, Dale A. (2005). *Music of El Dorado. The Ethnomusicology of Ancient South American Cultures*. Florida: University Press of Florida.